ВПЛИВ ДІЇ ГРАВІТАЦІЇ ТА ПЛОСКОЇ ВИБУХОВОЇ ХВИЛІ НА НАПРУЖЕНИЙ СТАН ГІРНИЧОЇ ВИРОБКИ КРУГОВОГО ПЕРЕТИНУ

П. З. Луговий

Інститут механіки ім. С. П. Тимошенка НАН України

вул. П. Нестерова, 3, м. Київ, 03057, Україна. E-mail: plugovy@inmech.kiev.ua

Т. В. Гребенюк

НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

просп. Перемоги, 37, м. Київ, 03056, Україна. E-mail: t.hrebeniuk07@gmail.com

При застосуванні математичного моделювання явищ відбиття і заломлення вибухових хвиль на поверхнях гірничих виробок, де присутній стрибок механічних властивостей середовищ, використано ефективний променевий метод. Цей метод дозволяє шляхом використання променевого ряду отримати достатньо точний розв'язок в прифронтових зонах хвилі. Розглянуто взаємодію плоскої вибухової хвилі з лінією розділу пружних середовищ з різними механічними властивостями. Задача розв'язана з допомогою променевого методу і теорії стереомеханічного удару. Як приклад, розглянуто взаємодію плоскої вибухової хвилі з гірською виробкою кругового поперечного перетину. Вважається, що на виробку діє сила земного тяжіння і ударне навантаження.

Ключові слова: гравітація, вибухова хвиля, гірнича виробка, променевий метод, стереомеханічний удар, чисельні результати.

ВЛИЯНИЕ ДЕЙСТВИЯ ГРАВИТАЦИИ И ПЛОСКОЙ ВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ КРУГОВОГО СЕЧЕНИЯ

П. З. Луговой

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины

ул. П. Нестерова, 3, г. Киев, 03057, Украина. E-mail: plugovy@inmech.kiev.ua

Т. В. Гребенюк

НТУУ «КПИ им. Игоря Сикорского»

просп. Победы, 37, м. Киев, 03056, Украина. E-mail: t.hrebeniuk07@gmail.com

При применении математического моделирования явлений отражения и преломления взрывных волн на поверхностях горных выработок, где присутствует скачок механических свойств сред, использован эффективный лучевой метод. Этот метод позволяет путем использования лучевого ряда получить достаточно точное решение в прифронтовых зонах волны. Рассмотрено взаимодействие плоской ударной волны с линией раздела упругих сред с различными механическими свойствами. Задача решена с помощью лучевого метода и теории стереомеханического удара. В качестве примера рассмотрено взаимодействие плоской ударной волны с горной выработкой кругового поперечного сечения. Считается, что на выработку действует сила земного притяжения и ударная нагрузка.

Ключевые слова: гравитация, взрывная волна, горная выработка, лучевой метод, стереомеханический удар, численные результаты.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. При веденні вибухових робіт на достатній глибині шахтного поля необхідно дослідити взаємодію вибухових хвиль з ближніми гірничими виробками, щоб не допустити можливих аварій.

В роботі [1] досліджується взаємодія хвиль, які генеруються гармонійним навантаженням, яке прикладається до поверхонь сусідніх циліндричних порожнин [2] в гірській породі. В цьому випадку польові функції не мають розривних коефіцієнтів. Математичне моделювання явищ відбиття і заломлення вибухових хвиль на поверхнях гірничих виробок, де присутній стрибок механічних властивостей середовищ можна досліджувати з допомогою ефективних променевих методів [3–6]. Ці методи дозволяють шляхом використання променевого ряду отримати достатньо точний розв'язок в прифронтових зонах хвилі. В таких випадках рівняння шляху, що пройшла хвиля, описує поверхню фронту хвилі, нульовий член визначає величину розриву визначальних функцій, а інші члени ряду описують зміну тиску за фронтом. Для нестационарної вибухової хвилі можна обмежитись врахуванням лише нульового члена ряду і визначати імпульс, що переноситься хвилею. Тоді виявляється можливим спростити задачу і застосувати заходи, які використовуються в стереомеханічній теорії удару і базуються на загальних теоремах динаміки [7].

