ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ВІБРАЦІЙНИХ ПРИВОДІВ

О. О. Черно, А. П. Гуров, Л. І. Бугрім

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

просп. Героїв України, 9, м. Миколаїв, 54025, Україна. E-mail: oleksandr.cherno@nuos.edu.ua

Електромагнітні приводи широко використовуються на промисловому вібраційному обладнанні. При їх проектуванні виникає задача моделювання електромеханічних процесів з метою раціонального вибору їх параметрів. Тому розвиток математичних моделей таких приводів є актуальною науковою проблемою. Останнім часом для моделювання електромеханіки широко розповсюджені отримали моделі, основані на апроксимації результатів числових розрахунків тривимірних полів у магнітній системі виконавчого пристрою. Метою даної роботи є аналіз методів апроксимації залежностей потокозчеплення електромагнітного вібратора від магніторушійної сили та величини повітряного зазору при побудові математичних моделей електромагнітних вібраційних приводів. Розглянуто два основних методи: інтерполяцію кубічними сплайнами та апроксимацію методом найменших квадратів. Для другого методу розроблено спеціальний вид гіперболічної функції, що адекватно відображає характерні особливості фізичних процесів. Показано, що апроксимація гіперболічними функціями, на відміну від інтерполяції сплайнами, дає можливість адекватно описати характер залежностей потокозчеплення від магніторушійної сили навіть при значних похибках числових розрахунків, і при цьому охопити весь необхідний діапазон значень потокозчеплення для всього ряду величин повітряного зазору.

Ключові слова: електромагнітний вібраційний привод, математична модель.

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ ПРИВОДОВ

А. А. Черно, А. П. Гуров, Л. И. Бугрим

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова

просп. Героев Украины, 9, г. Николаев, 54025, Украина. E-mail: oleksandr.cherno@nuos.edu.ua

Электромагнитные приводы широко используются на промышленном вибрационном оборудовании. При их проектировании возникает задача моделирования электромеханических процессов с целью рационального выбора их параметров. Поэтому развитие математических моделей таких приводов является актуальной научной проблемой. В последнее время для моделирования электромеханики широкое распространение получили модели, основанные на аппроксимации результатов численных расчетов трехмерных полей в магнитной системе исполнительного устройства. Целью данной работы является анализ методов аппроксимации зависимостей потокозчепления электромагнитного вибратора от магнитодвижущей силы и величины воздушного зазора при построении математических моделей электромагнитных вибрационных приводов. Рассмотрены два основных метода: интерполяцию кубическими сплайнами и аппроксимацию методом наименьших квадратов. Для второго метода разработан специальный вид гиперболической функции, адекватно отражающий характерные особенности физических процессов. Показано, что аппроксимация гиперболическими функциями, в отличие от интерполяции сплайнами, дает возможность адекватно описать характер зависимостей потокозчепления от магнитодвижущей силы даже при значительных погрешностях числовых расчетов, и при этом охватить весь необходимый диапазон значений потокозчепления для всего ряда величин воздушного зазора.

Ключевые слова: электромагнитный вибрационный привод, математическая модель.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Вібрація використовується в сучасній промисловості для забезпечення багатьох технологічних процесів [1–3]. Електромагнітний вібраційний привод застосовується переважно на обладнанні, що потребує регулювання амплітуди вібрації: вібраційних конвеєрах [4], живильниках [5], сепараторах [6] та верстатах [7]. Тому багато наукових робіт в Україні [3, 6] і за кордоном [9] присвячені дослідженню електромагнітного вібраційного привода з метою його ефективного використання в технологічних процесах. Для проведення таких досліджень необхідно моделювати електромеханічні процеси, що протікають у вібраційному приводі. Тому розвиток математичних моделей електромагнітних вібраційних приводів є актуальною проблемою.

