**ФІЗИЧНЕ І МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБҐРУНТУВАННЯ СКЛАДУ СУМІШІ
ДЛЯ ЗАКЛАДАННЯ ВИРОБЛЕНОГО ПРОСТОРУ НА РУДНИКАХ****О. К. Іщенко**

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

ORCID: 0000-0003-2449-5258**К. С. Іщенко**

Інститут геотехнічної механіки ім. М.С. Полякова НАН України

ORCID: 0000-0003-2237-871X

Для визначення оптимального складу суміші для закладання відпрацьованих блоків рудних шахт і утилізації відходів переробки гірничодобувного комплексу, деревопереробної та металургійної промисловості за рахунок поліпшення їх фізико-механічних характеристик виконані дослідження з розробки нових складів пружно-пластичної твердіючої суміші, що розширюється. Основними компонентами яких було обрано: природний ангідрит (сульфат кальцію – CaSO_4), доломіто-вапняна суміш, доломітовий пи́л, супутні породи при видобутку уранових руд. Оптимізацію складу сумішей виконано з використанням лінійної моделі планування експериментів і розробленої методики досліджень. Вибір і обґрунтування із запропонованих складу сумішей, що розширюються, виконано з використанням розробленої інтервальної регресійної моделі методом послідовної редукції. Проведено порівняльний аналіз розробленої інтервальної та звичайної моделей. Виконано експериментальні і аналітичні дослідження впливу вологості твердіючої суміші на швидкість її пресування в процесі формування закладного масиву. Розрахунок швидкості поширення тиску пресування в об'ємі суміші, що твердіє, проведено методом скінченних різниць. Отримано залежності відносної деформації ущільнення суміші, що твердіє, від показників водотвердого співвідношення (В/Т) і тиску пресування. Виявлено, що зміна модуля деформації залежить від фракційного складу компонентів в суміші і водотвердого співвідношення та знаходиться в поліноміальній залежності під час зміни інтенсивності зовнішнього навантаження в діапазоні 0-3,0 МПа з високим коефіцієнтом детермінації рівним, $R^2 = 0,97-0,99$. Доведено, що зі збільшенням вологості сили зчеплення в складі суміші з компонентами із дрібних фракцій знижуються, а з великими фракціями – зростають.

Ключові слова: гірничодобувна промисловість, відходи, регресія, довірчий інтервал, інтервальна цільова функція, оптимізація, закладна суміш, метод послідовної редукції.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. При розробці родовищ корисних копалин з подальшою переробкою мінеральної сировини створені масштабні джерела постійного негативного впливу на об'єкти навколишнього середовища. Однією з найбільш екологічно небезпечних є гірничодобувна промисловість, на частку якої припадає дві третини відходів.

В даний час видобувними галузями України складовано в відвалах і хвостосховищах близько 25-30 мільярдів тонн гірської породи і відходів переробки, які постійно накопичуються. Вони зосереджені в більш ніж 1300 породних відвалах і териконах, з них токсичних – 5 млрд. т, що в перерахунку на одного жителя є найбільшим показником серед країн Західної і Центральної Європи [1–5]. При цьому, річні темпи накопичення відходів в Україні сягають 1 млрд. т, а побутових – 10 млн. т. Така загрозлива тенденція – наслідок неефективної, матеріаломісткою і енерговитратною системи виробництва і низького рівня утилізації відходів. Техногенні відходи родовищ, як правило, містять велику кількість екологічно шкідливих компонентів, що є джерелом негативного впливу на навколишнє природне середовище (НПС) і здоров'я людини.

Що стосується гірничодобувних підприємств України по видобутку уранової сировини, то наша держава входить в десятку найбільш розвинутих країн у галузі атомної енергетики. Тільки розвідані запаси можуть забезпечити більш ніж на 100-річну потребу АЕС України у природному урані. На сьогоднішній день рівень видобутку урану дозволяє не тільки задовольнити власні потреби, але й експортувати за кордон значні об'єми уранової сировини [6, 7].

Проте, видобуток уранової сировини сприяє накопиченню екологічних проблем (порушення природного рельєфу, поява деформацій земної поверхні в місцях відпрацьованих рудних блоків шахт, утворення величезних наземних радіоактивних сховищ відходів від процесу переробки уранових руд – хвостів, збільшення рівня запиленості місцевості, вирішення яких є пріоритетним для гірничодобувних підприємств. Одним з способів вирішення цих проблем – це закладка відпрацьованих просторів шахт. Витрати на виконання цих робіт визначаються, насамперед, обраним способом формування штучного масиву, використовуваним обладнанням закладного комплексу, конструкціями ізолюючих перемичок і складом суміші, що є основою твердіючої закладки. Для виготовлення закладної суміші необхідна наявність різного виду матеріалів: в'язких заповнювачів, мікронаповнювачів, активуючих і пластифікуючих добавок. При цьому підбір складу закладного матеріалу необхідно здійснювати таким чином, щоб домогтися оптимального співвідношення між вартісними і якісними показниками суміші, а також, по можливості, максимально утилізувати відходи промислового виробництва [8, 9].