Слід відмітити, що при використанні невибухових руйнуючих сумішей [8–10] в момент руйнування гірської породи можуть виникати ударні хвилі.

Променева методика використана для дослідження взаємодії плоскої вибухової хвилі з круговою гірською виробкою шахтного поля. Фронт хвилі паралельний твірній виробки, яка паралельна денній поверхні. Якщо горизонтальна виробка кругового поперечного перетину має велику протяжність, то можна покласти, що граничні умови не справляють впливу на поля напружень і деформацій в околиці центрального поперечного перетину виробки і досліджувати ці поля будемо з допомогою постановки плоскої задачі теорії пружності.

Мета роботи – за допомогою променевого методу і теорії стереомеханічного удару розробити методику розрахунку взаємодії плоскої вибухової хвилі з підземною горизонтальною гірничою виробкою великої протяжності.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Для пружної моделі гірського середовища його коливання можна описати хвильовими рівняннями

$$\nabla^2 \Phi = (\partial^2 \Phi / \partial t^2) / \alpha^2, \quad \nabla^2 \Psi = (\partial^2 \Psi / \partial t^2) / \beta^2, \quad (1)$$

де Φ и Ψ скалярний і векторний потенціали: $\alpha = \sqrt{\lambda + 2\mu / \rho}$, $\beta^2 = \mu / \rho$ – швидкості розповсюдження поздовжніх (Р) і зсувних (S) хвиль відповідно; λ , μ – параметри Ламе; ρ – щільність.

В зв'язку з тим, що епіцентри вибухових робіт і гірських ударів за звичай знаходяться на значній відстані від гірських виробок, поперечні розміри яких малі в порівнянні з радіусами фронтів пружних хвиль, то надалі обмежимося розглядом випадків плоских задач. Векторний потенціал запишемо у вигляді $\Psi = \Psi \bar{q}$, де $\bar{q}$ – перпендикулярний площині розв'язку одиничний вектор.

Методика розрахунку. Запишемо хвильові потенціали у вигляді променевих рядів [5]

$$\Phi(\bar{x}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k [t - \tau]^{k+2} / (k+2)!, \quad (2)$$

$$\psi(\bar{x}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \bar{q} [t - \bar{\tau}]^{k+2} / (k+2)!.$$

де $\bar{x}$ – радіус-вектор; $\varphi_k = \varphi_k(x)$; $\psi_k = \psi_k(x)$; $\tau = \tau(x)$; $\bar{\tau} = \bar{\tau}(x)$.

У виразах (2) припускається, що праві частини помножені на $H(t - \tau)$ для Р-хвилі і на $H(t - \bar{\tau})$ для S-хвилі, де $H(t)$ – функція Хевісайда, оскільки до приходу фронту хвилі в розглянуту точку пружна порода вважається незбуреною.

Підставляючи (2) в (1) і прирівнюючи нулю коефіцієнти перед однаковими степенями $(t - \tau)$ і $(t - \bar{\tau})$, отримуємо визначальні функції τ і $\bar{\tau}$ рівняння шляху, пройденого хвилею

$$(\nabla \tau)^2 = 1/\alpha^2, \quad (\nabla \bar{\tau})^2 = 1/\beta^2 \quad (3)$$

і рівняння переносу

$$2(\nabla \tau)(\nabla \varphi_k) + \varphi_k \nabla^2 \tau = \nabla^2 \varphi_{k-1} \quad (0 \leq k < \infty), \quad (4)$$

$$2(\nabla \bar{\tau})[\nabla(\psi_k \bar{q})] + (\psi_k \bar{q}) \nabla^2 \bar{\tau} = \nabla^2 (\bar{q} \psi_{k-1}),$$

де $\varphi_k = 0$, $\psi_k = 0$ при $k < 0$.