У роботі [10] наведено систему диференціальних

рівнянь в операторній формі, що описують механіку вібраційної установки з довільним числом мас. Якщо в цій системі врахувати силу реакції оброблюваного матеріалу, то вона прийме наступний вигляд:

$$\begin{cases} \sum_{j=0}^{n-1} M_{0,j}(p)x_j(p) = F_e(p) - F_r(p); \\ \sum_{j=0}^{n-1} M_{1,j}(p)x_j(p) = -F_e(p); \\ \sum_{j=0}^{n-1} M_{2,j}(p)x_j(p) = 0; \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^{n-1} M_{n-1,j}(p)x_j(p) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де

$$M_{j,j}(p) = m_j p^2 + \sum_{k=0}^{n-1} (b_{j,k} p + c_{j,k});$$

$$M_{j,k}(p) = -(b_{j,k} p + c_{j,k}) \text{ при } j \neq k;$$

m_j – j -та маса; $b_{j,k}$ і $c_{j,k}$ – відповідно коефіцієнт в'язкого тертя та жорсткість пружного зв'язку між j -ю та k -ю масами при $j \neq k$; $c_{j,k}$ – жорсткість пружного зв'язку між j -ю масою та фундаментом; $b_{j,k}$ – коефіцієнт в'язкого тертя, пропорційний абсолютній швидкості j -ї маси; n – число мас; F_e – електромагнітна сила; F_r – сила реакції оброблюваного матеріалу.

Сила F_r , що діє на робочий орган віброустановки з боку оброблюваного матеріалу, визначається за допомогою континуальної моделі в'язко-пружного середовища [11], або дискретної [12]. Континуальна модель є більш досконалою, оскільки за її допомогою можливо врахувати хвильові процеси. Дискретна модель є більш простою та зручною у застосуванні, вона передбачає заміну середовища еквівалентною реактивною масою, що з'єднана з робочим органом пружним елементом та елементом демпфування.

Для визначення електромагнітної сили F_e використовуються математичні моделі електромагнітного вібратора, побудовані на підставі рівнянь магнітного кола, або на підставі числових розрахунків магнітного поля. Останні є більш досконалішими, оскільки вони передбачають точне визначення просторового розподілу вектора магнітної індукції і таким чином дають можливість врахувати потоки розсіювання та локальні насичення магнітопроводу.

В роботі [13] розглянуто особливості моделювання тривимірного магнітного поля електромагнітного вібратора. Основну увагу при цьому приділено питанням визначення потокозчеплення на підставі розрахунків магнітних потоків, що проходять через різні перетини обмотки, та урахування коефіцієнту заповнення шихтованого магнітопроводу. Згідно отриманим у [13] результатам, середнє значення магнітного потоку, що проходить скрізь витки обмотки, може бути визначене як середнє арифметичне потоків Φ_j , що проходять через N контурів середніх за діаметром витків, розташованих на різних рівнях по довжині обмотки. Помноживши це значення на загальну кількість витків обмотки W , отримуємо потокозчеплення:

$$\Psi = W \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Phi_j.$$

Магнітні потоки Φ_j визначаються інтегруванням нормальної складової вектора магнітної індукції за площиною відповідних контурів.

Коефіцієнт заповнення пакета сталлю k_{st} враховується шляхом коригування характеристики намагнічування. Для цього табличні значення магнітної індукції B , що відповідають певним значенням на-

пруженості магнітного поля H , зменшують на величину

$$\Delta B = B(1/k_{st} - 1).$$

Електромагнітна сила F_e визначається за формулою Максвелла шляхом інтегрування квадрату нормальної складової магнітної індукції за поверхнею якоря електромагніта.

В роботі [10] описано застосування результатів числових розрахунків потокозчеплення і електромагнітної сили в статистиці для моделювання динаміки електромагнітного привода. Для цього вводиться поняття еквівалентної магніторухливної сили (МРС) IW_{ekv} , яка створює результуюче магнітне поле, обумовлене МРС обмотки, вихровими струмами та реактивною складовою намагніченості. Тоді в статистиці здійснюється розв'язання польової задачі для ряду заданих значень IW_{ekv} і ряду значень повітряного зазору δ між осердям та якорем електромагніта. В результаті отримують матрицю розрахованих значень електромагнітної сили та потокозчеплення:

$$\mathbf{F}_e = \begin{bmatrix} F_{1,1} & F_{1,2} & \dots & F_{1,N_{IW}} \\ F_{2,1} & F_{2,2} & \dots & F_{2,N_{IW}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{N_{\delta},1} & F_{N_{\delta},2} & \dots & F_{N_{\delta},N_{IW}} \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{1,1} & \Psi_{1,2} & \dots & \Psi_{1,N_{IW}} \\ \Psi_{2,1} & \Psi_{2,2} & \dots & \Psi_{2,N_{IW}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Psi_{N_{\delta},1} & \Psi_{N_{\delta},2} & \dots & \Psi_{N_{\delta},N_{IW}} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де N_{IW} – число варійованих значень еквівалентної МРС; N_{δ} – число варійованих значень δ .

