АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ ПИТАННЯ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ РУХУ ПОТОКУ
В ТРУБОПРОВОДАХ

Волк Л.Р., к.т.н., доцент,

l.r.volk@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1033-6715

Національний університет водного господарства та природокористування
вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33000, Україна

Анотація. В статті приведено аналіз вітчизняних та іноземних літературних джерел щодо розвитку теорії руху потоку в трубопроводах. За узагальненими результатами аналізу та теоретичних досліджень розкрито зв'язок між ламінарним режимом руху та кінематичною структурою потоку в трубопроводах. У статті визначено рівняння розподілу осередненої швидкості руху рідини при ламінарному режимі, також відстань від осі трубопроводу до точок, що мають середню швидкість. Отримано рівняння максимальної швидкості потоку і відношення максимальної швидкості до середньої в трубопроводі, також рівняння компонентів вихорів, кутової швидкості обертання рідких часток потоку відносно вихрових ліній і максимальних значень кутової швидкості обертання частинок на внутрішній поверхні трубопроводу.

Ключові слова: теорія руху потоку, ламінарний режим, кінематична структура потоку, трубопроводи.

Вступ. На сьогодні у галузі гідротехнічного будівництва, гідроенергетики та теплоенергетики спостерігається тенденція розвитку. Для підвищення надійності гідротехнічних об'єктів постало питання удосконалення гідравлічного розрахунку трубопроводів різного призначення, а саме розвиток теорії кінематичної структури потоку. Тому для проектування великого ряду об'єктів необхідне проведення нових наукових досліджень [1-2].

Загальновідомо, що турбулентні течії є найпоширенішою формою руху рідини і газів, які повсякденно зустрічаються в природі та в усіх областях техніки. При цьому вони відрізняються нескінченним різноманіттям. Найбільш прості з них – це рух в трубах, лотках, каналах тощо [2-5].

Аналіз останніх досліджень. О. Рейнольдс у 1895 році встановив факт існування двох режимів потоку – ламінарного режиму та турбулентного.

На рисунках 1, а – 1, г приведено графіки залежності коефіцієнта гідравлічного опору λ від числа Рейнольдса Re . На цих графіках розкриті режими руху потоку в трубопроводах. Експериментальні точки, які наведені на графіках, були отримані на основі результатів унікальних експериментальних досліджень І. Нікурадзе та Ф.О. Шевельова [6-10].

І. Нікурадзе, Ф.О. Шевельов займалися питаннями дослідження режимів руху потоку, гідравлічного опору в трубах та кінематичної структури потоку. Ґрунтовні експериментальні дослідження у вивченні режимів руху потоку в трубопроводах з однорідною зернистою шорсткістю і гідравлічно гладких трубах та розподілі осереднених швидкостей було виконано І. Нікурадзе. Також Ф.О. Шевельов в лабораторних умовах на гідравлічних та аеродинамічних установках дослідив режими руху потоку та розподіл швидкостей в сталевих та чавунних трубопроводах.

Коефіцієнт гідравлічного опору, який залежить від числа Рейнольдса при ламінарному режимі руху рідини, визначається за наступною формулою:

$$\lambda_l = \frac{64}{Re}. \quad (1)$$

б)

г)

а)

в)

Рис. 1. Графіки залежності коефіцієнта гідравлічного опору від числа Рейнольдса:

а – трубопроводи з однорідною шорсткістю (за даними І. Нікурадзе); б – трубопроводи з гідравлічно гладкою поверхнею (за даними І. Нікурадзе); в – нові сталеві трубопроводи (за даними Ф.О. Шевельова); г – нові чавунні трубопроводи (за даними Ф.О. Шевельова); 1 – ламінарний режим руху потоку; 2 – перехідна область; 3 – область гідравлічно гладкого опору (Г. Блазіус); 4 – область доквадратичного опору; 5 – область квадратичного опору