Розв'язок нелінійних рівнянь з частинними похідними першого порядку зводяться до розв'язку системи звичайних диференціальних рівнянь у вигляді

$$d\bar{p}/ds = 0, \quad d\bar{x}/ds = \bar{p}, \quad d\tau/ds = |\bar{p}|^2. \quad (5)$$

Її розв'язок представляється в формі

$$\bar{x} = \bar{n}\xi + \bar{f}, \quad \tau = \xi/\alpha, \quad \nabla \tau = \bar{n}/\alpha, \quad (6)$$

де $\bar{n}$ – одиничний вектор нормалі до поверхні фронту; $\bar{f}$ – вектор, який визначає обриси фронту в початковому стані; ξ – довжина променя. Вона визначає сімейство прямолінійних променів $x(s)$ і ортогональних до них хвильових фронтів $\tau = const$. Аналогічний розв'язок має місце і для S-хвилі.

Розв'язок рівнянь переносу (4) зручно будувати в ортогональній криволінійній променевій системі координат, що утворюється променями і фронтами Р-хвиль. Будемо вважати, що вибухи і гірські удари генерують плоскі хвилі, тому звернемося до випадку вісесиметричних хвильових фронтів. Тоді при $k = 0$ із (4) слідує [11, 12]

$$2\partial\varphi_0/\partial\xi + (1/R + 1/S)\varphi_0 = 0, \quad 2\partial\psi_0/\partial\xi + (1/R + 1/S)\psi_0 = 0, \quad (7)$$

де R і S – головні радіуси кривизни хвильового фронту в площині, що проходить через центр джерела хвиль і перпендикулярній вісі гірської виробки.

Рівняння (7) перепишемо у вигляді

$$\partial(RS\varphi_0^2)/\partial\xi = 0, \quad \partial(RS\psi_0^2)/\partial\xi = 0. \quad (8)$$

Тоді

$$\varphi_0 = \pm\sqrt{c_0(\gamma)/RS}, \quad \psi_0 = \pm\sqrt{\bar{c}_0(\gamma)/RS}. \quad (9)$$

Постійні $c_0(\gamma)$, $\bar{c}_0(\gamma)$ в цих рівняннях залежать від координати γ , яка визначає положення точки фронту в його меридіональному перетині. Підставивши (9) в праві частини рівнянь (4) і проінтегрувавши їх, можна знайти φ_1 і ψ_1 , а потім φ_2 і ψ_2 і так далі.

Нижче обмежимося розглядом імпульсних хвиль малої довжини. В цих випадках, як і в стереомеханічній теорії удару, відпадає необхідність побудови профілю вибухової хвилі і виявляється досить відслідкувати тільки ударний імпульс, що переноситься на фронті хвилі. Для його визначення можна вважати, що профілі тензорів напружень $\sigma(\xi)$, $\bar{\sigma}(\xi)$ Р – або S-хвилі являються прямокутними ступеньками з малою довжиною основи $\Delta\xi$. Для описання таких функцій в (2) необхідно утримувати тільки по одному першому члену ряду з індексом $k = 0$ і функції $\sigma(\xi)$, $\bar{\sigma}(\xi)$ вираховують з допомогою співвідношень [5].

При дослідженні розсіювання імпульсної хвилі на поверхні G розділу двох пружних середовищ використаємо «локально-плоске наближення» [5], згідно якого можна покладати, що в місті падіння хвилі на розділяючу поверхню локально поверхня розділу і фронт являються плоскими і кут падіння хвилі рівний куту між нормальними до відповідних поверхонь.