Шляхом апроксимації кожної строки матриці (3) отримують неперервні функції $\Psi^{(j)}(IW_{ekv})$, де j – номер строки, що відповідає певному значенню повітряного зазору. Далі, задають ряд фіксованих значень потокозчеплення $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{N_{\Psi}}$ і складають рівняння:

$$\Psi^{(j)}(IW_{ekv,j,k}) = \Psi_k \text{ при } k = 1..N_{\Psi}; j = 1..N_{\delta}. \quad (4)$$

В результаті розв'язання цих рівнянь отримують матрицю значень еквівалентної МРС, що відповідають фіксованим значенням потокозчеплення і повітряного зазору:

$$\mathbf{IW}_{ekv} = \begin{bmatrix} (IW_{ekv})_{1,1} & (IW_{ekv})_{1,2} & \dots & (IW_{ekv})_{1,N_{\Psi}} \\ (IW_{ekv})_{2,1} & (IW_{ekv})_{2,2} & \dots & (IW_{ekv})_{2,N_{\Psi}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (IW_{ekv})_{N_{\delta},1} & (IW_{ekv})_{N_{\delta},2} & \dots & (IW_{ekv})_{N_{\delta},N_{\Psi}} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Шляхом інтерполяції табличних залежностей, заданих матрицями (2) і (5), отримують неперервні функції двох змінних $F_e(IW_{ekv}, \delta)$ і $IW_{ekv}(\Psi, \delta)$. Останню використовують у рівняннях електромагнітних процесів:

$$i(t) = \frac{1}{W} IW_{ekv}(\psi(t), \delta(t)) + i_h^*(t) + i_{e.c}^*(t); \quad (6)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = u(t) - Ri(t); \quad (7)$$

$$i_{e.c}^*(t) = \frac{1}{R_{e.c}^*} (u(t) - Ri(t)); \quad (8)$$

$$i_h^*(t) = \frac{f_{l.st}}{R_{h.st}^* f_l(t)} (u(t) - Ri(t)), \quad (9)$$

де $i_{e.c}^* = i_{e.c}/W$; $i_h^* = i_h/W$; $R_{e.c}^* = R_{e.c}W^2$; $R_{h.st}^* = R_{h.st}W^2$; i – струм обмотки; f_l – частота струму; $i_{e.c}$ – МРС, що створюється вихровими струмами; i_h – МРС, що обумовлює реактивну складову намагніченості; $R_{e.c}$ – еквівалентний опір контурів замикання вихрових струмів; $R_{h.st}$ – фіктивний опір, що характеризує втрати на гістерезис при стандартній частоті струму $f_{l.st}$, для якої наведено довідкові дані щодо втрат.

Таким чином, моделювання виконується в 3 етапи:

- визначення матриць значень електромагнітної сили (2) і потокозчеплення (3) шляхом числових розрахунків просторового магнітного поля для різних комбінацій значень еквівалентної МРС і величини повітряного зазору;

- апроксимація табличних залежностей потокозчеплення від МРС аналітичними залежностями $\psi^{(j)}(IW_{ekv})$ і розв'язання рівнянь (4) для отримання матриці (5);

- побудова імітаційної моделі на підставі рівнянь (1), (6)–(9) з використанням матриць (2) і (5).

Перший етап виконується за допомогою однієї зі спеціальних програм, таких як Ansoft Maxwell, або Elcut, що здійснюють розрахунки тривимірного поля методом кінцевих елементів.

Третій етап також реалізується за допомогою спеціального програмного середовища, такого як Matlab Simulink. При цьому на підставі рівнянь (1), (6)–(9) складається динамічна структурна схема, де матриці (2) і (5) задаються у відповідних блоках, що здійснюють інтерполяцію табличних значень сплайн-функціями двох змінних.

Особливої уваги заслуговує другий етап моделювання, на якому необхідно перейти від залежностей $\psi(IW_{ekv}, \delta)$ до зворотних залежностей $IW_{ekv}(\psi, \delta)$. Це необхідно для того, щоб замість диференціювання величини потокозчеплення за часом, виконувати інтегрування величини проти-ЕРС, і за рахунок цього забезпечити високу точність розрахунку при невеликому часі моделювання. Але при цьому вноситься додаткова похибка, яка впливає на точність кінцевого результату. Величина цієї похибки істотно залежить від способу апроксимації табличних залежностей функціями $\psi^{(j)}(IW_{ekv})$.

