**ПАРАМЕТРИЧНА ТА ЧИСЕЛЬНА СТІЙКІСТЬ РОЗВ'ЯЗКІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ
СИНХРОННОГО ДВИГУНА ПРИ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ЙОГО ПАРАМЕТРІВ
ТА ЇХ ВПЛИВ НА РОЗРАХУНКИ ДИНАМІЧНИХ РЕЖИМІВ****О. П. Чорний, Є. В. Бурдільна**Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, м. Кременчук, 39600, Україна. E-mail: aleksei.chornyi@gmail.com**В. К. Титюк, Ж. Г. Рожненко**Криворізький національний університет
вул. Віталія Матусевича, 11, м. Кривий Ріг, 50027, Україна. E-mail: dinalt2006@gmail.com

Розглянуто особливості моделювання й дослідження синхронних двигунів шляхом чисельного розрахунку їх математичних моделей для двох випадків: у рівняннях Парка-Горева та за допомогою бібліотек SimPowerSystems середовища Simulink математичного пакету Matlab. Проведено дослідження розв'язків моделі синхронного двигуна при моделюванні виключно динамічних режимів. Показано, що при розрахункові моделей синхронного двигуна виникають не тільки кількісні, а й якісні відхилення в основних показниках їх динамічних режимів. Аналіз методик розрахунку параметрів синхронного двигуна для моделювання показує, що існують значні відхилення у параметрах, якщо невідомі точні початкові значення. Це може привести до суттєвих відмінностей у розрахункових динамічних процесах, отриманих за таких умов при невизначеності параметрів двигунів навіть при відхиленнях параметрів в межах допустимих величин. Єдиним шляхом підвищення точності розрахунків і наближення отриманих процесів процесам у реальному двигуні є завдання в моделях точних даних. Особливо це стосується індуктивного опору розсіювання, що створює найбільший вплив на якісні та кількісні результати моделювання. Показано, що кількісні та якісні відмінності в рішеннях виникають не тільки при необґрунтованому виборі чисельного методу та його параметрів, а й при використанні стандартних або рекомендованих розробниками програмного забезпечення математичних моделей. Навіть, якщо такі моделі включені в спеціалізовані бібліотеки елементів. На прикладі синхронного двигуна, для якого проведено моделювання, розробниками програмного забезпечення проведено дослідження для восьми пропонувананих чисельних методів. При прийнятих стандартних (за замовчуванням) параметрах чисельного інтегрування: крок інтегрування, абсолютна похибка, відносна похибка та інші функції налагоджування, проаналізовано похибки, що можуть виникнути в рішеннях при моделюванні. Наведено результати моделювання. Всі результати отримані при використанні математичного пакету Matlab.

Ключові слова: синхронний двигун, математична модель, моделювання, параметри, динамічні режими.**ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ И ЧИСЛЕННАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ СИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ЕГО ПАРАМЕТРОВ
И ИХ ВЛИЯНИЕ НА РАСЧЕТЫ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ****А. П. Черный, Е. В. Бурдильная**Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского
ул. Первомайская, 20, г. Кременчуг, 39600, Украина. E-mail: aleksei.chornyi@gmail.com**В. К. Титюк, Ж. Г. Рожненко**Криворожский национальный университет
ул. Виталия Матусевича, 11, г. Кривой Рог, 50027, Украина. E-mail: dinalt2006@gmail.com

Рассмотрены особенности моделирования и исследования синхронных двигателей путем численного расчета их математических моделей для двух случаев: по уравнениям Парка-Горева и с использованием библиотек SimPowerSystems среды Simulink математического пакета Matlab. Проведено исследование решений модели синхронного двигателя при моделировании исключительно динамических режимов. Показано, что при расчете моделей синхронного двигателя возникают не только количественные, но и качественные отклонения в основных показателях их динамических режимов. Анализ методик расчета параметров синхронного двигателя для моделирования показывает, что существуют значительные отклонения в параметрах, если неизвестны точные начальные значения. Это может привести к существенным различиям в расчетных динамических процессах, полученных в такой неопределенности параметров двигателей, даже при отклонениях параметров в пределах допустимых величин. Единственным путем повышения точности расчетов и приближения полученных процессов процессам в реальном двигателе является задание в моделях точных данных. Особенно это касается индуктивного сопротивления рассеяния, которое оказывает наибольшее влияние на качественные и количественные результаты моделирования. Показано, что количественные и качественные различия в решениях возникают не только при необоснованном выборе численного метода и его параметров, но и при использовании стандартных или рекомендованных разработчиками программного обеспечения математических моделей. Даже если такие модели включены в специализированные библиотеки элементов. На примере синхронного двигателя, для которого проведено моделирование разработчиками программного обеспечения, проведено исследование для восьми предлагаемых ими численных методов. При принятых стандартных (по умолчанию) параметров численного

интегрирования: шаг интегрирования, абсолютная погрешность, относительная погрешность и другие функции настройки, проанализированы ошибки, которые могут возникнуть в решениях при моделировании. Приведены результаты моделирования. Все результаты получены при использовании математического пакета Matlab.

Ключевые слова: синхронный двигатель, математическая модель, моделирование, параметры, динамические режимы.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Синхронний двигун (СД) є найбільш складним для математичного моделювання об'єктом. Складність обумовлена не порядком диференціальних рівнянь моделі, не складними нелінійними зв'язками, вказане вирішується тим, чи іншим шляхом, а тим, що модель передбачає знання великої кількості параметрів: активних й індуктивних опорів, перехідних та надперехідних опорів, взаємоіндукції обмоток, сталих часу і точне знання вказаних параметрів неможливе.