При турбулентному режимі в області гідравлічно гладкого опору коефіцієнт гідравлічного опору визначають за формулою Г. Блазіуса:

$$\lambda_{\text{гл}} = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}. \quad (2)$$

При турбулентному режимі руху рідини в областях доквадратичного та квадратичного опору коефіцієнт гідравлічного опору залежить не тільки від числа Рейнольдса, а і від внутрішньої поверхні трубопроводу. На даний час існує велика кількість залежностей, які є в довідковій та нормативній літературі [1,8]. Всі вони рекомендовані тільки для певних умов (матеріал, вид шорсткості поверхні, висота виступів шорсткості, відстань між виступами, їх форма та розташування по поверхні). Адекватну залежність зміни коефіцієнта гідравлічного опору від всіх основних діючих факторів можна встановити тільки дослідним шляхом [8].

Постановка завдання. Необхідно відмітити, що графік залежності зміни коефіцієнта гідравлічного опору від числа Рейнольдса розкриває тільки режими руху, але не розкриває кінематичну структуру потоку, яку необхідно враховувати при гідравлічних розрахунках трубопроводів і це є завданням досліджень.

Методика досліджень. Одним з вчених, що займався розробкою теоретичних основ структури потоку є С. Нав'є, який ввів у диференціальне рівняння Л. Ейлера додаткові члени, щоб врахувати дотичні напруження, які виникають при наявності градієнта швидкості.

Розподіл дотичних напружень сил тертя у трубопроводі відомий з основного рівняння рівномірного руху рідини (рис. 2) і виражається лінійним рівнянням:

$$\tau = \tau_0 \frac{r}{r_0} = \rho \lambda \frac{Re^2 \nu^2}{8d^2} \frac{r}{r_0}, \quad (3)$$

де ρ – густина рідини, г/см³; ν – кінематична в'язкість рідини, м²/с; d – діаметр трубопроводу, м; r_0 – внутрішній радіус трубопроводу, м; r – відстань від осі труби до координати точки, м.

Рис. 2. Розподіл дотичних напружень сил тертя по живому перерізу в циліндричному трубопроводі

У 1845 році Дж. Стокс отримав рішення диференціального рівняння С. Нав'є. Його теоретичні результати повністю співпали з даними дослідів проведених у трубах малого діаметру при малих швидкостях (ламінальний режим руху)[1].

Рівняння Нав'є-Стокса в диференціальній формі має вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} &= F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} &= F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \nu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} &= F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \nu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

де x, y, z – координати точки водного потоку; u_x, u_y, u_z – проекції осередненої швидкості на координатні осі $0x, 0y, 0z$; t – час; $\vec{F}_x, \vec{F}_y, \vec{F}_z$ – проекції прискорення масових сил на координатні осі; p – тиск.

Дж. Стокс для замкнення диференціального рівняння (4) врахував рівняння неперервності, що має вид:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

й прийняв наступні крайові умови:

– рух води усталений, тому часткові похідні:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = 0, \frac{\partial u_y}{\partial t} = 0, \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0;$$

– проекції прискорень масових сил на координатні осі:

$$F_x = 0, F_y = 0, F_z = -g;$$

– рух води відбувається у циліндричному трубопроводі радіусом r_0 і довжиною l ;

– рух води відбувається при наявності перепаду тиску Δp в межах трубопроводу;

– при ламінарному режимі руху води вода має кінематичну в'язкість $\nu = f(T)$;

– лінії токів потоку розташовані симетрично й паралельно осі $0x$, тому $u_y = 0, u_z = 0$;

– на внутрішній поверхні труби ($r = r_0$), в наслідок прилипання до неї часток води, проекція осередненої швидкості їх становить $u_x = 0$;

– на осі потоку ($r = 0$) похідна $\frac{du_x}{dr} = 0$.