Метою роботи є аналіз способів апроксимації

табличних залежностей потокозчеплення від еквівалентної МРС при побудові математичних моделей електромагнітних вібраційних приводів.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ.

Найбільш розповсюдженими методами апроксимації функцій є інтерполяція і метод найменших квадратів.

В роботі [10] залежність потокозчеплення від еквівалентної МРС пропонується інтерполювати сплайн-функцією. Перевагою такого методу є простота його реалізації: коефіцієнти кубічних сплайнів однозначно визначаються шляхом розв'язання системи лінійних рівнянь, отриманих з умов проходження всіх заданих точок і неперервності першої та другої похідних функції.

На рис. 1 наведено графіки функцій $\psi^{(j)}(IW_{ekv})$, отриманих в результаті інтерполяції розрахованих числовим методом табличних залежностей для різних значень величини повітряного зазору.

Рисунок 1 – Графіки функцій потокозчеплення від еквівалентної МРС, отримані шляхом інтерполяції кубічними сплайнами

Недоліком такого методу апроксимації є відсутність можливості адекватної екстраполяції сплайнами функцій потокозчеплення в області значень еквівалентної МРС, що перевищують максимальне значення $IW_{ekv.max}$. В результаті область значень функцій потокозчеплення для усіх величин повітряного зазору обмежується максимальною величиною потокозчеплення, отриманою для найбільшої δ. Тобто при завданні ряду фіксованих значень ψ для переходу до зворотних залежностей, найбільше з цих значень визначається як

$$\psi_{N_\psi} = \psi(IW_{ekv.max}, \delta_{max}).$$

В розглянутому прикладі (рис. 1) максимальній величині еквівалентної МРС $IW_{ekv.max} = 10$ кА при максимальному повітряному зазорі $\delta_{max} = 5$ мм відповідає величина потокозчеплення $\psi = 2,18$ Вб. Це

означає, що зворотні залежності $IW_{ekv}(\psi, \delta)$ можуть бути отримані тільки для діапазону 0..2,18 Вб (на рис. 1 – область, що лежить під горизонтальною пунктирною лінією).

Максимальна розрахована величина потокозчеплення має місце при максимальній МРС і мінімальному повітряному зазорі. В даному випадку вона складає 2,43 Вб (рис. 1). Для того, щоб розширити область визначення функції $IW_{ekv}(\psi, \delta)$ до цього значення, необхідно розрахувати потокозчеплення ще для ряду значень IW_{ekv} , більших за 10 кА, при всіх інших величинах повітряного зазору. Причому, при плануванні числового експерименту практично неможливо передбачити, при якому IW_{ekv} потокозчеплення при більшому зазорі досягне значення потокозчеплення, що було отримане для меншої величини зазору. Це призводить до зайвих розрахунків, і, як наслідок, – зайвої витрати машинного часу.

Другим недоліком інтерполяції є зайві викривлення характеристик, обумовлені похибками числових розрахунків магнітного поля. На рис. 1 це наочного видно на характеристиці, що відповідає величині повітряного зазору $\delta = 0,4$ мм. Розрахункові точки, що відповідають значенням 1,5 кА і 2 кА, були отримані з від'ємною похибкою, а 1 кА і 2,5 кА – з додатною. Внаслідок цього, в результаті інтерполяції отримуємо перегин сплайн-функції в точці 1,5 кА, який ніяк не можна пояснити з точки зору фізичних процесів. Так само, на інших характеристиках спостерігаються коливання інтерполюючої функції, що повторюють коливання розрахованих значень потокозчеплення, викликані похибками моделювання.

Для уникнення таких коливань необхідно замість інтерполяції використовувати апроксимацію методом найменших квадратів. Вид апроксимуючої функції потрібно обрати таким чином, щоб вона адекватно описувала залежність $\psi^{(j)}(IW_{ekv})$ не тільки в діапазоні значень IW_{ekv} , для яких проводились розрахунки потокозчеплення, але й за його межами. При цьому потрібно виходити в першу чергу з характерних особливостей залежностей потокозчеплення від МРС, обумовлених фізичними явищами в магнітній системі.