На сьогодні існує велика кількість методів і методик розрахунку параметрів моделей СД, але й вони потребують деяких початкових параметрів схеми заміщення, наприклад, щонайменше індуктивних опорів по повздовжній та поперечній осям, індуктивного опору розсіювання статорної обмотки та обмотки збудження. Між іншим в довідниковій літературі здебільшого наводяться загальні дані – номінальні дані режиму роботи двигуна. Через те, при розрахунку моделей СД виникають не тільки кількісні, а й якісні відхилення в основних показниках їх динамічних режимів. Вказані особливості необхідно знати і розуміти, розуміти природу їх виникнення та методи й засоби врахування.

Метою роботи є дослідження параметричної та чисельної стійкості розв'язків математичної моделі синхронного двигуна при невизначеності його параметрів та їх впливу на розрахунки динамічних режимів.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. На сьогодні існує велика кількість моделей СД різноманітних конструкцій, умов експлуатації та таких, що враховують насиченість, намагнічення, тощо. Однак незважаючи на велику кількість наукових праць з моделювання, серед яких найбільш відомими є [1–4], універсальної моделі для інженерних розрахунків роботи СД в статичних і динамічних режимах не існує. І пояснюється це не складністю розв'язання рівнянь моделі, – сучасні математичні методи легко дозволяють це зробити, а саме невизначеністю параметрів моделі. Добре відомий математичний опис моделі СД у трифазній системі координат [5]. Але через складність визначення параметрів обмоток: власних та взаємних індуктивностей між обмотками статора й ротора, загальної моделі реалізованої у будь-якому програмному засобі, у тому числі і Matlab, не існує.

Перехід до системи рівнянь Парка-Горева дещо спрощує завдання розв'язання моделі СД [5, 6], наприклад, для рівнянь з рівними взаємними індуктивностями [7]:

$$\vec{U} = R\vec{i} + L \frac{d\vec{i}}{dt} + \omega_r L_z \vec{i},$$

$$\text{де } \vec{U} = [U_d \ U_q \ U_f \ 0 \ 0]^T;$$

$$\vec{i} = [i_d \ i_q \ i_f \ i_{ed} \ i_{eq}]^T;$$

$$R = \begin{bmatrix} R_d & & & & \\ & R_q & & & \\ & & R_f & & \\ & & & R_{ed} & \\ & & & & R_{eq} \end{bmatrix};$$

$$L = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_d & M_d & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & M_q \\ M_d & 0 & L_f & M_d & 0 \\ M_d & 0 & M_q & L_{ed} & 0 \\ 0 & M_q & 0 & 0 & L_{eq} \end{bmatrix};$$

$$L_z = \begin{bmatrix} 0 & -L_q & 0 & 0 & -M_q \\ L_d & 0 & M_d & M_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

ω_r – кутова частота обертання ротора; $R_d, R_q, R_f, R_{ed}, R_{eq}$ – активні опори обмоток статора по осям d, q , збудження й демпферних по осям d, q ; $L_d, L_q, L_f, L_{ed}, L_{eq}$ – власні індуктивності обмоток статора по осям d, q , збудження й демпферних по осям d, q ; M_d, M_q – взаємні між обмотками по осям d, q ; U_d, U_q – напруга обмотки статора по осям d, q ; $i_d, i_q, i_f, i_{ed}, i_{eq}$ – струми обмоток статора по осям d, q , збудження й демпферних по осям d, q .

Електромагнітний момент дорівнює:

$$M_e = U_d i_d + U_q i_q - R_s (i_d^2 + i_q^2).$$

Рівняння руху ротора:

$$T_j \frac{ds}{dt} = M_e - M_c;$$

$$\omega_r = \omega_s (1 - s),$$

де T_j – стала часу; M_c – момент опору; s – ковзання; ω_s – кутова частота обертання поля.

Для спрощення практичного моделювання використовуються рівняння СД, записані у відносних одиницях оперуючи не індуктивностями та взаємними індуктивностями, а індуктивними опорами. У даний час базові величини для рівнянь статорних

обмоток загальноприйняті, а для роторних обмоток – у різних авторів різні. При приведенні до відносних одиниць роторних величин найбільш поширеною є, так звана, «система одиниць x_{ad} » або система рівних взаємних індуктивностей. Але проблема знаходження значень індуктивних опорів залишається остаточно не вирішеною. В цьому практично не допомагають довідники та каталоги даних двигунів від заводів виробників. Як приклад даних, що приводяться у довідниках покажемо у табл. 1 технічні дані двигунів серії СДН на 6000 В, 50 Гц [8].

З табл. 1 видно, що наведених даних недостатньо

для моделювання, тому деякі дані розраховують за наведеними, а інші за емпірично визначеним діапазоном їх змінювання. В такому випадку лише досвід дослідника може прийняти найбільш вірогідні дані.

Деякі співвідношення та діапазони змінювання основних параметрів схеми заміщення СД наведено в табл. 2–3 [9].

Додатково параметри можуть визначатися згідно з табл. 4 [10]. В сучасних синхронних явнополюсних машинах середньої і великої потужності $X_d = 0,6-1,6$, а $X_q = 0,4-1,0$.