Тому, визначення оптимального складу суміші, яка використовується для закладання відпрацьованих просторів шахти, на сьогоднішній день є *актуальною задачею*.

Робота виконується згідно комплексної програми Національної академії наук України з розвитку атомної енергетики «Розвиток наукових основ та вдосконалення методів і засобів підвищення ефективності та безпеки ведення гірничих робіт при видобутку уранових руд» (№ ДР 0117U004231).

Мета роботи – провести обґрунтування методами фізичного і математичного моделювання оптимального складу суміші для закладання виробленого простору на рудниках шляхом побудови нової математичної моделі оптимізації з урахуванням даних експерименту.

МАТЕРІАЛ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Досвід розробки рудних родовищ підземним способом системами із закладанням виробленого простору сумішами, що твердіють показує, що в собівартості видобутку руди витрати на закладку становлять 11-13%, при цьому на частку в'язучого компонента доводиться 40-60% всіх витрат при виробництві закладного матеріалу [6, 10]. Тому, широке застосування закладки, що твердіє, можливо тільки за умови, коли в її приготуванні використовують дешеві в'язучі речовини – відходи місцевого виробництва при переробці металургійної і гірничорудної сировини. До них можна віднести доменні гранульовані шлаки, відходи алюмінієвого виробництва, вапняно-золині та золяно-цементні в'язучі, міцність яких при формуванні штучних циліндрів із закладки, що твердіє, повинна складати приблизно 3,0-10,0 МПа. З цього випливає, що поліпшення екологічної безпеки високонавантажених промислових регіонів – це широке використання у виготовленні твердіючих сумішей для закладання виробленого простору відхо-

дів гірничо-металургійного, деревопереробної та хімічних виробництв.

Обґрунтування складу суміші для закладання виробленого простору з використанням методів математичного моделювання

Видобуток уранових руд в Україні веде ДП СхідГЗК на трьох із дванадцяти родовищах: Ватутінське (ш. Смолінська), Северинське, Центральне (ш. Інгільська) і Ново-Костянтинівське камерними системами розробки з закладанням виробленого простору сумішами, що твердіють. Використання їх обумовлене необхідністю забезпечення належним управлінням гірським тиском, повним і якісним вийманням цінних корисних копалин, можливістю утилізації твердих відходів гірничого виробництва в видобувних камерах та створення безпечних умов існування об'єктів цивільного і промислового призначення на територіях з розвинутою інфраструктурою.

На даний момент на шахтах ДП СхідГЗК використовують суміш, в складі якої в якості в'язучого присутні доменні шлаки Криворізьського та Кам'янського металургійних комбінатів та заповнювача – піску різного мінералогічного та гранулометричного складу при їх співвідношенні 1:3 і вологістю, яка не перевищує 5% [7]. Основний склад і характеристики суміші заповнювача приведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Компоненти, що входять до складу суміші для закладання виробленого простору на шахтах ДП «СхідГЗК»

Компоненти	Вміст компоненту в суміші, %	Характеристики суміші	
		Вологість, %	Міцність, МПа
Доменний шлак: 55% фракції $d_{фр.} = 0,074$ мм та 40% фракції $d_{фр.} = +0,074-0,14$ мм	10-20	5,0	3,0-10,0
Пісок	55-65	5,0	
Вода	10-15	–	

Як видно з представлених даних, доменний шлак, що є відходами металургійного виробництва і використовується в якості в'язучого в суміші, міцність якої відносно невелика (3,0 - 10,0 МПа), має незначну перевагу серед сумішей в яких в якості пріоритетів можна використовувати тверді відходи переробки уранових руд, природний ангідрит, доломіто – вапняну суміш, доломітовий пил, лігносульфонати, алюмокалієвий галун. При цьому, тверді відходи переробки уранових руд в тій чи іншій мірі містять радіоактивні елементи і тому специфічні. В зв'язку з цим в умовах ДП «Схід ГЗК» проведені лабораторні дослідження щодо покращення показників деяких хвостів, які сприятимуть збільшенню відсоткового вмісту їх у сумішах.

Після проведення лабораторних досліджень та визначення орієнтовних параметрів твердіючої закладки на основі хвостів – відходи переробки уранових руд на гірничо-металургійному заводі (ГМЗ) для остаточних висновків був проведений промисловий експеримент з дотриманням натуральних умов (приготування твердіючої суміші на комплексі для закладання, транспортування її в камери гідротранспортом, твердіння її у відпрацьованих камерах і т.п.). Міцність та структуру масиву, заповнену твердіючою сумішшю, оцінювали по ступеню виходу

керну, який склав 80-100%, а також ультразвуковий метод контролю міцності, структури та стійкості масиву в місцях оголень.

З урахуванням результатів проведених досліджень можна зробити висновок, що збільшення об'ємів використання хвостів має доволі непогані перспективи, проте на даний момент ця галузь залишається недовикористаною.

