Двумерные адаптивные антенные решетки в арифметике комплексных и действительных чисел

В.И. Джиган

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», djigan@yandex.ru

Аннотация — В статье рассматривается применение слепых линейно-ограниченных алгоритмов адаптивной фильтрации сигналов в арифметике комплексных и действительных чисел в двумерных адаптивных антенных решетках систем связи. Показано, что для обеспечения нечетной симметрии двумерной решетки (условия применения алгоритмов в арифметике действительных чисел) необходимо фазовый центр размещать в ее геометрическом центре. Кроме того, для формирования одномерных векторов входных сигналов и весовых коэффициентов двумерной антенной решетки, обладающих нечетной симметрией, эти сигналы и коэффициенты необходимо располагать в порядке, совпадающем с нумерацией антенных элементов вдоль строк или столбцов решетки. Приводятся результаты моделирования слепых линейно-ограниченных RLS- и LMS-алгоритмов адаптивной фильтрации сигналов в двумерной антенной решетке с числом антенн, равным $8 \times 4 = 32$. Эти результаты подтверждают работоспособность данных алгоритмов в таких решетках. В установившемся состоянии алгоритмы в арифметике действительных чисел обеспечивают в диаграмме направленности двумерной антенной решетки в направлениях на источники помех в среднем на 3 дБ более глубокие провалы, чем алгоритмы в арифметике комплексных чисел.

Ключевые слова — адаптивная антенная решетка, RLS-алгоритм, LMS-алгоритм, линейно-ограниченная адаптивная фильтрация, комплексные вычисления, действительные вычисления.

I. ВВЕДЕНИЕ

Адаптивная обработка сигналов [1]-[4] сегодня находит широкое применение при реализации различных элементов и устройств современных систем связи. Среди этих устройств важное место занимают антенны в виде антенных решеток. Многоканальная обработка сигналов придает таким антеннам способность подавлять помехи путем формирования провалов в диаграмме направленности (ДН) в направлениях на источники помех. Антенные решетки, обладающие данным свойством, называются адаптивными [5], [6].

Несмотря на многолетнюю историю своего развития [7], адаптивные антенные решетки (ААР) по-прежнему представляют интерес не только с точки зрения практического использования, но и различных

теоретических исследований [8], среди которых важное место занимают исследования особенностей и характеристик алгоритмов адаптивной обработки сигналов в двумерных ААР [9].

Это обусловлено тем, что большинство публикаций описывает примеры использования адаптивных алгоритмов в линейных антенных решетках и не всегда очевидно, как использовать адаптивные алгоритмы в решетках других типов. В частности, это относится к применению адаптивных алгоритмов в арифметике действительных чисел в двумерных ААР. Актуальность использования таких алгоритмов на практике обусловлена тем, что их вычислительная сложность примерно в два раза меньше, чем аналогичных алгоритмов в арифметике комплексных чисел, что позволяет экономить программно-аппаратные средства при реализации ААР [10]-[14]. Кроме того, в линейных ААР такие алгоритмы в установившемся состоянии обеспечивают в среднем на 3 дБ более глубокие провалы в ДН в направлениях на источники помех, чем аналогичные алгоритмы в арифметике комплексных чисел.

Целью настоящей работы является исследование особенностей применения адаптивных алгоритмов в арифметике действительных чисел в двумерных ААР, а также демонстрация основных характеристик таких решеток и их сравнение с аналогичными характеристиками решеток в арифметике комплексных чисел [15].

II. ОСОБЕННОСТИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ В ДВУМЕРНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ

Под двумерной антенной решеткой в настоящей работе подразумевается плоская решетка с размещением антенн в узлах прямоугольной, но не обязательно эквидистантной, сетки. Если используются адаптивные алгоритмы в арифметике комплексных чисел, то не существует каких-либо особенностей применения этих алгоритмов в двумерных ААР. В этом случае для любого известного адаптивного алгоритма, например [1]-[6], [15], все входные сигналы и комплексные весовые коэффициенты двумерной решетки нужно в произвольном, но одинаковом порядке представить в виде одномерных векторов с числом элементов M , где M – число антенн решетки.