Дж. Стокс встановив, що отримане рішення адекватно описує структуру потоку при ламінарному режимі для всіх точок, сукупність яких представлена на графіку Нікурадзе лінією 1 (рис. 1), для прикладу на графіках показані точки А і В. В результаті було отримано ряд залежностей, які описали кінематичну структуру потоку в наступному вигляді:

1. Отримане рівняння розподілу осередненої швидкості руху рідини при ламінарному режимі (рис. 3):

$$u_{x1} = \lambda Re^2 \frac{\nu}{8d^3} (r_0^2 - r^2). \quad (6)$$

Рис. 3. Розподіл осередненої швидкості руху рідини

2. Визначена відстань від осі трубопроводу до точок, що мають середню швидкість:

$$\bar{r} = \frac{r_0}{\sqrt{2}}. \quad (7)$$

3. Отримане значення максимальної швидкості потоку:

$$u_{x \max} = \lambda Re^2 \frac{\nu}{8d^3} r_0^2. \quad (8)$$

4. Визначене відношення максимальної швидкості до середньої в трубопроводі:

$$\frac{u_{x \max}}{\bar{u}_x} = 2. \quad (9)$$

5. Отримане значення компонентів вихорів (рис. 4) :

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = 0 \\ \omega_y &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = -\lambda Re^2 \frac{\nu}{8d^3} z \\ \omega_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = \lambda Re^2 \frac{\nu}{8d^3} y \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Доведено, що вихрові лінії є концентричними колами з радіусом r , центри яких розміщені на осі труби:

$$y^2 + z^2 = r^2. \quad (11)$$

Рис. 4. Розподіл кутової швидкості обертання рідких часток потоку по живому перерізу в циліндричному трубопроводі

Кутова швидкість обертання рідких часток потоку відносно вихрових ліній визначається, як і дотичні напруження, за лінійним рівнянням:

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} = \lambda Re^2 \frac{\nu}{8d^3} r. \quad (12)$$

Величина кутової швидкості обертання рідких часток потоку на стінці трубопроводу $r = r_0$ набуває максимального свого значення:

$$\omega_{\max} = Re \frac{\nu}{r_0^2}. \quad (13)$$

6. Після інтегрування диференціального рівняння Нав'є-Стокса також отримано рівняння розподілу тиску в трубопроводі (рис.5):

$$p = p_0 + \rho g(r_0 + r), \quad (14)$$

де p_0 – початковий тиск в трубопроводі, Па; g – прискорення сили тяжіння, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$

Рис. 5. Розподіл гідродинамічного тиску по живому перерізу в циліндричному трубопроводі

Висновки та перспективи подальших досліджень. В статті було приведено аналіз літературних джерел щодо розвитку теорії руху потоку в трубопроводах. За узагальненими результатами аналізу та теоретичних досліджень розкрито зв'язок між ламінарним режимом руху та кінематичною структурою потоку в трубопроводах.

В даній роботі всі залежності, які розкривають структуру потоку виражені через число Рейнольдса та коефіцієнт гідравлічного опору. Такий запис формул прийнято з метою, щоб показати зв'язок між режимом руху та структурою потоку.

Необхідно відмітити, що для турбулентного режиму аналогічного розкриття внутрішньої структури потоку досі не існує. Тому в наступних статтях будуть приведені спроби розкриття цієї проблеми.

Література

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
2. Киселев П.Г. Справочник по гидравлическим расчетам. М.: Энергия, 1972. 316 с.
3. Большаков В.А. Справочник по гидравлике. К.: Вища школа, 1984. 348 с.
4. Халатов А.А., Мочалін Є.В., Димитрієва Н.Ф. Основи теорії примежового шару. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 191 с.
5. Хлапук М.М., Безусяк О.В., Волк Л.Р. Аналіз розвитку теорії кінематичної структури потоку в трубопроводах. «Водопостачання та водовідведення: проектування, будова, експлуатація, моніторинг» : матеріали 3-ї міжнародної науково-практичної конференції. Львів: Видавництво Львівської політехніки. 2019. С. 215-216.
6. Nikuradse J. Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Röhren. *Forsch. Arb. Ing. Wes.* 1932. no. 356, pp. 1-36.
7. Nikuradse J. Strömungsgesetze in rauchen Röhren. *Forsch. Ver. Dtsch. Ing.* 1933. no. 361. pp. 1-63.
8. Шевелев Ф.А. Исследование основных гидравлических закономерностей турбулентного движения в трубах. М.: Госстройиздат, 1953. 208 с.
9. M. Hultmark, Vallikivi M., Bailey S.C.C., Smits A.J. Logarithmic scaling of turbulence in smooth-and rough-wall pipe flow. *J. Fluid Mech*, Cambridge University Press. 2013. Vol. 728. pp. 376-395. DOI: <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.255>.
10. Никитин И.К. Сложные турбулентные течения и процессы тепломассопереноса. К.: Наук. думка, 1980. 240 с.