З графіків розрахованих залежностей $\psi^{(j)}(IW_{ekv})$, зокрема зображених на рис. 1, видно, що кожна з них має дві практично лінійні ділянки: при малих величинах потокозчеплення (на рис. 1 – діапазон $\psi = 0..1,7$ Вб), що відповідають ненасиченій сталі, і при занадто великих величинах потокозчеплення (на рис. 1 – область $\psi > 2,3$ Вб), що відповідають глибокому насиченню магнітопроводу. Лінійність першої ділянки обумовлена тим, що магнітний опір ненасиченого магнітопроводу електромагніта значно менший за магнітний опір повітряного зазору, тому результуючий магнітний опір є практично постійним. Остання ділянка характеризує

стан магнітної системи, коли сталь майже повністю насичена, тобто її магнітна проникність практично дорівнює магнітній проникності повітря. Загальний магнітний опір при цьому досягає найменшого значення, і практично не залежить від подальшого зростання МРС. Тому ця ділянка також є лінійною, але кут її нахилу є значно меншим у порівнянні з першою.

Із зазначених особливостей виходить, що апроксимуюча функція повинна мати дві асимптоти, що перетинаються. Таким умовам задовольняє гіпербола.

Запишемо канонічне рівняння гіперболи з центром на початку координат і фокусами на осі у:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1.$$

Для апроксимації будемо використовувати тільки нижню гілку гіперболи, оскільки вона, як і функція $\psi^{(j)}(IW_{ekv})$, має монотонно спадаючу похідну. Рівняння нижньої гілки:

$$y(x) = -\frac{a}{b} \sqrt{x^2 + b^2}.$$

Асимптоти даної функції розташовані симетрично відносно осі ординат. Варіюванням коефіцієнтів a і b можна змінювати тільки кут між асимптотами і фокальний радіус. Для того, щоб мати можливість повертати обидві асимптоти навколо початку координат, додаємо лінійну складову:

$$y(x) = -\frac{a}{b} \sqrt{x^2 + b^2} + k_r x,$$

де k_r – коефіцієнт ротації, що визначає поворот асимптот гіперболи відносно центру.

Перенесемо центр гіперболи в точку з координатами $(x_c; y_c)$:

$$y(x) = y_c - \frac{a}{b} \sqrt{(x - x_c)^2 + b^2} + k_r (x - x_c). \quad (10)$$

Оскільки при будь-яких величинах повітряного зазору нульовій МРС відповідає нульове потокозчеплення, графіки сімейства апроксимуючих функцій повинні проходити через початок координат. Підставивши у (10) $x = 0$, отримуємо рівняння:

$$y_c - \frac{a}{b} \sqrt{x_c^2 + b^2} - k_r x_c = 0,$$

звідки

$$\frac{a}{b} = \frac{y_c - k_r x_c}{\sqrt{x_c^2 + b^2}}. \quad (11)$$

Підставивши (11) в (10), після нескладних перетворень отримуємо рівняння апроксимуючої функції:

$$y(x) = (y_c - k_r x_c) \left(1 - \sqrt{\frac{(x - x_c)^2 + b^2}{x_c^2 + b^2}} \right) + k_r x. \quad (12)$$

Коефіцієнт нахилу верхньої асимптоти гіперболи (12) визначається як ліміт її похідної при нескінченному збільшенні x :

$$k_a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx} = \frac{k_r x_c - y_c}{\sqrt{x_c^2 + b^2}} + k_r. \quad (13)$$

Звідси

$$k_r = \frac{\frac{y_c}{\sqrt{x_c^2 + b^2}} + k_a}{\frac{x_c}{\sqrt{x_c^2 + b^2}} + 1}. \quad (14)$$

Визначення коефіцієнту k_r згідно (14) дає змогу встановлювати певне значення коефіцієнту нахилу верхньої асимптоти.

Тоді для апроксимації залежностей $\psi^{(j)}(IW_{ekv})$ можна використовувати сімейство апроксимуючих функцій

$$y^{(j)}(x) = (y_c^{(j)} - k_r^{(j)} x_c^{(j)}) \times \left(1 - \sqrt{\frac{(x - x_c^{(j)})^2 + b^{(j)2}}{x_c^{(j)2} + b^{(j)2}}} \right) + k_r^{(j)} x.$$

При визначенні коефіцієнтів $x_c^{(j)}, y_c^{(j)}, b^{(j)}, k_r^{(j)}$ потрібно враховувати особливості фізичних процесів, що описують функції $y^{(j)}(x)$.