Если же требуется реализация адаптивных алгоритмов в арифметике действительных чисел, то элементы в указанных векторах необходимо располагать таким образом, чтобы была обеспечена нечетная симметрия этих векторов [14]. Для этого необходимо учитывать несколько отличающиеся от линейных решеток [16] особенности формирования пространственных набегов фаз принимаемых сигналов в двумерных антенных решетках [17].

Рис. 1. Формирование пространственных набегов фаз сигналов в двумерных антенных решетках

В двумерной антенной решетке (рис. 1) плоскость расположения антенн которой совпадает с плоскостью, образованной координатными осями ox и oy , а ось oz является нормалью к этой плоскости, направление на источник принимаемого сигнала задается двумя углами φ и θ , отсчитываемыми соответственно от осей ox и oz . Если первая антенна решетки находится в начале координат, а расположение остальных антенн задается координатами x_{m_x} и y_{m_y} , то фазовые набег до остальных антенн решетки относительно первой (опорной) антенны определяются как

$$\begin{aligned}\psi_{m_x, m_y} &= ol \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \mathbf{r}_{\text{фаз.}}^T \mathbf{r}_{m_x, m_y} = \\ &= [\cos \varphi \sin \theta, \sin \varphi \sin \theta] \begin{bmatrix} x_{m_x} \\ y_{m_y} \end{bmatrix} = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} (x_{m_x} \cos \varphi \sin \theta + y_{m_y} \sin \varphi \sin \theta) = \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} (x_{m_x} u + y_{m_y} v) = \psi_{m_x} + \psi_{m_y},\end{aligned}$$

где λ – длина волны несущего сигнала, принимаемого антеннами решетки, $x_{m_x} = (m_x - 1)d_x$, $m_x = 1, 2, \dots, M_x$,

$y_{m_y} = (m_y - 1)d_y$, $m_y = 1, 2, \dots, M_y$, а M_x и M_y – число антенн, расположенных вдоль осей ox и oy .

При расположении антенн в узлах прямоугольной сетки для обеспечения нечетной симметрии векторов входных сигналов и весовых коэффициентов решетки необходимо разместить фазовый центр решетки в ее геометрическом центре. В неэквидистантных решетках расположение антенн вдоль осей ox и oy также должно быть симметричным относительно этого центра. Тогда

$$\begin{aligned}\psi_{m_x, m_y} &= \frac{2\pi}{\lambda} (x_{m_x} u + y_{m_y} v) - \frac{\pi}{\lambda} (x_{M_x} u + y_{M_y} v) = \\ &= \psi_{m_x} + \psi_{m_y} - \psi_{M_x/2} - \psi_{M_y/2}.\end{aligned}$$

В этом случае компоненты фазовых набегов в элементах симметричной ААР изменяются по величине и знаку в направлениях, показанных на рис. 2.

Рис. 2. Направления изменения значений компонент фазовых набегов в двумерной антенной решетке

По краям апертуры симметричной решетки фазовые набег в антенных элементах принимают значения

$$\begin{aligned}\psi_{1_x, 1_y} &= 0 + 0 - \psi_{M_x/2} - \psi_{M_y/2} = -\psi_{M_x/2} - \psi_{M_y/2}, \\ \psi_{M_x, 1_y} &= \psi_{M_x} + 0 - \psi_{M_x/2} - \psi_{M_y/2} = \psi_{M_x/2} - \psi_{M_y/2}, \\ \psi_{1_x, M_y} &= 0 + \psi_{M_y} - \psi_{M_x/2} - \psi_{M_y/2} = -\psi_{M_x/2} + \psi_{M_y/2}, \\ \psi_{M_x, M_y} &= \psi_{M_x} + \psi_{M_y} - \psi_{M_x/2} - \psi_{M_y/2} = \psi_{M_x/2} + \psi_{M_y/2}.\end{aligned}$$