References

- [1] L.G. Loytsyanskiy, *Mehanika zhidkosti i gaza*. M.: Nauka, 1978.
- [2] P.G. Kiselev, *Spravochnik po gidravlicheskim raschetam*. M.: Energiya, 1972.

- [3] V.A. Bolshakov, Yu.M. Konstantinov, V.N. Popov, A.P. Netyuhaylo, I.A. Sherenkov, V.Yu. Dadenkov, T.P. Kleschevnikov, I.A. Zheleznyak, *Spravochnik po gidravlike*; pod red. V.A. Bolshakova. K.: Vischa shkola, 1984.
- [4] Osnovy teorii prymezhevoho sharu [Elektronnyi resurs]: navch. posib. dlia stud. spetsialnosti 105 «Prykladna fizyka ta nanomaterialy» / A.A. Khalatov, Ye.V. Mochalin, N.F. Dymytriieva; KPI im. Ihoria Sikorskoho. Elektronni tekstovi dani (1 fail: 2,86 Mbait). Kyiv: KPI im. Ihoria Sikorskoho, 2019.
- [5] M.M. Khlapuk, O.V. Bezusiak, L.R. Volk, "Analiz rozvytku teorii kinematychnoi struktury potoku v truboprovodakh", *Materialy 3-yi mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii «Vodopostachannia ta vodovidvedennia: proektuvannia, budova, ekspluatatsiia, monitoringh»*, Lviv: Vydavnytstvo Lvivskoi politekhniki, pp. 215-216, 2019.
- [6] J. Nikuradse, Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Röhren. *Forsch. Arb. Ing. Wes.*, no. 356, pp. 1-36, 1932.
- [7] J. Nikuradse, Strömungsgesetze in rauchen Röhren. *Forsch. Ver. Dtsch. Ing.*, no. 361, pp. 1-63, 1933.
- [8] F.A. Shevelev, *Issledovanie osnovnykh gidravlicheskh zakonmernostey turbulentnogo dvizheniya v trubah*. M.: Gosstroyizdat, 1953.
- [9] M. Hultmark, M. Vallikivi, S.C.C. Bailey, A.J. Smits, "Logarithmic scaling of turbulence in smooth-and rough-wall pipe flow", *J. Fluid Mech, Cambridge University Press*, vol. 728, pp. 376-395, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.255>.
- [10] I.K. Nikitin, *Slozhnyie turbulentnyie techeniya i protsessyi teplomassoperenosa*. K.: Nauk. dumka, 1980.

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКА В ТРУБОПРОВОДАХ

Волк Л.Р., к.т.н., доцент,

l.r.volk@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1033-6715

Национальный университет водного хозяйства и природопользования

ул. Соборная, 11, г. Ровно, 33000, Украина

Аннотация. Для повышения надежности гидротехнических сооружений необходимо усовершенствовать подход к гидравлическим расчетам напорных труб, то есть разработать теорию кинематической структуры течения. В статье дан анализ литературы о развитии теории движения потока в трубах.

Отмечено, что график зависимости изменения коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса раскрывает только режимы движения, но не раскрывает кинематической структуры потока, которую необходимо учитывать при гидравлических расчетах трубопроводов.