По-перше, насичення сталі спостерігається при однакових величинах потокозчеплення, тому центри гіпербол повинні співпадати між собою за ординатою:

$$y_c^{(0)} = y_c^{(1)} = \dots = y_c^{(N_\delta)} = y_c.$$

По-друге, при глибокому насиченні сталі результуюча магнітна провідність є практично однаковою для будь-яких величин повітряного зазору, тому верхні асимптоти гіпербол повинні мати однаковий коефіцієнт нахилу:

$$k_a^{(0)} = k_a^{(1)} = \dots = k_a^{(N_\delta)} = k_a.$$

Для визначення необхідного коефіцієнту нахилу верхньої асимптоти найбільш інформативною є залежність потокозчеплення від еквівалентної МРС, розрахована для найменшої величини повітряного зазору, оскільки вона містить найбільшу кількість розрахункових точок в області насичення сталі. У зв'язку з цим, пропонується наступний алгоритм визначення коефіцієнтів апроксимуючих функцій.

Для першої функції $y^{(0)}(x)$, що відповідає найменшій величині повітряного зазору, всі 4 параметри $x_c^{(0)}, y_c^{(0)}, b^{(0)}, k_r^{(0)}$ визначаються з умови мінімуму суми квадратів відхилень від заданих точок. Причому ордината центру гіперболи $y^{(0)}(x)$ буде спільною для всього сімейства функцій $y^{(j)}(x)$: $y_c = y_c^{(0)}$.

Згідно (13), визначається коефіцієнт нахилу вер-

хньої асимптоти гіперболи $y^{(0)}(x)$, який також буде однаковим для всіх $y^{(j)}(x)$:

$$k_a = \frac{k_r x_c^{(0)} - y_c^{(0)}}{\sqrt{x_c^{(0)2} + b^{(0)2}}} + k_r^{(0)}.$$

Далі, з умови мінімуму квадратичних відхилень визначаються коефіцієнти $x_c^{(j)}, b^{(j)}, k_r^{(j)}$ для $j = 1..N_\delta$. При цьому під час кожного циклу величини x_c і b задаються як незалежні параметри, а коефіцієнт k_r розраховується згідно (14).

На рис. 2 наведено графіки функцій потокозчеплення від еквівалентної МРС, отримані шляхом апроксимації гіперболічними функціями методом найменших квадратів для тих самих даних, що і розглянутий вище метод інтерполяції. За графіками видно, що на відміну від попереднього методу (рис. 1), апроксимуючі функції не мають точок перегину і охоплюють вдвічі більший діапазон значень еквівалентної МРС, ніж діапазон, для якого були виконані числові розрахунки магнітного поля.

ВИСНОВКИ. При побудові математичних моделей електромагнітних вібраційних приводів важливим етапом є апроксимація отриманих числовим методом залежностей потокозчеплення від еквівалентної МРС аналітичними функціями. При цьому доцільно використовувати один з двох методів: інтерполяцію кубічними сплайнами, або апроксимацію гіперболічними функціями за критерієм найменших квадратичних відхилень.

Інтерполяція сплайн-функціями є більш простою у реалізації, але отримані функції мають нехарактерні для фізичного процесу викривлення, зумовлені похибками числових розрахунків магнітного поля. Область визначення сплайн-функцій обмежується діапазоном значень еквівалентної МРС, для яких було розв'язано польові задачі. Тому, для використання цього методу необхідно, по-перше, розраховувати потокозчеплення з високою точністю, а, по-друге, для охоплення всього необхідного діапазону значень потокозчеплення, числовий експеримент повинен бути спланований таким чином, що при збільшенні величини повітряного зазору кількість розрахункових точок за еквівалентною МРС повинна також збільшуватись.

Апроксимація гіперболічними функціями передбачає застосування більш складного алгоритму, але дає можливість адекватно описувати характер залежностей потокозчеплення від еквівалентної МРС навіть при значних похибках числових розрахунків. Область визначення апроксимуючих функцій значно перевищує діапазон значень МРС, для яких було проведено числові розрахунки. Це дає змогу охопити весь необхідний діапазон значень потокозчеплення для всього ряду величин повітряного зазору без збільшення кількості розрахункових точок.