Розглянуто конкретний випадок, коли горизонтальна виробка кругового перетину, радіус якої дорівнює 2 м, знаходиться в гірській породі на глибині 600 м від денної поверхні. Статичний напружено-деформівний стан породи в околиці виробки аналізується з допомогою методу скінчених елементів по спеціально розробленій програмі. Вона реалізується розв'язком системи лінійних алгебраїчних рівнянь $[K]\{u\} = \{f\}$ для скінчено-елементної моделі. Тут $[K]$ – матриця жорсткості пружного середовища, яка створюється автоматично програмним комплексом на основі висхідних даних про геометрію гірничої виробки, фізич-

них властивостях породи і масових силах $\{f\}$ (сили тяжіння). Для цього виділяється деяка прямокутна обмежена область, що містить вказаний перетин виробки, яка розбивається на скінченні елементи. Вісь у перпендикулярна денній поверхні (рис. 1). На верхні і бокові сторони прямокутника накладаються граничні умови рівності нормальних напружень заданим напруженням на даній глибині і рівності нулю дотичних напружень. На контурі отвору, що моделює контур виробки, напруження відсутні. Задача статички розв'язується за допомогою методу скінчених елементів. Динамічне навантаження створюється плоскою ударною хвилею стиску інтенсивністю 5 МПа, фронт якої наближається до поверхні виробки під кутом 45° до вісей x і y в першому квадранті (рис. 1).

Рисунок 1 – Розподіл компонент тензора напружень в першому квадранті поперечного перерізу кругової гірничої виробки

ВИСНОВКИ. Результати розрахунків для випадку, коли поверхня виробки вільна від напруг і в'язей, показані на рис. 1, а) для напружень σ_x і рис. 1, б) для напружень σ_y . Криві 1 на цих рисунках відображають закономірність зміни напружень в точках 1, 2, 3, 4, 5 контуру від дії тільки гравітаційного навантаження. Вони побудовані по результатам статичних розрахунків. Тут точка 1 лежить на вертикальній вісі, точка 5 – на горизонтальній, точки 2, 3, 4 відкладені з однаковим кроком по дузі кола. Криві 2 характеризують сумарне значення напружень від сукупної дії статичного гравітаційного навантаження і максимального навантаження від вибуху або гірського удару. Можна бачити, що $\sigma_x = 0$ на кривій 1 в точці 5, в точці 1 воно максимальне. Оскільки фронт ударної хвилі падає на виробку під кутом 45° , то додаткові максимальні напруження мають місце в околиці точки 3, що є лобовою. Підкреслимо також, що в зв'язку з симетричністю поставленої задачі напруження σ_x на рис. 1, а) і σ_y на рис. 1, б) мають значення, обернені по відношенню до точок 1, 2, 3, 4, 5.

Слід зауважити, що при такому ударному навантаженні гірничка виробка радіусом 2 м на глибині 600 м не зазнає руйнувань.

Розроблена методика може бути успішно застосована для визначення небезпечних ділянок в околиці кругових гірничих виробок при веденні технологічних вибухових робіт в шахтному полі поблизу даної виробки.