Що стосується інших компонентів, то вони є привозними і в більшості своїй також є відходами збагачувальних комбінатів, наприклад, доменний шлак є відходом металургійної галузі, лігносульфонати – деревопереробної промисловості, доломітовий пил, алюмокалієвий галун – продукти хімічної промисловості. Технічна вода використовується в якості розчинника.

Формування якісного матеріалу для закладання можливо за рахунок поліпшення його фізико-механічних і деформаційних характеристик. В зв'язку з цим, в НТУ «Дніпровська політехніка» разом з ІГТМ НАН України виконані дослідження по розробці складів суміші для закладання, що розширюється при твердінні, основним компонентом яких було обрано природний ангідрит (сульфат кальцію - CaSO_4), доломіто-вапняну суміш, а в якості в'язучого – використання інгредієнтів, які є відхо-

дами переробки гірничовидобувного та хімічного комплексу, деревопереробної та металургійної промисловості.

Лабораторні дослідження з обґрунтування раціональних співвідношень компонентів твердіючої суміші проводили з використанням лінійної моделі планування експериментів та згідно розробленої методики досліджень по вивченню впливу газовиділень на міцність структури коміркової суміші в залежності від різних технологічних факторів – водотвердого співвідношення (В/Т) при оптимізації її складу, коефіцієнту спучування поверхні коміркової

суміші, яка базується на апробованих методиках [11–12].

Відмітна особливість нової розробленої методики [13–16] полягає в тому, що для оцінки впливу водотвердого співвідношення (В/Т) на коефіцієнт спучування поверхні коміркових сумішей при оптимізації складів в період їх спучування до повного схоплювання, розроблено спеціальний стенд, загальний вигляд якого наведено на рис. 1 [13].

За результатами експериментальних вимірів встановлені закономірності зміни коефіцієнту спучування поверхні від часу для трьох складів з різним В/Т співвідношенням (рис. 2).

Рисунок 1 – Загальний вигляд стенду для досліджень по оптимізації складу коміркової твердіючої суміші

Рисунок 2 – Залежність коефіцієнта спучування (α) коміркової суміші у часі для сумішей 1, 2 і 3 при В/Т:

а) – 0,12; б) – 0,15; в) – 0,17

Виявлено, що коефіцієнт спучування поверхні залежить від якісного вмісту компонентів в суміші і водотвердого співвідношення та знаходиться в поліноміальній залежності від часу початку спучування поверхні з високим коефіцієнтом детермінації рівним $R^2 = 0,9-0,99$. Результати випробувань сумішей дозволили визначити інтервали оптимального В/Т співвідношення, який склав 0,12-0,17. Встановлено, що надмірна кількість води в суміші, необхідна для повної гідратації частинок ангідриду і добавок, що додавали до суміші, знижує її в'язкість та погіршує структуру суміші, веде до її осадження і зниження фізико-механічних властивостей. Відсутність або мінімальне газовиділення через поверхню може служити об'єктивним критерієм оцінки умов взаємодії процесів газовиділення і утворення структури досліджуваної коміркової суміші.

Аналіз досліджень показує, що для обраного складу суміші і умов її формування встановлено

оптимальне значення В/Т співвідношення, при якому зафіксовано максимальний приріст об'єму здимання суміші, мінімальне газовиділення через поверхню і відсутність усадки. Так, збільшення або зменшення В/Т співвідношення призводить до швидкої стабілізації процесу здимання і викликає руйнування структури матеріалу зі зниженням його міцності. Звідси випливає, що розроблені склади сумішей характеризуються дуже вузьким інтервалом оптимального В/Т (0,12-0,17), що забезпечує формування якісної коміркової суміші.

Розроблені склади сумішей, що розширюються при твердінні, пройшли випробування по визначенню фізико-механічних властивостей згідно апробованих методів та діючих Держстандартів [17–19]. Основні фізико-механічні властивості розроблених твердіючих сумішей наведено в табл. 2.

Таблиця 2 – Розроблені нові склади сумішей, що твердіють, для закладання виробленого простору і їх фізико-механічні властивості