Поэтому комплексные сигналы единичной амплитуды в элементах строк решетки (рис. 2) можно представить как

$$\begin{aligned}e^{j(-\psi_{M_x/2} - \psi_{M_y/2})}, e^{j(-\psi_{M_x/2} + \psi_{M_y/2})}, \dots, \\ e^{j(\psi_{M_x/2} - \psi_{M_y/2})}, e^{j(\psi_{M_x/2} + \psi_{M_y/2})}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& e^{j(-\Psi_{M_x/2} - \Psi_{M_y/2} + \Delta\Psi_y)}, e^{j(-\Psi_{M_x/2} + \Delta\Psi_x - \Psi_{M_y/2} + \Delta\Psi_y)}, \dots, \\
& e^{j(\Psi_{M_x/2} - \Delta\Psi_x - \Psi_{M_y/2} + \Delta\Psi_y)}, e^{j(\Psi_{M_x/2} - \Psi_{M_y/2} + \Delta\Psi_y)} \\
& \dots \\
& e^{j(-\Psi_{M_x/2} + \Psi_{M_y/2} - \Delta\Psi_y)}, e^{j(-\Psi_{M_x/2} + \Delta\Psi_x + \Psi_{M_y/2} - \Delta\Psi_y)}, \dots, \\
& e^{j(\Psi_{M_x/2} - \Delta\Psi_x + \Psi_{M_y/2} - \Delta\Psi_y)}, e^{j(\Psi_{M_x/2} + \Psi_{M_y/2} - \Delta\Psi_y)} \\
& e^{j(-\Psi_{M_x/2} + \Psi_{M_y/2})}, e^{j(-\Psi_{M_x/2} + \Delta\Psi_x + \Psi_{M_y/2})}, \dots, \\
& e^{j(\Psi_{M_x/2} - \Delta\Psi_x + \Psi_{M_y/2})}, e^{j(\Psi_{M_x/2} + \Psi_{M_y/2})}
\end{aligned}$$

Здесь $\Delta\Psi_x$ и $\Delta\Psi_y$ – изменения фазовых набегов между сигналами соседних элементов вдоль осей OX и OY , обусловленные ориентацией источника сигнала в направлении φ , θ (рис. 1).

Из приведенных выше соотношений следует, что симметричное расположение антенн в узлах прямоугольной сетки двумерной антенной решетки обеспечивает нечетную симметрию ее комплексных векторов сигналов, если номера элементов $m = 1, 2, \dots, M$ в этих векторах связаны с номерами элементов в строках и столбцах как

$$m = (m_x - 1)M_x + m_y$$

или

$$m = (m_y - 1)M_y + m_x,$$

где $M = M_x \times M_y$.

III. RLS- и LMS-АЛГОРИТМЫ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Для проверки рассмотренных особенностей представления сигналов в симметричных двумерных ААР в настоящей работе были использованы адаптивные алгоритмы [13] и [15]. Варианты этих алгоритмов в арифметике действительных чисел для двумерных ААР приведены ниже.

Слепой линейно-ограниченный рекурсивный алгоритм по критерию наименьших квадратов (Recursive Least Squares, RLS):

Initialization : $\tilde{\mathbf{R}}_M^{-1}(0) = \delta^{-2} \mathbf{I}_M$,

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(0) = \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^H [\tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^H \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}]^{-1}, \tilde{\mathbf{h}}_M(0) = \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(0) \tilde{\mathbf{f}}_J,$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_M^{-1}(0) = \tilde{\mathbf{R}}_M^{-1}(0), \tilde{\mathbf{C}}_{MJ} = \mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}, \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(0) = \mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(0),$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_M(0) = \mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{h}}_M(0)$$

For $k = 1, 2, \dots, K$

$$\tilde{\mathbf{y}}(k) = \tilde{\mathbf{h}}_M^H(k-1) \tilde{\mathbf{x}}_M(k)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_M(k) = \tilde{\mathbf{x}}_M(k) \tilde{\mathbf{y}}^*(k)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{M,1}(k) = \text{Re}[\mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{z}}_M(k)], \tilde{d}_1(k) = s^2$$

Вычисление $\tilde{\mathbf{g}}_{M,1}(k)$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{J,1}(k) = \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^T \tilde{\mathbf{g}}_{M,1}(k)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k) = \tilde{\mathbf{z}}_{M,1}^T(k) \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(k-1)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}'_{MJ,1}(k) = [\tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(k-1) - \tilde{\mathbf{g}}_{M,1}(k) \tilde{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k)] \times$$

$$\times \left[\mathbf{I}_J + \frac{\tilde{\mathbf{v}}_{J,1}(k) \tilde{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k)}{1 - \tilde{\mathbf{v}}_{J,1}^T(k) \tilde{\mathbf{v}}_{J,1}(k)} \right]$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{MJ,1}(k) = \tilde{\mathbf{Q}}'_{MJ,1}(k) + \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(0) [\mathbf{I}_J - \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^T \tilde{\mathbf{Q}}'_{MJ,1}(k)]$$