Дж. Стокс получил решение дифференциального уравнения С. Навье. Его теоретические результаты полностью совпали с данными опытов, проведенных в трубах малого диаметра при малых скоростях (ламинарный режим движения). Для замыкания дифференциального уравнения он учел уравнения непрерывности и принял краевые условия. Дж. Стокс установил, что полученное решение адекватно описывает структуру потока при ламинарном режиме для всех точек, совокупность которых представлена на графике Никурадзе.

Результаты анализа и теоретических исследований были обобщены. Описана взаимосвязь ламинарного режима и структуры потока в трубах. Определены уравнения для расчета основных параметров. Получено уравнение распределения осредненной скорости движения жидкости при ламинарном режиме. Также определено расстояние от оси трубопровода до точек, имеющих среднюю скорость. Получено уравнение максимальной скорости потока и отношения максимальной скорости к средней в трубопроводе, также уравнения компонентов вихрей, угловой скорости вращения жидких частиц потока относительно вихревых линий и

максимальных значений угловой скорости вращения жидких частиц потока на внутренней стенке трубопровода.

Доказано, что вихревые линии являются концентрическими окружностями, центры которых находятся на оси трубы. После интегрирования дифференциального уравнения Навье-Стокса также получено уравнение распределения давления в трубопроводе.

Все уравнения, определяющие кинематическую структуру потока, выраженные через число Рейнольдса и коэффициент гидравлического сопротивления. Такая запись формул была принята, чтобы показать связь между режимом потока и его структурой. Кинематическая структура потока для турбулентного режима до сих пор раскрыта не полностью. Поэтому решение этой проблемы будет описано в следующих статьях.

Ключевые слова: теория движения потока, ламинарный режим, кинематическая структура потока, трубопроводы.

THE CURRENT STATE OF THE FLOW THEORY DEVELOPMENT IN THE PIPES

Volk L.R., Ph.D., Associate Professor,

l.r.volk@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1033-6715

National University of Water and Environmental Engineering
st. Soborna, 11, Rivne, 33000, Ukraine

Abstract. In order to improve the reliability of the hydraulic structures, it is necessary to improve the approach to the hydraulic calculation of pressure pipes. That is, we need to develop this theory of flow kinematic structure. The article presents the literature analysis on the development of flow theory in the pipes.

It is noted that the graph of the dependence of the pipe friction number on the Reynolds number reveals only the flow regimes, but does not reveal the flow structure, which is necessary when considering the hydraulic calculations of the pipes. J. Stokes obtained the solution of the differential equation of S. Navier. His theoretical results completely coincide with the data of experiments conducted in small diameter pipes at low velocity (laminar flow regime). To close the differential equation, he considered the continuity equation and accepted the boundary conditions. J. Stokes found that the result obtained adequately describes the structure of the laminar flow for all points on the Nikuradze graph.

The results of the analysis and the theoretical studies were summarized. The relationship between the flow laminar regime and the flow structure in the pipes was described. Equations for calculating flow parameters were determined: the equation of distribution of the averaged flow velocity in laminar flow regime, the distance from the pipe axis to the points with average velocities, the value of the maximum flow velocity, the ratio of the maximum velocity to the average flow velocity in the pipe, the value of the vortex components. It is proved that vortex lines are concentric circles which centers are located on the pipe axis. The equation of the particles rotation components of the flow and the maximum value of the angular velocity of rotation of the particles on the inner surface of the pipe were obtained. After integrating the Navier-Stokes differential equation, the pressure distribution equation in the pipe was obtained.

All equations determining the flow kinematic structure are expressed by Reynolds number and pipe friction number. Such formulas have been adopted to show the relationship between the flow regime and the flow structure. The flow kinematic structure for turbulent regime is still unknown. Therefore, we will describe the solution of this problem in the future articles.

Keywords: flow theory, laminar flow, kinematic flow structure, pipes.

Стаття надійшла до редакції 14.11.2019