Таблиця 1 – Технічні дані двигунів серії СДН на 6000 В, 50 Гц

Типорозмір двигуна	Потужність, кВт	Струм статору, А	$\cos \varphi$	ККД, %	Частота обертання, об/х	$\frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}}$	$\frac{I}{I_{\text{ном}}}$	$\frac{M}{M_{\text{ном}}}$	$\frac{M_s = 0,05}{M_{\text{ном}}}$
СДМЗ-2-22-34-60У4	1600	185	0,85	93,6	100	2,8	6,3	1,2	1,3
СДМЗ-2-22-41-60У4	2000	229	0,85	94,3	100	2,8	6,3	1,1	1,3
СДМЗ-2-24-59-80У4	4000	451	0,90	95	75	3,6	9,0	1,2	1,3

Таблиця 2 – Наближені значення параметрів синхронних машин

Найменування	Турбогенератори (двухполюсні)	Генератори та двигуни явнополюсні з демпферними обмотками	Генератори та двигуни явнополюсні без демпферних обмоток	Синхронні компенсатори
E''	1,08	1,13	1,18	1,2
X_d''	0,21 _(0,13...0,35)	0,24 _(0,13...0,35)	0,35 _(0,2...0,45)	0,25 _(0,18...0,38)
X_d'	0,32 _(0,236...0,421)	0,37 _(0,2...0,5)	0,35 _(0,2...0,45)	0,4 _(0,25...0,4)
X_q''	0,22 _(0,192...0,286)	0,75 _(0,4...1,0)	0,75 _(0,4...1,0)	1,25 _(0,7...1,5)
X_2	0,26 _(0,18...0,349)	0,24 _(0,13...0,35)	0,55 _(0,3...0,7)	0,24
X_0	0,11 _(0,077...0,16)	0,02...0,2	0,04...0,25	0,24 _(0,02...0,15)

де X_d'' , X_d' , X_q'' , X_2 , X_0 – реактивності у відносних одиницях

Таблиця 3 – Базисні величини в теорії синхронних машин

Найменування	Позначення	Розрахункова формула	Чисельне значення	Одиниця виміру
Напруга	U_b	$U_b = U_{f.N}$	$230 / \sqrt{3} = 133$	В
Струм в обмотці якоря	I_b	$I_b = I_{f.N} = I_{L.N} / \sqrt{3}$	$19,4 / \sqrt{3} = 11,2$	А
Потужність	S_b	$S_b = 3U_b I_b$	4468,8	ВА
Опір	Z_b	$Z_b = U_b / I_b$	11,87	Ом
Струм в обмотці збудження	$I_{ex.b}$	$I_{ex.b} = I_{ex.0}$	5,7	А
Частота обертів якоря	n_b	$n_b = n_N = 60 f_1 / p$	1500	об/мин
Момент	M_b	$M_b = 9,55 S_b / n_b$	28,45	Нм

Таблиця 4 – Параметри синхронних машин

Параметр	Турбогенератори		Явнополюсні генератори та двигуни		Синхронні компенсатори
	Двополюсні	Чотирьохпол.	з демпф. обмотками	без демпф. обмоток	
X_d	$\frac{1,6}{0,9-2,0}$	$\frac{1,2}{0,9-1,5}$	$\frac{1,2}{0,7-1,6}$	$\frac{1,2}{0,9-1,6}$	$\frac{1,8}{1,5-2,2}$
X_q	$\frac{1,35}{0,85-1,9}$	$\frac{1,5}{0,85-1,45}$	$\frac{0,75}{0,45-1,0}$	$\frac{0,75}{0,45-1,0}$	$\frac{1,1}{0,9-1,4}$
X'_d	$\frac{0,24}{0,14-0,34}$	$\frac{0,24}{0,20-0,28}$	$\frac{0,37}{0,20-0,50}$	$\frac{0,35}{0,20-0,45}$	$\frac{0,40}{0,30-0,60}$
X''_d	$\frac{0,15}{0,10-0,24}$	$\frac{0,15}{0,12-0,17}$	$\frac{0,22}{0,13-0,30}$	$\frac{0,30}{0,18-0,40}$	$\frac{0,25}{0,18-0,38}$
X_0	0,01–0,08	0,015–0,14	0,02–0,20	0,04–0,25	0,02–0,25
X'_q	$(1,0-1,3) X''_d$	–	$(1,0-1,1) X''_d$	$2,3 X''_d$	X''_d
X_2	$1,22 X''_d$	$1,22 X''_d$	$1,05 X''_d$	$(1,4-1,6) X''_d$	X''_d
T_{d0}	$\frac{5,5}{3-12}$	$\frac{6,2}{4,0-9,2}$	$\frac{5,6}{2,0-9,0}$	$\frac{5,6}{2,0-9,0}$	$\frac{8,0}{5,0-14,0}$
T'_d	$\frac{0,7}{0,4-1,6}$	$\frac{1,1}{0,9-1,6}$	$\frac{1,3}{0,8-2,5}$	$\frac{1,3}{0,8-2,5}$	$\frac{1,5}{1,0-2,8}$