$$\tilde{\alpha}_{M,1}(k) = \tilde{d}_1(k) - \tilde{\mathbf{h}}_M^T(k-1) \tilde{\mathbf{z}}_{M,1}(k)$$

$$\tilde{\mathbf{h}}'_{M,1}(k) = \tilde{\mathbf{h}}_M(k-1) + \tilde{\mathbf{g}}_{M,1}(k) \tilde{\alpha}_{M,1}(k)$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_{M,1}(k) = \tilde{\mathbf{h}}'_{M,1}(k) + \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ,1}(k) [\tilde{\mathbf{f}}_J - \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^T \tilde{\mathbf{h}}'_{M,1}(k)]$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{M,2}(k) = \text{Im}[\mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{z}}_M(k)], \tilde{d}_2(k) = 0$$

Вычисление $\tilde{\mathbf{g}}_{M,2}(k)$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{J,2}(k) = \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^T \tilde{\mathbf{g}}_{M,2}(k)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k) = \tilde{\mathbf{z}}_{M,2}^T(k) \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ,1}(k)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}'_{MJ,2}(k) = [\tilde{\mathbf{Q}}_{MJ,1}(k) - \tilde{\mathbf{g}}_{M,2}(k) \tilde{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k)] \times$$

$$\times \left[\mathbf{I}_J + \frac{\tilde{\mathbf{v}}_{J,2}(k) \tilde{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k)}{1 - \tilde{\mathbf{v}}_{J,2}^T(k) \tilde{\mathbf{v}}_{J,2}(k)} \right]$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(k) = \tilde{\mathbf{Q}}'_{MJ,2}(k) + \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(0) [\mathbf{I}_J - \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^T \tilde{\mathbf{Q}}'_{MJ,1}(k)]$$

$$\tilde{\alpha}_{M,2}(k) = \tilde{d}_2(k) - \tilde{\mathbf{h}}_{M,1}^T(k) \tilde{\mathbf{z}}_{M,2}(k)$$

$$\tilde{\mathbf{h}}'_{M,2}(k) = \tilde{\mathbf{h}}_{M,1}(k) + \tilde{\mathbf{g}}_{M,2}(k) \tilde{\alpha}_{M,2}(k)$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_M(k) = \tilde{\mathbf{h}}'_{M,2}(k) + \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(k) [\tilde{\mathbf{f}}_J - \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^T \tilde{\mathbf{h}}'_{M,2}(k)]$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_M(k) = \mathbf{U}_M^H \tilde{\mathbf{h}}_M(k)$$

End for k

Слепой линейно-ограниченный рекурсивный алгоритм по критерию квадрата (Least Mean Square, LMS):

$$\textbf{Initialization : } \mathbf{x}_M(0), \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(0) = \tilde{\mathbf{C}}_{MJ} [\tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^H \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}]^{-1},$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_M(0) = \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(0) \tilde{\mathbf{f}}_J, \tilde{\mathbf{C}}_{MJ} = \mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{C}}_{MJ},$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{NJ}(0) = \mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ}(0), \tilde{\mathbf{h}}_M(0) = \mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{h}}_M(0)$$

For $k = 1, 2, \dots, K$

$$\tilde{\mathbf{y}}(k) = \tilde{\mathbf{h}}_M^H(k-1) \tilde{\mathbf{x}}_M(k)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_M(k) = \tilde{\mathbf{x}}_M(k) \tilde{\mathbf{y}}^*(k)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{M,1}(k) = \text{Re}[\mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{z}}_M(k)], \tilde{d}_1(k) = s^2$$

$$\tilde{\alpha}_1(k) = \tilde{d}_2(k) - \tilde{\mathbf{h}}_M^T(k-1) \tilde{\mathbf{z}}_{M,2}(k)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{M,2}(k) = \text{Im}[\mathbf{U}_M \tilde{\mathbf{z}}_M(k)], \tilde{d}_2(k) = 0$$

$$\tilde{\alpha}_2(k) = \tilde{d}_2(k) - \tilde{\mathbf{h}}_M^T(k-1) \tilde{\mathbf{z}}_{M,2}(k)$$