Склад сумішей в масових частках, %	Фізико-механічні властивості сумішей								
	Щільність, ρ , кг/м ³	Коеф. внутрішнього тертя, k	Коеф. пластичності, β	Час схоплювання суміші, t , час.	Міцність суміші $\sigma_{ср}$, МПа	Модуль Юнга, E , ГПа	Розширення суміші, в %	Тиск при розширенні суміші, P , МПа	Зчеплення, C , МПа
1) Алюмокалієвий галун – 6,5 - 8,8; Вода – 18,3 - 22,0; Природний ангідрит, 40% фракції $d_{фр.} = 0-0,2$ мм, 60% подрібненої гірничої породи – граніт з вмістом урану фракції $d_{фр.} = 0,4-1,0$ мм (супутні породи від видобутку уранових руд) – Решта	1850 - 1970	0,2-0,24	–	0,3-0,5	15-20	4,5	–	–	0,08-0,1
2) Алюмокалієвий галун – 5,5 - 7,8; Лігносульфо-нати – 6,5 - 13,3; Вода – 18,7 - 20,8; Доломіто-вапняна суміш, 40% фракції $d_{фр.} = 0,2-0,5$ мм, 30% подрібненої гірничої породи – граніт з вмістом урану, фракції $d_{фр.} = 2,0-4,0$ мм (супутні породи від видобутку уранових руд), 30% хвостів – продукт переробки уранових руд, фракції $d_{фр.} = 0,25-0,3$ мм і вологістю 12-15% – Решта	1950 - 2050	0,3-0,4	2,3 - 2,5	0,5-0,8	25- 30	4,48	1,5 - 2,3	–	0,1-0,15
3) Алюмокалієвий галун – 10,1 - 13,4; Вода – 22,4 - 25,6; Лігносульфонати – 8,5 - 10,3; 40% доломітового пилу, 60% подрібнена гірничої породи – граніт з вмістом урану міцністю $f=14-16$, діаметром фракції $d_{фр.} = 3,5-5,0$ мм (супутні породи від видобутку уранових руд) – Решта	1780,0 - 1860,0	0,25-0,3	1,18 - 1,20	0,6-0,9	30- 35	4,78	1,5-2,0	1,0-2,0	0,15-0,25

Отже, головна задача вибору та обґрунтування оптимального складу суміші для закладання, враховуючи наступні умови, залежить від: міцності отриманої суміші, яка має бути максимальною; вартості суміші, яка не повинна перевищувати певних на час використання прогнозованих показників ціноутворення і останні параметри (щільність, деформація, зчеплення, час початку схоплювання) не мають виходити за межі варіювання, задані технологічними нормами.

Обґрунтування складу суміші проведено з використанням інтервальної регресійної моделі [20]. До початку проведення відповідних обчислень по рішенню оптимізаційної задачі побудуємо математичну модель, в якій виконаємо наступні позначення: x_i частку i -го складового компонента суміші ($i = 1, 7$), $\varphi(x)$, $\theta(x)$, $\tau(x)$, $\delta(x)$, $\psi(x)$ – функції, які описують міцність, щільність, час початку твердіння, деформацію та зчеплення суміші відповідно, c_i – вартість однієї тонни i -го складового компонента суміші, $b_{\min}, b_{\max}$, $d_{\min}, d_{\max}$, $f_{\min}, f_{\max}$, $g_{\min}, g_{\max}$ – граничні показники щільності, часу початку твердіння, деформації та зчеплення відповідно, y – функція, що описує вартість суміші.

Тобто, для розрахунків маємо, що вартість кожного складового компоненту суміші складає: алюмокалієвий галун – 69,27 грн/т, доломітовий пил – 29,15 грн/т, лігносульфонати – 20,25 грн/т, вода – 14,75 грн/т, доменний шлак – 18,45 грн/т, природний ангідрид – 17,5 грн/т, супутня подрібнена гірничо-порода – граніт – 21,0 грн/т.

Загальна математична модель поставленої задачі може бути описана у вигляді:

$$\varphi(x) \rightarrow \max \quad (1)$$

$$b_{\min} \leq \theta(x) \leq b_{\max}, \quad (2)$$

$$d_{\min} \leq \tau(x) \leq d_{\max}, \quad (3)$$

$$f_{\min} \leq \delta(x) \leq f_{\max}, \quad (4)$$

$$g_{\min} \leq \psi(x) \leq g_{\max}, \quad (5)$$

$$y = \sum_{i=1}^7 c_i \cdot x_i \leq y_{\max}, \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i = 1, \quad (7)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, 7, \quad (8)$$

де (2) – (5) – обмеження на технологічні характеристики суміші: x_1 – доломіто-вапняна суміш, x_2 – вода, x_3 – алюмокалієвий галун, x_4 – лігносульфонати, x_5 – доменний шлак, x_6 – ангідрид, x_7 – супутні породи від видобутку та переробки уранових руд.

Для конкретизації моделі визначимо аналітичний вигляд функцій міцності, щільності, часу початку твердіння, деформації та зчеплення як множинну лінійну регресію від компонентів суміші, використовуючи понад 300 варіантів дослідних даних.