Опір X_d визначається в основному реакцією якоря, оскільки відносна величина індуктивного опору, обумовленого потоком розсіяння, мала $X_\sigma = 0,1-0,2$. У неявнополюсних машинах середньої та великої потужності зазвичай опір $X_{ch} = 0,9-2,4$. Опори, виражені в відносних одиницях, характеризують параметри машини, показуючи відносну (щодо номінальної напруги) величину падіння напруги при номінальному струмі. Крім того, ці величини дозволяють порівнювати властивості генераторів різної потужності. Іноді в паспорті машини вказують величину, обернену X_d , звану відношенням короткого замикання: $OKЗ = 1/X_d$. Це відношення характеризує значення усталеного струму короткого замикання $I_{fuse,n} = OKЗ \cdot I_n$, який виникає при номінальному струмі збудження генератора (відповідному номінальній напрузі). При зазначених вище значеннях X_d і X_q для неявнополюсних машин $OKЗ = 0,5-1,0$, а для явнополюсних – $OKЗ = 0,8-1,8$. Перехідна стала часу $T'_d = 0,4-3,0$ с, що визначає затухання струму $I_{fuse,p}$, залежить не тільки від параметрів обмотки якоря, а й головним чином від параметрів обмотки збудження. Якщо машина має демпферну обмотку, то в ній також виникає перехідний струм, що уповільнює зменшення результуючого потоку. При цьому амплітуда струму короткого замикання більше, ніж за відсутності демпферної обмотки $I'_{fuse} = E_m / x''_d$, де

$x''_d = 0,12-0,35$ – понадперехідний індуктивний опір по поздовжній осі. Затухання струму якоря визначається понадперехідною сталою часу $T''_d = 0,03-0,15$ с, яка залежить в основному від параметрів демпферної обмотки. Оскільки ЕРС в фазах обмотки якоря зсунуті за часом, початковий кут α_0 для них різний, а отже різні і струми фаз в перехідному періоді. А періодичні складові струмів в фазах якоря створюють нерухоме в просторі магнітне поле, яке перетинає ротор, що обертається. Внаслідок цього в обмотках ротора виникають періодичні ЕРС і струми. Так як по поздовжній і поперечній осях ротор несиметричний (через різні величини повітряного зазору в явнополюсних машинах і через те, що по поздовжній осі є обмотка збудження), то в аперіодичному струмі якоря з'являється змінна складова подвійної частоти.

Також в табл. 4 позначено X''_q – поперечний понадперехідний індуктивний опір обмотки якоря; $T_a = (X''_d + X''_q) / (\omega R_a)$ – стала часу аперіодичного струму якоря.

Остаточні розрахункові за каталожними даними та формули для розрахунку даних для моделювання зведено в табл. 5. Нижче наведено точні значення параметрів СД, що моделюється.

В табл. 5 наведені розрахункові дані синхронного двигуна, для визначення яких використовувались три методи: метод 1 – [1], метод 2 – [11], метод 3 – [12].

Таблиця 5 – Розрахункові дані синхронного двигуна

Найменування	Метод 1	Метод 2	Метод 3
Активні опори статора та обмотки збудження, Ом	$r_a = 0,016 \frac{U_n}{P_n}$	–	$r_a = 0,002..0,008$
	$r_f = \frac{I_n^2 R_f}{3U_f I_n}$	–	–
Перехідний індуктивний опір, в.о.	$x_d' = 0,1..0,5$	$x_d' = \frac{0,24}{0,14..0,34}$	$x_d' = 0,2..0,4$
Понадперехідні індуктивні опори, в.о.	$x_d'' \approx 0,13..0,35$	$x_d'' \approx \frac{0,15}{0,10..0,24}$	$x_d'' \approx 0,12..0,3$
	$x_q'' \approx 0,13..0,35$	$x_q'' \approx (1,0..1,3) x_d''$	$x_q'' \approx 0,12..0,3$
Поздовжній та поперечний індуктивні опори ротора, в.о.	$x_{ad} \approx 0,5..1,8$	$x_{ad} \approx 2\pi f \frac{\Psi_{ad}}{i_d}$	$x_{ad} \approx 1,1..2,5$
	$x_{aq} \approx 0,3..0,9$	–	$x_{aq} \approx 1,1..2,5$
Індуктивний опір розсіювання, в.о.	$x_\sigma \approx 0,1..0,3$	–	–
Індуктивні опори статора та ротора, в.о.	$x_d = x_\sigma + x_{ad}$	$x_d \approx \frac{1,6}{0,9..2,0}$	$x_d \approx 1,2..2,75$
	$x_q \approx x_\sigma + x_{aq}$	$x_q \approx \frac{1,35}{0,85..1,9}$	$x_q \approx 1,2..2,75$
Індуктивний опір розсіювання обмотки збудження, в.о.	$x_{\sigma f} \approx 0,1..0,3$	–	–
Індуктивний опір обмотки збудження, в.о.	$x_f \approx x_{\sigma f} + x_{ad}$	$x_f \approx x_{\sigma f} + x_{ad}$	–
Індуктивні опори розсіювання контурів обмотки збудження, в.о.	$x_{\sigma ed} = \frac{x_{ad} x_f (x_d'' - x_\sigma)}{x_{ad} (x_f - x_d'' + x_\sigma) - x_f (x_d'' - x_\sigma)}$	–	–
	$x_{\sigma eq} = \frac{x_{ad} (x_q'' - x_\sigma)}{x_{aq} - x_d'' + x_\sigma}$	–	–
Індуктивні опори демпферної обмотки по поздовжній та поперечній осям, в.о.	$x_{ed} = x_{ad} + x_{\sigma ed}$	–	–
	$x_{eq} = x_{aq} + x_{\sigma eq}$	–	–
Активні опори демпферної обмотки, в.о.	$r_{ed} = 2\omega_0 T_{0d}'' (x_{\sigma ed} + \frac{x_{ad} x_\sigma x_f}{x_{ad} x_\sigma + x_{ad} x_f + x_\sigma x_f})$	–	–
	$r_{eq} = r_{ed} \frac{21}{51}$	–	–

Дослідження параметричної стійкості розв'язків математичної моделі СД

Раніше авторами було показано, що при моделюванні електричних машин на розв'язок може впливати спосіб моделювання [13] із застосуванням передаточних функцій, шляхом розв'язання систем диференціальних рівнянь чи навіть використання спеціалізованих математичних пакетів для моделювання. Для дослідження параметричної стійкості розв'язків математичної моделі СД спочатку проведемо дослідження у метематичному пакеті Matlab з використанням елементу DEE (рис. 1), який дозволяє здійснити розв'язання системи диференціальних рівнянь, записаних у формі Коші, складена за рів-

няннями Парка-Горева.