$$\tilde{\mathbf{h}}'_M(k) = \tilde{\mathbf{h}}_M(k-1) + \mu [\tilde{\mathbf{z}}_{M,1}(k) \tilde{\alpha}_1(k) + \tilde{\mathbf{z}}_{M,2}(k) \tilde{\alpha}_2(k)]$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_M(k) = \tilde{\mathbf{h}}'_M(k) + \tilde{\mathbf{Q}}_{MJ} [\tilde{\mathbf{f}}_J - \tilde{\mathbf{C}}_{MJ}^T \tilde{\mathbf{h}}'_M(k)]$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_M(k) = \mathbf{U}_M^H \tilde{\mathbf{h}}_M(k)$$

End for k

Здесь тильдой отмечены переменные в арифметике комплексных чисел, а прямой чертой – в арифметике действительных чисел, $\tilde{\mathbf{x}}_M(k)$ – вектор входных сигналов и $\tilde{\mathbf{h}}_M(k)$ – вектор весовых коэффициентов ААР, $\tilde{\mathbf{C}}_{MJ}$ – матрица искусственных сигналов единичной амплитуды в направлениях ограничения значений ДН, $\tilde{\mathbf{f}}_j$ – вектор ограничиваемых значений ДН, $\mathbf{U}_M$ – преобразующая матрица, k – номер итерации алгоритма и μ – шаг сходимости. Вычисление векторов коэффициентов Калмана $\tilde{\mathbf{g}}_{M,1}(k)$ и $\tilde{\mathbf{g}}_{M,2}(k)$ может быть выполнено с помощью различных процедур, приведенных в [4]. Другие детали используемых алгоритмов в арифметике действительных чисел могут быть найдены в [13], [14], а вычислительные процедуры алгоритмов в арифметике комплексных чисел – в [4], [15].

IV. МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ В ДВУМЕРНЫХ ААР

В настоящем разделе приводятся результаты проверки рассмотренных в работе особенностей представления сигналов в симметричных двумерных ААР путём сравнительного моделирования в них слепых линейно-ограниченных адаптивных RLS- и LMS-алгоритмов в арифметике комплексных чисел, см. рис. 5а, рис. 6а, рис. 7а, рис. 8а и рис. 9а, и аналогичных алгоритмов в арифметике действительных чисел, см. рис. 3, рис. 4, рис. 5б, рис. 6б, рис. 7б, рис. 8б и рис. 9б.

При моделировании рассматривалась трех-лучевая ААР с параметрами $M_y = 4$, $M_x = 8$, эквидистантным расположением антенн $d_x = 0.5\lambda$, $d_y = 0.5\lambda$ и направлениями максимумов основных лучей $\theta_y = 0^\circ$, $\theta_x = 0^\circ$, $\theta_x = 21^\circ$ и $\theta_x = 42^\circ$. Направление на некоррелированную помеху задавалось как $\theta_y = 0^\circ$ и $\theta_x = -21^\circ$.

Переменные θ_y и θ_x являются углами места и азимута, отсчитываемыми от осей Oy и Ox , соответственно. Соотношения между этими углами и углами φ и θ определяются как [17]

$$\theta = \arccos(\cos\theta_y \cos\theta_x) \text{ и } \varphi = \arctan \frac{\sin\theta_y}{\cos\theta_y \sin\theta_x}.$$

С направлений максимумов основных лучей ДН принимались три сигнала 4-PSK, 8-PSK и 16-PSK. Для соседних по отношению к друг другу решеток эти сигналы являлись коррелированными помехами с отношением сигнал-помеха равным 0 дБ, которые принимались с известных направлений и подавлялись за счет линейных ограничений, а некоррелированная

помеха подавлялась адаптивно. Таким образом, число сигналов, принимаемых каждой из антенн ААР, равнялось четырем. Отношение сигнал-помеха на входе каждой антенны для некоррелированной помехи (белого гауссового шума) задавалось равным -20 дБ, а отношение сигнал-шум в каждом из каналов – равным 30 дБ. Шум в каналах решетки моделировался также белым гауссовым шумом. При моделировании использованы PSK-сигналы потому, что они характеризуются постоянным значением огибающей модуля информационных символов. Это позволяет использовать для обработки таких сигналов слепые адаптивные алгоритмы (см. раздел III), не требующие на приемной стороне наличия опорного сигнала, в качестве которого используется известное значение модуля созвездия информационных символов s^2 .