Для побудови цих залежностей скористаємося стандартною функцією MS Excel «Ліній». Здійснивши перевірку значущості коефіцієнтів регресії за критерієм Стюдента і видаливши незначущі змінні

з рівнянь, отримаємо функцію в такому аналітичному вигляді:

$$\varphi(x) = 47.31x_1 + 26.36x_2 + 93.76x_3 - 12.25x_6 + 33.41x_7, \quad (9)$$

$$\theta(x) = 2087.5x_1 + 1918.5x_2 + 2296.8x_3 + 1616.9x_4 + 1910.1x_5 + 2195.6x_6 + 2081.6x_7, \quad (10)$$

$$\tau(x) = 0.67x_2 - 0.55x_3 + 1.36x_4 + 0.54x_5 + 0.62x_6, \quad (11)$$

$$\delta(x) = 6.15x_2 - 7.75x_3 + 9.67x_4 + 6.23x_5, \quad (12)$$

$$\psi(x) = 0.45x_2 + 0.26x_5 + 1.48x_6. \quad (13)$$

Розраховуючи коефіцієнти детермінації отриманих регресійних моделей маємо, що їх значення будуть не менш 0,964. Отже модель враховує не менше ніж 96,4% факторів, що впливають на наведені характеристики. Перевірка значимості рівнянь регресії виконано на основі обчислень F-критерію Фішера: $F_0 = 14590,12$; $F_0 = 24712,6$; $F_t = 2979,6$; $F_8 = 1143,9$; $F_{\psi} = 5903,6$. Ці значення суттєво перевищують табличне значення $F_{кр} = 3,68$, а отримані рівняння регресії з похибкою не нижче 0,05 слід визнати адекватними.

Зауважимо, що отримані значення коефіцієнтів регресії залежать від дослідних даних, і тому є наближеними.

По результатам розрахунків розроблених регресійних моделей побудовано залежність міцності суміші на прикладі однієї незалежної змінної, яка присутня в суміші – алюмокалієвий галун і побудуємо відповідну лінію регресії f_1 та довірчий інтервал для неї – $(f_{1(\min)}; f_{1(\max)})$, рис. 3) [21].

Із цього маємо, що окрім знайденого рівняння f_1 , довірчий інтервал містить скільки завгодно рівнянь, що також є адекватними рівняннями регресії, які описують дану залежність (див. рис. 2).

Слід зазначити, що враховуючи цей факт, а саме, коли на етапі побудови математичної моделі, функція міцності суміші, має вигляд:

$$\varphi(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7, \quad (14)$$

де коефіцієнти a_i , $i = 1, 2, \dots, 7$ задано у вигляді довірчих інтервалів. Для їх знаходження розіб'ємо вихідний масив даних на десять рівних частин (по 30 значень у кожній) і для кожної окремої частини побудуємо рівняння регресії і обчислимо довірчі інтервали для цих коефіцієнтів.

$$45.49 \leq a_1 \leq 48.95$$

$$24.69 \leq a_2 \leq 28.24$$

$$91.48 \leq a_3 \leq 96.52$$

$$-20.18 \leq a_4 \leq -12.88$$

$$2.88 \leq a_5 \leq 5.17$$

$$-14.07 \leq a_6 \leq -10.81$$

$$27.58 \leq a_7 \leq 39.05$$

Рисунок 3 – Графік залежності міцності суміші від вмісту алюмокалієвого галуна

Тоді отримаємо наступну інтервальну модель:

$$\varphi(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 + a_6x_6 + a_7x_7 \rightarrow \max, \quad (15)$$

$$2087,5x_1 + 1918,5x_2 + 2296,8x_3 + 1616,9x_4 + 1910,1x_5 + 2195,6x_6 + 2081,6x_7 \leq 2096, \quad (16)$$

$$0,67x_2 - 0,55x_3 + 1,36x_4 + 0,54x_5 + 0,62x_6 \leq 0,5 \quad (17)$$

$$6,15x_2 - 7,75x_3 + 9,67x_4 + 6,23x_5 \leq 4, \quad (18)$$

$$0,45x_2 + 0,26x_5 + 1,48x_6 \leq 0,7, \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i = 1, \quad (20)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, 7, \quad (21)$$

де a_i – довірчі інтервали коефіцієнтів регресії, а інші змінні мають той самий сенс, що і в задачі (1) – (8).

Зрозуміло, що при такій постановці задачі, стверджувати про оптимізацію в звичайному сенсі не можливо, оскільки значення цільового функціоналу також буде являти собою деякий інтервал. Тоді слід відшукати лише деяке компромісне рішення задачі.

Розглянемо поставлену задачу, як багатокритеріальну задачу із нескінченною множиною критеріїв.

Для її розв'язання скористаємось методом *последовної редукції* (МПР) [22]. Для цього визначимо функції $\varphi(x)_{\min}$ та $\varphi(x)_{\max}$, шляхом звернення до двох крайніх цільових функцій, коефіцієнтами яких виступають граничні значення довірчого інтервалу. Тоді розглянемо двокритеріальну задачу, функція якої має вигляд:

$$\begin{aligned} \varphi(x)_{\min} = & 45,49x_1 + 24,69x_2 + 91,48x_3 - 20,18x_4 + \\ & + 2,88x_5 - 14,07x_6 + 27,58x_7 \rightarrow \max, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \varphi(x)_{\max} = & 48,95x_1 + 28,24x_2 + 96,52x_3 - 12,88x_4 + 5,17x_5 - \\ & - 10,81x_6 + 39,05x_7 \rightarrow \max, \end{aligned} \quad (23)$$