Рисунок 2 – Графіки функцій потокозчеплення від еквівалентної МРС, отримані шляхом апроксимації гіперболічними функціями методом найменших квадратів

ЛІТЕРАТУРА

1. Ланець О.С. Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): монографія. – Львів: Вид. Національного університету "Львівська політехніка", 2008. – 324 с.
2. Бондар Р.П. Електромеханічні характеристики коаксіально-лінійного синхронного вібратора установки для безтраншейної проходки горизонтальних свердловин // Технічна електродинаміка. – 2008. – № 2. – С. 31–35.
3. Вибрации в технике: справочник: в 6-ти т. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4: Вибрационные процессы и машины: под ред. Э.Э. Лавендела, 1981. – 509 с.
4. Despotovic Z.V., Ribic A.I., Sinic V. Modelling and control of electromagnetic vibratory actuator applied in vibratory conveying drives // Infotech-Jahorina. – 2013. – Vol. 12. – PP. 1049–1054.
5. Шовкун О.П., Козбур І.Р. Електромагнітний вібраційний привід живильника // Матеріали XIX наукової конференції Тернопільського національного технічного університету ім. І. Пулюя. – Тернопіль: ТНТУ, 2016. – С. 131–132.
6. Bracacescu C., Sorica C., Manea D., Ivancu B., Popescu S. Theoretical researches on kinematics and dynamics of vibrating sieves electromagnetically driven // ACTA Technica Corviniensis – Bulletin of Engineering. – 2014. – Fascicule 4, T. VII. – PP. 75–78.
7. Сілін Р.І., Третько В.В., Гордєєв А.І. Дослідження динамічної моделі резонансного вібраційно-го верстата для доведення плоских поверхонь // Вібрації в техніці та технологіях. – 2014. – № 2 (74). – С. 89–92.
8. Гурський В.М., Ланець О.С., Шпак Я.В., Лозинський В.І. Вплив нелінійності зусилля електромагнітного приводу на динаміку вібраційних машин // Вібрації в техніці та технологіях. – 2011. – № 1(61). – С. 25–31.
9. Jee-Hou Ho, Van-Du Nguyen, Ko-Choong Woo. Nonlinear dynamics of a new electro-vibro-impact system // Nonlinear dynamics. – 2011. – Vol. 36. – PP. 35–49.
10. Черно А.А. Динамическая модель электромагнитного вибрационного привода // Технічна електродинаміка. – 2014. – № 2. – С. 37–43.
11. Назаренко І.І. Прикладні задачі теорії вібраційних систем: навч. посібник. – К.: ІСДО, 1993. – 216 с.
12. Баскаков А.В. Математическое описание вибростолы с бетонной смесью как объекта управления // Электротехнические системы и комплексы: межвузовский сб. науч. тр. – Вып. 6: под ред. А.С. Карандаева, К.Э. Одинцова. – Магнитогорск: МГТУ, 2002. – С. 295–299.
13. Черно А.А., Гуров А.П., Грань А.Н., Топалов А.Н. Расчет трехмерного магнитного поля электромагнитного вибратора с шихтованным магнитопроводом // Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – Кременчук: КрНУ, 2013. – Вип. 2/2013 (22). – Ч. 2 – С. 25–28.

PECULIARITIES OF THE CREATING OF ELECTROMAGNETIC VIBRATION DRIVE SYSTEMS MATHEMATICAL MODELS

O. Chernov, A. Hurov, L. Bugrim

Admiral Makarov National University of Shipbuilding
prosp. Heroiv Ukrainy, 9, Mykolaiv, 54025, Ukraine. E-mail: oleksandr.chernov@nuos.edu.ua

Relevance of the work. Electromagnetic vibrating drive systems are used on vibrating conveyors, feeders and other

vibro-technological devices that require automatic regulation of vibration parameters during operation. They are also used on vibrating tables for the manufacture of high-quality concrete products by high-frequency vibration seal. When designing such devices, it is necessary to model electromechanical processes in electromagnetic vibration drives for the rational choice of their parameters. Therefore, the development of mathematical models of such drives is an actual scientific problem. Recently, models based on the approximation of the results of numerical calculations of three-dimensional fields in the magnetic system of an actuator have become widely used for modeling of electromechanics. **The aim of the work** is to analyze methods for approximating the dependence of the flux linkage of an electromagnetic vibrator on the magnetomotive force and the air gap value during the creation of mathematical models of electromagnetic vibration drive systems. **Results.** Two basic methods are considered: interpolation by cubic splines and approximation method of least squares. For the second method, a special kind of hyperbolic function has been developed that adequately reflects the features of physical processes. It is shown that the spline functions have distortions due to errors in numerical calculations of the magnetic field, and their range of detection is limited by the range of magnetomotive force values for which the field tasks were solved. As a result, the range of the flux linkage values is limited by the value corresponding to the maximum air gap. Approximation by hyperbolic functions involves the use of a more complex algorithm, but it makes it possible to adequately describe the nature of the flux-linkage dependences on the magnetomotive force, even with significant errors in numerical calculations. The range of the approximating functions can go beyond the range of tabular dependencies, it allows us to cover the entire required range of flux-linkage values for the entire range of air gap values. References 13, figures 2.