Цю методику можна застосовувати для дослідження небезпечних зон у гірничих виробках з гладкими контурами при падінні на них плоских ударних хвиль з допомогою променевих методів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ткачук К. К., Гребенюк Т. В., Луговий П. З. Про створення дифракційних режимів навантаження для відбійки кам'яних блоків. *Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Гірництво»*. 2012. Вип. 22. С. 52–59.
2. Гузь А. Н., Кубенко В. Д., Черевко М. А. Дифракция упругих волн: монографія. Киев: Наукова думка, 1978. 307 с.
3. Гуляев В. И., Луговой П. З., Иванченко Г. М. Дифракция разрывных волн на эллипсоидальных поверхностях раздела трансверсально-изотропных упругих сред. *Прикладная механика*. 2004. № 10. С. 98–106.
4. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред: монографія. Москва: Наука, 1980. 304 с.
5. Подильчук Ю. Н., Рубцов Ю. К. Лучевые методы в теории распространения и рассеяния волн: монографія. Киев: Наукова думка, 1988. 220 с.
6. Rubtsov Yu. K., Borisov E. N. Analysis of the Nonstationary Spatial Propagation of Elastic Waves from Cavities Subject to Mechanical and Thermal Loads. *Int. Appl. Mech.* 2006. No. 8. pp. 913–921.
7. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел: монографія. Москва: Госстройиздат, 1965. 448 с.
8. Кравець В. Г, Луговий П. З., Стовпник С. М., Ковтун А. І. Теоретичне визначення технологічних параметрів керованого розколу гірської породи невибуховими руйнуючими сумішами. *Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва*. Науково-виробничий журнал. Кременчук: КрНУ, Вип. 2/2017(20). С. 15–25.
9. Фоменко І. О., Фоменко О. І., Ковтун І. М., Ковтун А. І. Керування напрямом тріщиноутворення по осях ортотропії гранітів при використанні невибухових руйнуючих сумішей та агрегатів з пластинами – вставками. *Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва*. Науково-виробничий журнал. Кременчук: КрНУ, Вип. 2/2015(16). С. 41–48.
10. Фоменко І. О., Фоменко О. І., Ковтун І. М., Ковтун А. І. Розробка та дослідження процесу керування напрямом розколу блочного каменю при використанні невибухових руйнуючих сумішей. *Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва*. Науково-виробничий журнал. Кременчук: КрНУ, Вип. 2/2013(12). С. 50–57.
11. Gulyaev V. I., Lugovoi P. Z., Ivanchenko G. M. Discontinuous wave fronts propagation in anisotropic layered media. *Int.J. Solids and Structures*. 2002. No. 40, pp. 237–247.
12. Gulyayev V. I., Ivanchenko G. M. Discontinuous wave interaction with interfaces between anisotropic elastic media. *Int. J. Solids and Struct.* 2006. No. 43, pp. 74–90.

**INFLUENCE OF THE ACTION OF GRAVITY
AND A PLANE EXPLOSIVE WAVE ON THE STRESSED STATE
OF THE MINING WORK OF THE CIRCULAR SECTION**

P. Lugovoi

Institute of Mechanics S.P. Tymoshenko NAS of Ukraine

vul. P. Nesterova, 3, Kyiv, 03057, Ukraine. E-mail: plugovyy@inmech.kiev.ua

T. Grebenyuk

NTUU «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

prosp. Peremohy, 37, Kyiv, 03056, Ukraine. E-mail: t.hrebeniuk07@gmail.com

Purpose. Using the ray method to investigate the interaction of a plane blast wave with a circular mine workings. The developed method can be successfully applied to determine the dangerous areas in the vicinity of circular mining working when conducting technological blasting in a mine field near this mine working. **Methodology.** When conducting blasting operations at a sufficient depth of the minefield, it is necessary to investigate the interaction of blast waves with nearby mining to prevent possible accidents. Mathematical modeling of the reflection and refraction phenomena of explosive waves on mining surfaces where a jump in the mechanical properties of the media can be investigated using effective ray methods. For a nonstationary explosive wave, it is possible to limit itself to taking into account only the zero term of the ray series and to determine the pulse transmitted by the wave. It is then possible to simplify the problem and apply the measures used in mechanical shock theory based on general dynamics theorems. **Findings.** The ray methods was used to investigate the interaction of a plane blast wave with a circular mine production of a minefield. The wave front is parallel to the forming of mining, which is parallel to the day surface. If the horizontal mining of a circular cross-section is of great length, then it can be assumed that the boundary conditions do not affect the stress and strain fields in the vicinity of the central cross-section of the production and we will investigate these fields by formulating a flat problem of the theory of elasticity. Static stress-strain state of the rock in the vicinity of circular production is analyzed using the finite element method. **Results.** A specific case is considered when the horizontal production of a circular intersection, whose radius is 2m, is in the rock at a depth of 600m from the day surface. Dynamic loading is created by a plane shock wave of compression with a intensity of 5 MPa, the front of which approaches the surface of the workpiece at an angle of 45° . Maximum dynamic stresses occur in the vicinity of the frontal point. **Originality.** Thanks to the joint use of the ray method and the finite element method, the stress distribution along the contour of a circular mine working under the action of a shock wave and rock pressure is first obtained. **Practical value.** The developed technique can be successfully applied to the determination of dangerous areas in the vicinity of mining work when conducting technological blasting in a mine field. **Conclusions.** Studies conducted to determine the interaction of the plane shock wave with circular mining have shown that the ray method can be used to identify hazardous zones in the perimeters of mine workings with smooth contours when plane shock waves are incident on them. References 12, figure 1.