при наступних обмеженнях:

$$2087,5x_1 + 1918,5x_2 + 2296,8x_3 + 1616,9x_4 + 1910,1x_5 + 2195,6x_6 + 2081,6x_7 \leq 2096, \quad (24)$$

$$0,67x_2 - 0,55x_3 + 1,36x_4 + 0,54x_5 + 0,62x_6 \leq 0,5, \quad (25)$$

$$6,15x_2 - 7,75x_3 + 9,67x_4 + 6,23x_5 \leq 4, \quad (26)$$

$$0,45x_2 + 0,26x_5 + 1,48x_6 \leq 0,7, \quad (27)$$

$$\sum_{i=1}^7 x_i = 1, \quad (28)$$

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, 7. \quad (29)$$

Згідно з [23] розв'язання цієї задачі може бути знайдено шляхом вирішення задачі лінійного програмування згідно:

$$\lambda \rightarrow \max, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} -4,81\lambda - & (45,49x_1 + 24,69x_2 + 91,48x_3 - 20,18x_4 + \\ & + 2,88x_5 - 14,07x_6 + 27,58x_7) \leq -23,51, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} -4,91\lambda - & (48,95x_1 + 28,24x_2 + 96,52x_3 - 12,88x_4 + 5,17x_5 - \\ & - 10,81x_6 + 39,05x_7) \leq -30,24, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{cases} 0,106 \leq x_1 \leq 0,326, \\ 0,127 \leq x_2 \leq 0,23, \\ 0,045 \leq x_3 \leq 0,154, \\ 0 \leq x_4 \leq 0,103, \\ 0 \leq x_5 \leq 0,472, \\ 0 \leq x_6 \leq 0,372, \\ 0 \leq x_7 \leq 0,124, \end{cases} \quad (33)$$

$$\lambda \geq 0.$$

Тут λ означає ступінь правильності прийняття рішення (ППР) при розв'язанні цієї задачі.

Результати розв'язання цієї задачі і відповідної задачі у чіткій постановці подано у табл. 3. Їх порівняння дозволяє зробити наступні висновки.

По-перше, у випадку з чіткими даними вдалося досягти вищого показника міцності (35 МПа), ніж у випадку з нечіткими даними (26,94 МПа). Проте прямо пропорційно міцності зросла й вартість суміші для закладання (21,46 грн/т в першому випадку і 19,29 грн/т – в другому).

По-друге, використання інтервальної моделі дає змогу врахувати вплив зовнішніх факторів та ступінь ППР, тобто при $\lambda = 0,71$ забезпечується максимальна вірогідність прийняття правильного рішення, що не можливо при розв'язанні першого варіанту задачі. Слід також зазначити, що в результаті збі-

льшення показника міцності спостерігається зростання щільності та вартості суміші й зменшення показників часу початку твердіння, деформації і зчеплення.

Експериментальні і аналітичні дослідження впливу вологості твердіючої суміші на швидкість її пресування в процесі формування закладного масиву.

Для визначення якості матеріалу для закладання відпрацьованих камер рудного покладу проведено аналітичні і експериментальні дослідження по оцінці фільтраційних можливостей суміші, що твердіє, при одночасному її пресуванню, видавлюванню води і фільтраційної її консолидації під дією зовнішнього навантаження (тиску) з використанням рівнянь рідкої фази [24], а саме,

$$\frac{d}{dt} \iiint \bar{W} m_{p\phi} dV = \iint \bar{P} dS + \iiint \bar{F} m_{p\phi} dV, \quad (34)$$

де $\bar{W}$ – відносна швидкість витискання рідини з твердіючої суміші; $m_{p\phi} = 0,001$ – об'ємна маса рідкої фази; V – об'єм твердіючої суміші; t – час дії процесу витискання рідини з твердіючої суміші; $\bar{P}$ – відносний тиск ущільнення (пресування), який наводиться на поверхню твердіючої суміші; S – площа поперечного перерізу поверхні твердіючої суміші; $\bar{F}$ – відносний тиск, який наводиться на поверхню твердіючої суміші.

Таблиця 3 – Порівняльна характеристика розв'язання чіткої і інтервальної задачі

Компоненти (масова частка)		Чітка модель	Інтервальна модель
	Доломітовий пил	0,326	0,326
	Вода	0,191	0,23
	Алюмокалієвий галун	0,115	-
	Лігносульфонати	-	-
	Доломіто-вапняна суміш	0,232	0,32
	Ангідрид	0,018	-
	Супутні породи від видобутку та переробки уранових руд.	0,118	0,124
Якісні характеристики	Міцність (МПа)	35	26,94
	Щільність (кг/м ³)	2039,55	1991,12
	Час початку схоплювання (хв.)	12	20
	Деформація (мм)	1,72	3,41
	Зчеплення (МПа)	0,17	0,18
	Вартість (грн./т)	21,46	19,29

Розв'язуючи інтеграл поверхневих сил і перетворюючи його в потрібний з урахуванням сформованого об'єму з подальшим розв'язанням, щодо масових сил, отримано рівняння руху у векторній формі

$$\operatorname{div} \bar{P} + \frac{m \bar{W}}{K_{\phi}} = \frac{d(W m_{p\phi})}{dt}, \quad (35)$$

де K_{ϕ} – коефіцієнт фільтрації суміші, що твердіє.