Дійсні паспортні параметри обмоток СД у відносних одиницях, для якого виконане моделювання мають такі значення: $r_d = 0,01$, $r_q = 0,01$, $r_f = 0,0022$, $r_{ed} = 0,057$, $r_{eq} = 0,024$, $x_d = 1,4746$, $x_q = 0,8116$, $x_{ad} = 1,274$, $x_{aq} = 0,655$, $x_c = 0,125$, $x_{ed} = 1,28$, $x_{eq} = 0,712$, $x_f = 1,356$, $u_f = 0,0115$, $H_j = 500$.

Розглянемо динамічний процес пуску СД для параметрів, що відповідають: паспортним значенням (табл. 5) (рис. 2); середньому значенню діапазону зміни даних (табл. 5) (рис. 3); лівій межі значень

діапазону зміни даних (табл. 5) (рис. 4); правій межі значень діапазону зміни даних (табл. 5) (рис. 5).

Як показують отримані результати невизначеність параметрів СД при моделюванні, і тому вимушене завдання їх наближених значень, призводить

до якісних змін у характері динамічних режимів. Наприклад, підвищена коливальність процесів при завданні параметрів за середніми значеннями або навіть отримання негативного результату як при завданні параметрів, що відповідають лівій межі значень діапазону зміни даних.

Рисунок 1 – Блок DEE з завданням рівнянь синхронного двигуна

Рисунок 2 – Процеси пуску СД для параметрів, що відповідають паспортним значенням:
а) електромагнітний момент і частота обертання ротора;
струми обмоток двигуна: б) статора, в) демпферної обмотки, г) обмотки збудження

Рисунок 3 – Процеси пуску СД для параметрів, що відповідають середньому значенню діапазону зміни даних:

а) електромагнітний момент і частота обертання ротора;
 струми обмоток двигуна: б) статора, в) демпферної обмотки, г) обмотки збудження

Рисунок 4 – Процеси пуску СД для параметрів, що відповідають лівій межі значень діапазону зміни даних:

а) електромагнітний момент і частота обертання ротора;
 струми обмоток двигуна: б) статора, в) демпферної обмотки, г) обмотки збудження

Рисунок 5 – Процеси пуску СД для параметрів, що відповідають правій межі значень діапазону зміни даних:
а) електромагнітний момент і частота обертання ротора;
струми обмоток двигуна: б) статора, в) демпферної обмотки, г) обмотки збудження

Грунтовний аналіз методик розрахунку параметрів СД, а також результатів моделювання показує, що вони суттєво залежать від точності завдання індуктивного опору розсіювання x_c .

Проведемо дослідження зміни основних характеристик динамічних режимів при зміні індуктивно-

го пору розсіювання x_c , в діапазоні $[0,1..0,3]$ (табл. 5), при незмінних x_{ad} , x_{aq} які дорівнюють паспортним параметрам: $x_{ad} = 1,274$, $x_{aq} = 0,655$. Точне значення $x_c = 1,125$. Результати дослідження показані на рис. 6 та зведено в табл. 6.

Таблиця 6 – Зміна показників динамічних режимів при зміні індуктивного опору розсіювання

Параметр	Значення x_c			
	0,1	0,125	0,2	0,3
Час пуску без навантаження (першого досягнення значення синхронної частоти обертання)	0,93	0,73	1,34	2,52
Час пуску без навантаження (вихід на усталений режим)	1,31	1,41	2,7	3,19
Максимальний /Мінімальний момент при пуску	10,69/ -6,33	8,27/ -5,55	4,87/ -3,75	2,85/ -2,47
Максимальний момент при критичному ковзанні	5,27	4,29	2,62	1,6
Максимальний момент при накиді номінального моменту	1,4	1,49	1,64	1,74
Максимальний струм статора при пуску	14,4	12,71	9,46	7,09
Усталений струм статора при номінальному навантаженні	0,76	0,77	1,37	1,73
Максимальний струм ротора при пуску	13,36	11,76	8,67	6,44
Максимальний струм ротора при накиді номінального навантаження	0,67	0,62	0,54	0,49
Максимальний /Мінімальний струм в обмотці збудження при пуску	5,48/ -5,47	5,4/ -4,64	5,26/ -3,18	5,22/ -2,21

Рисунок 6 – Процеси пуску СД при зміні індуктивного опору розсіювання:

а) зміна кутової швидкості, б) зміна електромагнітного моменту, в) зміна електромагнітного моменту при накиді номінального навантаження, г) струм статора, д) струм ротора

Дослідження стійкості отриманого рішення для моделей СД у Matlab

Питання стійкості отриманих рішень уже досить повно розглядалися у різній технічній літературі [14–16]. Але це стосувалось здебільшого моделі отриманої на основі рівнянь Парка-Горева. Розвиток елементної та бібліотечної бази Matlab призвів до того, що користувачі та дослідники: студенти й аспіранти все більше використовують саме

SimPowerSystemsMatlab. При цьому мало хто звертає увагу на обмеження тих чи інших моделей, про які говорять у Help-файлах розробники цих моделей. Але інколи і не говорять, і тоді отримувані рішення складно аналізувати і навіть робити відповідні висновки.