Key words: gravity, blast wave, mining, ray method, stereomechanical shock, numerical results.

REFERENCES

1. Tkachuk, K. K., Grebenyuk, T. V., Lugoviy, P. Z. (2012), About the development of diffraction modes for navigation for the video cam blocks. *NTUU "KPI". Seriya "Girnitstvo"*. Iss. 22. pp. 52–59.
2. Guz, A. N., Kubenko, V. D., Cherevko, M. A. (1978), *Difraktsiy uprugich voln* [Diffraction of elastic waves]: monograph. Kiev: Naukova Dumka, 307 p.
3. Gulyaev, V. I., Lugovoi, P. Z., Ivanchenko, G. M. (2004), Diffraction of discontinuous waves on ellipsoidal interfaces between transversely isotropic elastic media. *Int. Appl. Mech.* No. 10. pp. 98–106.
4. Kravtsov, Yu. A., Orlov, Yu. I. (1980), *Heometricheskay optika neodnorodnuch sred* [Geometric optics of inhomogeneous media]: monograph. Moscow: Nauka, 304 p.
5. Podilchuk, Yu. N., Rubtsov, Yu. K. (1988), *Luchevue metodu v teorii rasprostraneniya i rasseyeniya voln* [Ray methods in the theory of wave propagation and scattering]: monograph. Kiev: Naukova Dumka, 220 p.
6. Rubtsov, Yu. K., Borisov, E. N. (2006), Analysis of the Nonstationary Spatial Propagation of Elastic Waves from Cavities Subject to Mechanical and Thermal Loads. *Int. Appl. Mech.* No. 8. pp. 913–921.
7. Goldsmith, W. (1965), *Udar. Teoriya i fizicheskie svoystva soudaryemuch tel* [Impact. Theory and physical properties of colliding bodies]: monograph. Moscow: Gosstroyizdat, 448 p.
8. Kravets, V. G., Lugoviy, P. Z., Stovpnik, S. M., Kovtun, A. I. (2017), Theoretically Visualization of technological parameters girsko breed nevivuhimy rudimentary sums. *Series of Mining "Up-tu-date Resource-and Energy- Technologies in Mining Indasry"*. Kremenchuk: KrNU, Vol. 2(20), pp. 15–25.
9. Fomenko, I. O., Fomenko, O. I., Kovtun, I. M., Kovtun, A. I. (2015), Direction control of cracking granites on orthotropic axes by using non-explosive and destroyed mixtures of units with plate inserts. *Series of Mining "Up-tu-date Resource-and Energy- Technologies in Mining Indasry"*. Kremenchuk: KrNU, Vol. 2(16), pp. 41–48.
10. Fomenko, I. O., Fomenko, O. I., Kovtun, I. M., Kovtun, A. I. (2013), Development and Study of Control of Wall Stone Rapture Direction with the Use of Unexplosive Destructive Compaunds. *Series of Mining "Up-tu-date Resource-and Energy- Technologies in Mining Indasry"*, Kremenchuk: KrNU, Vol. 2(12), pp. 50–57.
11. Gulyaev, V. I., Lugovoi, P. Z., Ivanchenko, G. M. (2002), Discontinuous wave fronts propagation in anisotropic layered media. *Int.J. Solids and Structures*. No. 40. pp. 237–247.
12. Gulyayev, V. I., Ivanchenko, G. M. (2006), Discontinuous wave interaction with interfaces between anisotropic elastic media. *Int. J. Solids and Struct.* No. 43. pp. 74–90.

Стаття надійшла 04.12.2019.