Розглянемо елементарний об'єм шару суміші, в якому пористість зменшується з глибиною паралельно зі збільшенням кількості води, тоді остаточно запишемо

$$\operatorname{div}(m_{p\phi} \bar{W}) + \frac{\partial(m_{p\phi} \Pi)}{\partial t} = 0, \quad (36)$$

де Π – пористість.

Відомо, що пористість пов'язана з коефіцієнтом пористості ε залежністю $\Pi = \varepsilon / (1 + \varepsilon)$, тоді

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = \frac{d\varepsilon}{(1 + \varepsilon) dt}. \quad (37)$$

На основі теорії ущільнення ґрунтів отримаємо

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = - \frac{e_o \partial P}{(1 + \varepsilon) dt} = - e_v \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (38)$$

де $e_o = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)(P_2 - P_1)$ – коефіцієнт ущільнення; e_v – відносне стискання суміші, що твердіє; P_2 , P_1 – тиск в суміші до і в кінці ущільнення.

Підставивши вираз (38) в рівняння (36), остаточно отримаємо

$$\operatorname{div}(m_{p\phi}\bar{W}) + \Pi \frac{\partial m_{p\phi}}{\partial t} - m_{p\phi}e_v \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = 0. \quad (39)$$

Отже, через незначні зміни щільності води від навантаження вираз, що описує цей процес, після перетворень, може бути представлено у вигляді

$$\operatorname{div}(m_{p\phi}\bar{W}) + m_{0p\phi}(\Pi a_{pid} - e_v) \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = 0, \quad (40)$$

де $m_{в.р.ф.}$ – відносний об'єм рідкої фази; $a_{ж} = 4 \cdot 10^{-4}$ МПа⁻¹ – коефіцієнт об'ємного стискання води.

Перетворюючи вираз (37) та нехтуючи силами інерції, отримаємо

$$\operatorname{div}(m_{p\phi}\bar{W}) = -\operatorname{div}(K_{\phi} \operatorname{div}\bar{P}) = 0. \quad (41)$$

Підставивши вираз (41) у формулу (40), маємо

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = \Delta^2 \bar{P} \frac{K_{\phi}}{m_{p\phi}(\Pi a_{pid} - e_v)} = \bar{a}_p \Delta^2 \bar{P}. \quad (42)$$

Знаючи модуль деформації $E_{тс}$, визначимо відносну стисливість e_v суміші, що твердіє, використовуючи експериментально отримані дані, підставляємо в вираз і маємо

$$e_v = \frac{\Delta h \beta}{h(P_2 - P_1)} = \frac{\varepsilon_v \beta}{\Delta P} = \frac{\sigma_{ст} \beta}{E_{тс} \Delta P} = \frac{\beta}{E_{тс}}, \quad (43)$$

де Δh – різниця висоти зразка на початку і в кінці пресування; $\beta = 0,7$ – коефіцієнт, що враховує режим пресування суміші, що твердіє; h – висота зразку;

ΔP – різниця тиску ущільнення (пресування) на початку і в кінці випробування суміші, що твердіє.

Параметри рівняння (42), що описує процес пресування суміші, що твердіє і нерозривно пов'язаного фізично з аналогічним рівнянням руху ґрунтових вод і процесом, наприклад, вакуумування бетонних сумішей [24], які за своєю формою і змістом відповідають коефіцієнту a_p при оператору Лапласа. Тоді в рівнянні (43) коефіцієнт a_p за своїм фізичним змістом визначається, як коефіцієнт вологопроникності суміші, що твердіє.

Щоб оцінити вплив складу суміші, що твердіє, на коефіцієнт вологопроникності a_p були проведені розрахунки з використанням властивостей суміші, що твердіє, які були визначені при обґрунтуванні їх складу та при дослідженні фізико-механічних властивостей (табл. 2).

Для спрощення розрахунків коефіцієнту вологопроникності a_p з точністю до 1,0-1,5% використано вираз:

$$a_p = \frac{K_{\phi}}{m_{p\phi}e_v} = \frac{K_{\phi}E_{тс}}{m_{p\phi}\beta}. \quad (44)$$

Результати розрахунків коефіцієнту вологопроникності a_p для сумішей, що твердіють, зведено в табл. 4.

З метою визначення відносних деформацій у часі при ущільненні сумішей, що твердіють, використано компресійні криві, побудовані для кожного складу суміші при обґрунтованому В/Т співвідношенні в діапазоні 0,1-0,2 і заданому діапазоні зовнішнього навантаження 0 - 3,0 МПа. Завдання вирішувалося шляхом фізичного моделювання процесу ущільнення суміші, що твердіє в часі під впливом стискаючого навантаження (пресування суміші при її консолідації) з дотриманням критеріїв подібності [25–26].