Рис. 3 показывает примеры трёхмерных ДН ААР до и после адаптации (для решетки с направлением максимума основного луча $\theta_y = 0^\circ$ и $\theta_x = 0^\circ$), рис. 4 – их двумерные проекции, а рис. 5 – разными цветами сечения всех трех ДН на одном рисунке. На рисунках видно, что в направлениях на источники помех в ДН образуются провалы, обеспечивающие подавление этих помех в выходном сигнале ААР.

На рис. 6 показаны примеры переходных процессов в терминах ДН $F(\theta_{xy})$ в направлении на некоррелированную помеху. Разные цвета обозначают эти процессы в трех разных решетках трех-лучевой ААР. Аналогичные значения ДН, усредненные по 100 независимым реализациям данных процессов, приведены на рис. 7. Этот рисунок подтверждает, что, как и в одномерных ААР [13], [15], в двумерных ААР в арифметике действительных чисел в установившемся состоянии достигается в среднем на 3 дБ большее подавление помех, чем в ААР в арифметике комплексных чисел.

Аналогичные рис. 6 и рис. 7 переходные процессы для LMS-алгоритма показаны на рис. 8 и рис. 9. Данный алгоритм характеризуется более длинным переходным процессом, но меньшей вычислительной сложностью по сравнению с RLS-алгоритмом. Первое обусловлено тем, что длительность переходного процесса в LMS-алгоритме зависит от шага сходимости μ . Большой шаг приводит к короткому переходному процессу, но меньшему подавлению помех в установившемся состоянии, что обусловлено так называемой дополнительной среднеквадратичной ошибкой [4] на выходе ААР. Малый шаг уменьшает эту ошибку, но удлиняет переходный процесс.

В проведенных экспериментах шаг сходимости был выбран таким, чтобы в установившемся состоянии усредненные значения ДН в направлении на источник некоррелированной помехи для LMS-алгоритма примерно соответствовали усредненным значениям ДН для RLS-алгоритма.

Рис. 3. RLS-алгоритм, трехмерная ДН ААР: а) – в исходном состоянии; б) – в конце переходного процесса алгоритма в арифметике действительных чисел

Рис. 4. RLS-алгоритм, проекция трехмерной ДН ААР: а) – в исходном состоянии; б) – в конце переходного процесса алгоритма в арифметике действительных чисел

Рис. 5. RLS-алгоритм, срезы трехмерных ДН трех ААР в конце переходного процесса: а) – алгоритма в арифметике комплексных чисел; б) – алгоритма в арифметике действительных чисел

а)

б)

Рис. 6. RLS-алгоритм, срезы трехмерных ДН трех ААР в конце переходного процесса: а) – алгоритма в арифметике комплексных чисел; б) – алгоритма в арифметике действительных чисел

а)

б)

Рис. 7. RLS-алгоритм, переходные процессы в ААР: а) – алгоритм в арифметике комплексных чисел, б) – алгоритм в арифметике действительных чисел

а)

б)

Рис. 8. LMS-алгоритм, переходные процессы в ААР: а) – алгоритм в арифметике комплексных чисел, б) – алгоритм в арифметике действительных чисел

Рис. 9. LMS-алгоритм, усредненные по 100 реализациям переходные процессы в ААР: а) – алгоритм в арифметике комплексных чисел, б) – алгоритм в арифметике действительных чисел

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, представленные в работе математические соотношения и результаты моделирования подтверждают возможность использования алгоритмов адаптивной фильтрации сигналов в арифметике действительных чисел в двумерных ААР. Для этого такие решетки должны обладать нечетной симметрией относительно фазового центра. Рассмотренные RLS- и LMS-алгоритмы позволяют подавлять помехи в среднем на 3 дБ больше и примерно в два раза экономить программно-аппаратные ресурсы при реализации ААР по сравнению с аналогичными алгоритмами в арифметике комплексных чисел.