Тому дослідимо стійкість отриманих рішень для моделі СД на основі наступного бібліотечного елементу (рис. 7).

Рисунок 7 – Бібліотечний блок СД

Прийmemo до уваги, що процеси у СД чутливі до точності визначення параметрів, і тому використаємо параметри саме бібліотечного елемента СД: 60 кВА, 400 В, 50 Гц.

Живлення моделі СД здійснюється трифазною симетричною напругою, але внутрішня структура побудована на рівняннях у координатах «dq».

Опис моделі досить докладно викладений у *helpmodel* [17]. Однак необхідно звернути увагу на те, що розробники встановлюють в якості методу інтегрування «Discrete», вказуючи, що можливі і інші варіанти: «Trapezoidal non iterative» (встановлюється за замовчуванням) або «Trapezoidal iterative» (alg. loop). Тому виконаємо дослідження параметрів отриманого розв'язку для різних чисельних методів, але параметрів СД, які встановлені розробниками моделі (рис. 8).

Модель для дослідження складено у вигляді структурної схеми (рис. 9).

Block Parameters: Synchronous Machine pu Fundamental 60 kVA 400 V 50 Hz

Synchronous Machine (mask) (link)

Implements a 3-phase synchronous machine modelled in the dq rotor reference frame. Stator windings are connected in wye to an internal neutral point.

Configuration Parameters Advanced Load Flow

Nominal power, line-to-line voltage and frequency [Pn(VA) Vn(Vrms) fn(Hz)]: [6.7e+005 400 50]

Stator [Rs Ll Lmd Lmq] (pu): [0.01549 0.04 2.58 2.15]

Field [Rf Lfd] (pu): [0.006417 0.3591]

Dampers [Rkd Lkd Rkq1 Lkq1] (pu): [0.6502 2.952 0.0657 0.2084]

Inertia coefficient, friction factor, pole pairs [H(s) F(pu) p()]: [0.2847 0.01289 2]

Initial conditions [dw(%) th(deg) ia,ib,ic(pu) pha,phb,phc(deg) Vf(pu)]: [00 0 0 0 0 0 0 0 1]

☐ Simulate saturation Plot

[ifd; vt] (pu): [0.9956,1.082,1.19,1.316,1.457;0.7,0.7698,0.8872,0.9466,0.9969,1.046,1.1,1.151,1.201]

OK Cancel Help Apply

Рисунок 8 – Вікно вводу параметрів СД

Рисунок 9 – Структурна схема моделі СД

Дослідження проведемо для пропонованих чисельних методів (рис. 10).

При цьому всі параметри чисельного інтегрування приймемо стандартними (за замовчуванням): крок інтегрування, абсолютна похибка, відносна похибка та інші функції налагоджування (рис. 11).

На рис. 12–14 показані часові процеси зміни координат СД для вказаних чисельних методів.

Рисунок 10 – Вікно вибору чисельного методу для інтегрування диференціальних рівнянь моделі СД

Рисунок 11 – Вікно налагоджування параметрів інтегрування та отримання розв'язку моделі

Рисунок 12 – Зміна у часі кутової швидкості СД при його пуску для різних методів інтегрування моделі:
а) пуск; б) фрагмент пуску

Рисунок 13 – Зміна у часі електромагнітного моменту СД при його пуску для різних методів інтегрування моделі: а) пуск; б) фрагмент пуску

Рисунок 14 – Зміна у часі струму статора СД при його пуску для різних методів інтегрування моделі: а) пуск; б) фрагмент пуску

Виконаємо дослідження стійкості розв'язку при коливаннях параметрів СД. Як було зазначено раніше незначні зміни застосуємо до індуктивного опору розсіювання обмотки статора СД $-x_{\sigma}$ на рівні $\pm 10\%$, відповідні зміни відбудуться і у інших параметрах, таких як x_{ad} , x_{aq} , тощо. Результати дослідження показані на рис. 15–17.

ВИСНОВКИ. Проведено дослідження розв'язків моделі СД, записаної у рівняннях Парка-Горева. При розрахунку моделей СД виникають не тільки кількісні, а й якісні відхилення в основних показниках їх динамічних режимів. Аналіз методик

озрахунку параметрів СД для моделювання показує, що існують значні відхилення у параметрах, якщо невідомі точні початкові значення. Це може привести до суттєвих відмінностей у розрахункових динамічних процесах, отриманих за таких умов при невизначеності параметрів двигунів навіть при відхиленнях параметрів в межах допустимих величин. Єдиним шляхом підвищення точності розрахунків і наближення отриманих процесів процесам у реальному двигуні є завдання в моделях точних даних. Особливо це стосується індуктивного опору розсіювання яке створює найбільший вплив на якісні та кількісні результати моделювання.