Key words: electromagnetic vibration drive system, mathematical model.

REFERENCES

1. Lanets, O.S. (2008), *Vysokoefektyvni mizhrezonansni vibratsijni mashyny z elektromagnitnym pryvodom (Teoretychni osnovy ta praktyka stvorennja)* [High efficiency interresonance vibrating machines with electromagnetic drive (Theoretical foundations and building practice)], *NULP*, Lviv. (in Ukrainian)
2. Bondar, R.P. (2008), "Electromechanical characteristics of coaxial synchronous linear vibrator settings for trenchless tunneling horizontal drill-wine", *Tekhnichna elektrodynamika*, Vol. 2, pp. 31–35. (in Ukrainian)
3. Lavendel, E.E. (1981), *Vibratsii v tekhnike: spravochnik v 6-ti t., T. 6: Vibratsionnyie protsessy i mashyny* [Vibrations in the technique: Reference book. In 6 vol., Vol. 6: Vibrational processes and machines], *Mashinostroenie*, Moscow. (in Russian)
4. Despotovic, Z.V., Ribic, A.I. and Sinic, V. (2013), "Modelling and control of electromagnetic vibratory actuator applied in vibratory conveying drives", *Infotech-Jahorina*, Vol. 12, pp. 1049–1054.
5. Shovkun, O.P. and Kozbur, I.P. (2016), "Electromagnetic vibration drive system of the feeder", *Materialy XIX naukovoї konferentsiyi Ternopil'skogo natsionalnogo tekhnichnogo universitetu im. I. Puluiua*, pp. 131–132. (in Ukrainian)
6. Bracacescu, C., Sorica, C., Manea, D., Ivancu, B. and Popescu, S. (2014), "Theoretical researches on kinematics and dynamics of vibrating sieves electromagnetically driven", *ACTA Technica Corviniensis – Bulletin of Engineering*, Fascicule 4, Iss. VII, pp. 75–78.
7. Silin, R.I., Tretko, V.V. and Gordeev, A.I. (2014), "Study of dynamic model resonant vibrating machines for lapping flat surfaces", *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*, Vol. 2, no. 74, pp. 89–92. (in Ukrainian)
8. Hurskyi, V.M., Lanets, O.S., Shpak, Y.V. and Lozynskyi, V.I. (2011), "Influence of the electromagnetic actuator force nonlinearity on the dynamics of vibrating machines", *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*, Vol. 1, no. 61, pp. 25–31. (in Ukrainian)
9. Jee-Hou, Ho, Van-Du, Nguyen and Ko-Choong, Woo (2011), "Nonlinear dynamics of a new electro-vibro-impact system", *Nonlinear dynamics*, Vol. 36, pp. 35–49.
10. Chernov, A.A. (2014), "Dynamic model of electromagnetic vibration drive", *Tekhnichna elektrodynamika*, Vol. 2, pp. 37 – 43. (in Russian)
11. Nazarenko, I.I. (1993), *Prykladni zadachi teorii vibratsiinykh system* [Applied problems of the vibration systems theory], *ISDO*, Kyiv. (in Ukrainian)
12. Baskakov, A.V. (2002), "Mathematical description of a vibration table with a concrete mixture as a control object", *Elektrotekhnicheskie sistemy i komplekсы*, Vol. 6, pp. 295–299. (in Russian)
13. Chernov, A.A., Hurov, A.P., Gran, A.N. and Topalov A.N. (2013), "Calculation of three-dimensional magnetic field of electromagnetic vibrator with laminated magnet", *Electromechanical and energy saving system*, Vol. 2, part 2, pp. 25 – 28. (in Russian)

Стаття надійшла 22.08.2018.