Эти алгоритмы могут быть использованы при проектировании одно- и многолучевых ААР систем радиосвязи, где направление на источники принимаемых полезных (информационных) сигналов является известным и поэтому может быть использовано для формирования линейных ограничений на значения ДН в направлениях на эти источники.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Haykin S. Adaptive filter theory. 5-th edition. Pearson Education, 2014. 889 p.
- [2] Diniz P.S.R. Adaptive filtering. Algorithms and practical implementation. 4-th edition. Springer, 2013. 652 p.
- [3] Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters. Theory and applications. 2-nd edition. John Wiley and Sons, 2013. 778 p.
- [4] Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. 528 с.
- [5] Hudson J.E. Adaptive array principles. Peter Peregrinus Ltd., 1981. 253 p.
- [6] Compton R.T. Adaptive antennas. Concepts and performance. Prentice Hall, 1988. 448 p.
- [7] Reed I.S. Brief history of adaptive arrays // Military Communication Conference. – 1985. – Vol. 2, 3. – P. 515–518.

- [8] Джиган В.И. Адаптивные антенные решетки для систем цифровой связи: проблемы и их решение // Материалы докладов Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы разработки перспективных микро и наноэлектронных систем». (Москва, 6 – 10 октября 2008 г.). Москва, 2008. С. 472–475.
- [9] Джиган В.И. Особенности линейно-ограниченной адаптивной фильтрации сигналов в двумерных антенных решетках // Доклады 20-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применения» (28 – 30 марта 2018 г.). Москва, 2018. Том 1. С. 260–264.
- [10] Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing // IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems. 1980. Vol. 16. № 1. P. 124–127.
- [11] Huang K.-C., Yeh C.-C. Adaptive beamforming with conjugate symmetric weights // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1991. Vol. 39. № 7. P. 926–932.
- [12] Джиган В.И. Адаптивная антенная решетка в арифметике действительных чисел // Материалы докладов Всероссийской научно-технической конференции «Проблемы разработки перспективных микро и наноэлектронных систем (МЭС-2012)» (8 – 12 октября 2012 г.). Москва, 2012. С. 579–582.
- [13] Джиган В.И. Алгоритмы адаптивной линейно-ограниченной слепой обработки сигналов в цифровых антенных решетках с нечетной симметрией // Цифровая обработка сигналов. 2015. № 2. С. 3–13.
- [14] Djigan V.I. Odd symmetry of weights vector in linearly-constrained adaptive arrays with desired signal // International Conference «Antennas Theory and Technique» (May 24 – 27, 2017). Kiev, Ukraine. P. 140–144.
- [15] Джиган В.И. Многолучевая адаптивная антенная решетка // Известия ЮФУ. Технические науки. 2012. № 2. С. 23–29.
- [16] Brown A.D., Boeringer D., Cooke T. Electronically scanned arrays. MATLAB® modelling and simulation. CRC Press, 2012. 214 p.
- [17] Плетнева И.Д., Джиган В.И. Моделирование обработки сигналов в цифровых антенных решетках // Исследования в области цифровых систем связи (Межвузовский сборник). М.: МИЭТ, 2007. С. 36–43.

Two-dimensional Adaptive Antenna Arrays in Complex-Valued and Real-Valued Arithmetic

V.I. Djigan

National Research University of Electronic Technology, djigan@yandex.ru

Abstract — The paper considers the application of the blind linearly-constrained adaptive filtering algorithms in complex-valued and real-valued arithmetic in two-dimensional communication antenna arrays. It is shown, that to ensure the odd symmetry of a two-dimensional array (the condition of the using of the real-valued arithmetic algorithms) it is necessary to put the phase center of such array at its geometrical center. Besides, to create one-dimensional vectors of the input signals and weights of two-dimensional odd-symmetrical array, the signals and weights have to be ordered according to their numbering along the rows or columns of the array. The computational procedures of the blind linearly-constrained RLS and LMS adaptive filtering algorithms in real-valued arithmetic are provided. The simulation results of the real-valued and complex-valued arithmetic adaptive filtering algorithms in two-dimensional array with $8 \times 4 = 32$ antennas are presented. The results confirm that the algorithms operate correctly in such arrays. In steady-state the real-valued algorithms provide about 3 dB deeper notches in radiation pattern of two dimensional arrays towards the interference sources comparing with those of complex-valued arithmetic algorithms. This result is also achieved if the same adaptive filtering algorithms are used in linear (one-dimensional) arrays. The considered results can be used in the design of communication systems with adaptive arrays where the directions towards the information signals sources are known. The directions are used to create the linear constraints in the adaptive array radiation pattern during the adaptive algorithm operation.