Рисунок 15 – Зміна у часі кутової швидкості СД при його пуску для різних значень індуктивного опору розсіювання обмотки статора СД: а) пуск; б) фрагмент пуску

Рисунок 16 – Зміна у часі електромагнітного моменту СД при його пуску для різних значень індуктивного опору розсіювання обмотки статора СД: а) пуск; б) фрагмент пуску

Рисунок 17 – Зміна у часі струму статора СД при його пуску для різних значень індуктивного опору розсіювання обмотки статора СД: а) пуск; б) фрагмент пуску

Вибір того чи іншого чисельного методу не робить помітного впливу на характер процесів для моделі СД. Але лише для моделей, що не містять функцій на зразок *sign*, чи інших з розривами першого роду. Підвищення точності моделювання може бути забезпечення у «Configuration Parameters black SD» відповідного «Max step size» для методів зі змінним кроком інтегрування, а також зменшенням «Relative tolerance» і «Absolute tolerance».

Вказані особливості необхідно знати і розуміти, розуміти природу їх виникнення та методи і засоби врахування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Чорний О. П., Луговой А. В., Родькін Д. Й., Сисюк Г. Ю., Садовой О. В. Моделювання електро-механічних систем: підручник. Кременчук, 2001. 410 с.
2. Сипайлов Г. А., Лоос А. В. Математическое моделирование электрических машин (АВМ) : учеб. пособие для студентов вузов. Москва : Высшая школа, 1980. 176 с.
3. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин. Москва : Высшая школа, 2001. 327 с.
4. Башарин А. В., Постников Ю. В. Примеры расчета автоматизированного электропривода на ЭВМ. Ленинград : Энергоатомиздат, 1990. 512 с.
5. Важнов А. И. Переходные процессы в машинах переменного тока. Москва : Энергия, 1980. 256 с.
6. Черных И. В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. Москва : ДМК Пресс Litres, 2017. 288 с.
7. Стрижков И. Г. Основы теории синхронных машин с несколькими обмотками на статоре. *Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета*. 2012. № 10(84). С. 469–507. URL: <http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/36.pdf> (дата звернення: 02.02.2019).
8. Копылов И. П. Справочник по электрическим машинам: в 2 т. Москва : Энергоатомиздат, 1988. 456 с.
9. Точное и приближенное приведение в относительных единицах. URL: <http://mybiblioteka.su/1-97430.html> (дата звернення: 02.02.2019).
10. Синхронные машины. URL: <http://studopedia.org/8-211038.html> (дата звернення: 03.02.2019).
11. Сипайлов Г. А., Кононенко Е. В., Хорьков К. А. Электрические машины (специальный курс). Москва : Высшая школа, 1987. 287 с.
12. Забудский Е. И. 312 Электрические машины. Ч. 3. Синхронные машины. Москва : МГАУ, 2008. 195 с.
13. Чорний О. П., Толочко О. І., Титюк В. К., Родькін Д. Й., Чекавський Г. С. Математичні моделі та особливості чисельних розрахунків динаміки електроприводів з асинхронними двигунами : монографія. Кременчук : ПП Щербатих О. В., 2016. 300 с.
14. Чорний О. П., Титюк В. К. Особливості дослідження моделей систем електроприводу у SimPowerSystems з ключовими елементами. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. 2013. № 3 (23). С. 33–48.
15. Чорний О. П., Титюк В. К. Особливості дослідження моделей електроприводів з асинхронними двигунами при живленні їх від перетворювачів з широтно-імпульсною модуляцією вихідної напруги. *Інженерні та освітні технології в електротехнічних і комп'ютерних системах*. 2013. № 3 (3). URL: eetecs.kdu.edu.ua (дата звернення: 02.02.2019).
16. Чорний О. П., Бурдільна Є. В., Романов О. Ю., Титюк В. К., Позігун О. А., Бердай Абдельмажид. Особливості чисельного розв'язку систем диференціальних рівнянь моделей електромеханічних систем у програмному середовищі Matlab. *Електромеханічні і енергозберігаючі системи*. 2017. № 2 (38). С. 33–48.
17. Starting a Synchronous Motor. URL: <https://www.mathworks.com/help/physmod/sps/examples/starting-a-synchronous-motor.html> (дата звернення: 02.02.2019).

PARAMETRIC AND NUMERICAL STABILITY OF SOLUTIONS OF THE MATHEMATICAL MODEL OF SYNCHRONOUS MOTORS WITH UNCERTAINTY OF ITS PARAMETERS AND THEIR EFFECT ON CALCULATIONS OF DYNAMIC MODES

O. Chornyi, E. Burdilna

Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
vul. Pershotravneva, 20, Kremenchuk, 39600, Ukraine. E-mail: alekseii.chornyi@gmail.com

V. Tytiuk, Zh. Rozhnenko

Kyryvi Rih National University
vul. Vitalia Matushevycha, 11, 50027, Ukraine. E-mail: dinalt2006@gmail.com

Purpose. Study of parametric and numerical stability of solutions of a mathematical model of a synchronous motor with uncertainty of its parameters and their influence on calculations of dynamic regimes. **Methodology.** The features of modeling and research of synchronous motors are considered by numerical calculation of their mathematical models for two cases: according to the Park-Gorev equations and using the SimPowerSystems libraries of the Simulink environment of the Matlab mathematical package. A study was made of the solutions of a synchronous motor model in the simulation of extremely dynamic modes. **Results.** It is shown that when calculating models of synchronous motor, not only quantitative but also qualitative deviations arise in the basic indicators of their dynamic modes. Analysis of methods for calculating the parameters of a synchronous motor for modeling shows that there are significant deviations

in the parameters if the exact initial values are unknown. This can lead to significant differences in the calculated dynamic processes obtained in such an uncertainty of engine parameters, even if the deviations of parameters are within acceptable limits. The only way to improve the accuracy of calculations and approximation of the obtained processes to processes in a real engine is to specify accurate data in models. This is especially true of the inductive resistance of scattering, which has the greatest influence on the qualitative and quantitative results of modeling. It is shown that quantitative and qualitative differences in solutions arise not only with an unjustified choice of a numerical method and its parameters, but also with the use of standard or software models recommended by software developers. Even if such models are included in specialized libraries of elements. On the example of a synchronous motor, for which modeling was carried out by software developers, a study was conducted for eight numerical methods offered by them. With the accepted standard (default) parameters of numerical integration: the integration step, the absolute error, the relative error and other tuning functions, errors that may occur in the solutions during simulation are analyzed. The simulation results are given. All results are obtained using the Matlab math package. Figures 17, tables 6, references 17.

Key words: synchronous motor, mathematical model, modeling, parameters, dynamic modes.

REFERENCES

1. Chorniy, O. P., Lugovoj, A. V., Rodkin, D. Y., Sysjuk, G. Ju., & Sadovoj, O. V. (2001). *Modeljuvannja elektromechanichnyh system: pidruchnyk [Modeling of electromechanical systems: a textbook]*. Kremenichuk. [in Ukrainian]
2. Sipaylov, G. A., & Loos, A. V. (1980). *Matematicheskoe modelirovanie elektricheskikh mashin (AVM) [Mathematical modeling of electric machines (AVM)]*. Moscow: Vysshaya shkola. [in Russian]
3. Kopylov, I. P. (2001). *Matematicheskoe modelirovanie elektricheskikh mashin [Mathematical modeling of electric machines]*. Moscow: Vysshaya shkola. [in Russian]
4. Basharin, A. V., & Postnikov, Yu. V. (1990). *Primery rascheta avtomatizirovannogo elektroprivoda na EVM [Examples of the calculation of an automated electric drive on a computer]*. Leningrad: Energoatomizdat. [in Russian]
5. Vazhnov, A. I. (1980). *Perekhodnye protsessy v mashinakh peremennogo toka [Transient processes in AC machines]*. Moscow: Energiya. [in Russian]
6. Chernykh, I. V. (2017). *Modelirovanie elektrotekhnicheskikh ustroystv v MATLAB, SimPowerSystems i Simulink [Modeling of electrotechnical devices in MATLAB, SimPowerSystems and Simulink]*. Moscow: DMK Press Litres. [in Russian]
7. Strizhkov, I. G. (2012). Osnovy teorii sinkhronnykh mashin s neskolkimi obmotkami na statore. *Politematicheskij setevoy elektronnyy nauchnyy zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*, 10 (84), 469–507. URL: <http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/36.pdf>
8. Kopylov, I. P. (1988). *Spravochnik po elektricheskim mashinam: v 2 t [Handbook of electrical machines: in 2 t]*. Moscow: Energoatomizdat. [in Russian]
9. Tochnoe i priblizhennoe privedenie v otrasne - nykh edinitsakh [Accurate and approximate reduction in relative units]. URL: <http://mybiblioteka.su/1-97430.html>
10. *Sinkhronnye mashiny [Synchronous machines]*. URL: <http://studopedia.org/8-211038.html>
11. Sipaylov, G. A., Kononenko, E. V., & Khorkov, K. A. (1987). *Elektricheskie mashiny (spetsialnyy kurs) [Electric machines (special course)]*. Moscow: Vysshaya shkola. [in Russian]
12. Zabudskiy, E. I. (2008). *Z12 Elektricheskie mashiny. Ch. 3. Sinkhronnye mashiny [Z12 Electric machines. Part 3. Synchronous machines]*. Moscow: MGAU. [in Russian]
13. Chorniy, O. P., Tolochko, O. I., Tityuk, V. K., Rodkin, D. Y., & Chekavskiy, G. S. (2016). *Matematichni modeli ta osoblivosti chiselnikh rozrakhunkiv dinamiki elektroprivodiv z asinkhronnimi dvigunami [Mathematical models and peculiarities of numerical calculations of dynamics of electric drives with asynchronous engines]*. Kremenichuk: PP Shcherbatikh O. V. [in Ukrainian]
14. Chorniy, O. P., & Tityuk, V. K. (2013). Osoblivosti doslidzhennya modeley sistem elektroprivodu u SimPowerSystems z klyuchovimi elementami. *Elektromekhanichni i energozberigayuchi sistemi*, 3 (23), 33–48.
15. Chorniy, O. P., & Tityuk, V. K. (2013). Osoblivosti doslidzhennya modeley elektroprivodiv z asinkhronnimi dvigunami pri zhivlenni ikh vid peretvoryuvachiv z shirotno-impulsnoyu modulyatsieyu vikhidnoi naprugi. *Inzhenerni ta osviti tekhnologii v elektrotekhnichnikh i kompyuternikh sistemakh*, 3 (3). URL: eetecs.kdu.edu.ua
16. Chorniy, O. P., Burdilna, E. V., Romanov, O. Yu., Tityuk, V. K., Pozigun, O. A., & Berday, Abdelmashid. Osoblivosti chiselnogo rozvyazku sistem diferentsialnikh rivnyan modeley elektromekhanichnikh sistem u programnomu seredovishchi Matlab. *Elektromekhanichni i energozberigayuchi sistemi*, 2 (38), 33–48.
17. Starting a Synchronous Motor. URL: <https://www.mathworks.com/help/phymod/sps/examples/starting-a-synchronous-motor.html>

Стаття надійшла 07.02.2019.