Keywords — adaptive array, LMS algorithm, RLS algorithm, linearly constrained filtering, complex-valued computations, real-valued computations

REFERENCES

- [1] Haykin S. Adaptive filter theory. 5-th edition. Pearson Education, 2014. 889 p.
- [2] Diniz P.S.R. Adaptive filtering. Algorithms and practical implementation. 4-th edition. Springer, 2013. 652 p.
- [3] Farhang-Boroujeny B. Adaptive filters. Theory and applications. 2-nd edition. John Wiley and Sons, 2013. 778 p.
- [4] Djigan V.I. Adaptivnaya fil'tracija signalov: teorija i algoritmy (Adaptive signal filtering: theory and algorithms), Moscow, Technosfera, 2013, 528 p. (in Russian).
- [5] Hudson J.E. Adaptive array principles. Peter Peregrinus Ltd., 1981. 253 p.
- [6] Compton R.T. Adaptive antennas. Concepts and performance. Prentice Hall, 1988. 448 p.
- [7] Reed I.S. Brief history of adaptive arrays. Military Communication Conference. 1985. Vol. 2, 3. P. 515–518.
- [8] Djigan V.I. Adaotivnie antennie reshetki dlya sistem tsifrovoy svyazi: problemi i ih resheniya (Adaptive arrays for digital communication systems: problems and solutions). Proceedings of the All-Russian Scientific and Technical Conference on Problems of Prospective Micro and Nanoelectronic Systems Development. Moscow, Russia. October 6 – 10, 2008. P. 462–475. (in Russian).
- [9] Djigan V.I. Osobennosti lineynno-ogranichennoy adaptivnoy filtratsii signalov v dvymernikh antennih reshetkah (Peculiarities of linearly-constrained adaptive signal filtering in two-dimensional arrays). Proceedings of the 20-th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications. Moscow, Russia. March 28 – 30, 2018. Vol. 1. P. 260–264. (in Russian).
- [10] Nitzberg R. Application of maximum likelihood estimation of persymmetric covariance matrices to adaptive processing. IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems. 1980. Vol. 16. No. 1. P. 124–127.
- [11] Huang K.-C., Yeh C.-C. Adaptive beamforming with conjugate symmetric weights. IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1991. Vol. 39. No. 7. P. 926–932.
- [12] Djigan V.I. Adaptivnaya antennaya reshetka v arifmetike deystvitelnykh chisel (Adaptive antenna array in real-valued arithmetic), Proceedings of the All-Russian Scientific and Technical Conference on Problems of Prospective Micro and Nanoelectronic Systems Development. Moscow, Russia. October 8 – 12, 2012. P. 579–582. (in Russian).
- [13] Djigan V.I. Algoritmi adaptivnoy lineynno-ogranichennoy slepoy obrabotki signalov v tsifrovih antennih reshetkah s nechetnoy simmetriey (Algorithms of linearly constrained blind adaptive signal processing in digital arrays with odd symmetry). Digital Signal Processing. 2015. No. 2. P. 3–13. (in Russian).
- [14] Djigan V.I. Odd symmetry of weights vector in linearly-constrained adaptive arrays with desired signal. International Conference «Antennas Theory and Technique» (May 24 – 27, 2017). Kiev, Ukraine. P. 140–144.
- [15] Djigan V.I. Mnogolychevaya adaptivnaya antennaya reshetka (Multybeam adaptive antenna array). Proceedings of Southern Federal University. Technical sciences. 2012. No. 2. P. 23–29. (in Russian).
- [16] Brown A.D., Boeringer D., Cooke T. Electronically scanned arrays. MATLAB® modelling and simulation. CRC Press, 2012. 2014 p.
- [17] Pletneva I. D., Djigan V.I. Modelirovanie obrabotki signalov v tsifrovih antennih reshetkah (Simulation of signal processing in digital antenna arrays). Modern Telecommunication Systems: Proceedings of the Moscow Institute of Electronic Engineering. 2007. P. 36–43. (in Russian).