Таблиця 4 – Розрахункові значення параметрів сумішей, що твердіють, за результатами компресійних випробувань

Суміш, що твердіє	Коеф-нт фільтрації $K_{\phi} \cdot 10^{-4}$, см/с	Пористість, П	Коеф-нт об'ємного стискання води, $a_p \cdot 10^{-4}$, 1/МПа	Модуль Юнга, $E_{тс.}$, ГПа	Об'ємна маса рідкої фази, $m_{p\phi}$	Коеф-нт, що враховує режим пресування, β	Коеф-нт вологопроникності, a_p , 10^{-2} , м ² /с
Склад суміші 1	5,85	0,1	4,0	8,9	0,001	0,71	0,882
Склад суміші 2	6,8	0,3	4,0	9,1	0,001	0,71	0,923
Склад суміші 3	6,55	0,45	4,0	9,6	0,001	0,71	1,03

За результатами лабораторних досліджень визначені фізико-механічні властивості твердіючих сумішей (табл. 2), а їх відносна вологість за формулою

$$W = \frac{g_1 - g_2}{g_2 - g_0} \cdot 100 \%, \quad (45)$$

де g_1 і g_2 – маса бюкси зі складом суміші до і після сушки; g_0 – маса пустої бюкси, яка склала в середньому 12-15%.

Компресійні випробування сумішей проводилися на приладі-одометрі відповідно до апробованих методів і діючих Держстандартів [17–19]. Відзначимо, що компресійні випробування відрізняються від загальних випробувань на стискання тим, що при їх проведенні виключається можливість бічного розширення зразку.

Рисунок 4 – Загальний вигляд приладу для компресійних випробувань сумішей, що твердіють

Зразок навантажували ступенями з інтервалом 0,5 МПа до показників, рівних 3,0 МПа. На кожному ступені випробувань фіксували величину осідання зразка Δh за допомогою індикатора годинкового типу ІЧ-10 (точність вимірювання 0,01 мм). Після досягнення умовної стабілізації навантаження на останньому щаблі проводилось спостереження за процесом ущільнення суміші в часі з наступними інтервалами 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20, 30, 60 хв. при постійному навантаженні.

Під час випробувань зразків, насичених вологою, їх торці знизу і зверху прокладали змоченими водою кружками фільтрувального паперу. Для збереження вологості зразка і фільтрації води в процесі випробування до них підводились трубки від двох мірних судин, наповнених водою. Абсолютну деформацію ϵ зразка обчислювали, як різницю між показниками індикатора годинкового типу з поправкою на деформацію компресійного приладу (в тому числі і листів фільтрувального паперу). Для обліку власних деформацій компресійного приладу попередньо проводились контрольні виміри, данні яких заносились в таблицю і порівнювались з еталонними показниками.

За результатами експериментальних досліджень побудовані компресійні криві (рис. 5) для кожного складу суміші. Виявлено, що зміна модуля деформації залежить від фракційного складу компонентів в суміші і водотвердого співвідношення та знаходиться в поліноміальній залежності при зміні інтенсивності зовнішнього навантаження в діапазоні 0–3,0 МПа з високим коефіцієнтом детермінації рівним, $R^2 = 0,97-0,99$.

Оскільки коефіцієнт фільтрації K_ϕ і відносне ущільнення залежить від тиску пресування, а саме $K_\phi = f(P)$, то показники коефіцієнту вологопроникне-

ності a_p в процесі пресування також будуть змінюватись.

Рішення одномірної задачі пресування (ущільнення) суміші, що твердіє, з урахуванням зміни у часі коефіцієнта вологопроникності (39) запишемо у вигляді

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial \left(a_p \frac{\partial P}{\partial x} \right)}{\partial x} \frac{1}{\beta_p} \frac{\partial}{\partial x} \left(K_\phi E_{tc} \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (46)$$

Рівняння зміни модуля деформації суміші, що твердіє, в наближеній формі має вигляд:

$$E_{т.с.} \approx 50 K_{с.п.} \cdot \sqrt{P^3}, \quad (47)$$

де $K_{с.п.}$ – коефіцієнт який враховує зміну величини тиску пресування і складу суміші, що твердіє.

Згідно з умовами пресування суміші, що твердіє коефіцієнт фільтрації може бути представлено залежністю [27]:

$$K_\phi = 0,03 \left(\frac{P_u}{h_c} \right)^{1/aP_u} \frac{m_{ост}^2}{(1 - m_{ост})^{3/2}}, \quad (48)$$

де P_u – тиск навколишнього середовища (нормальний); h_c – висота зразка; $m_{ост}$ – залишкова пористість суміші, що твердіє після ущільнення; a – коефіцієнт, який враховує склад суміші, що твердіє.

Для розрахунку швидкості поширення тиску пресування в масиві суміші використано дані, що характеризують процес пресування суміші, що твердіє, з його початку і до кінця (від 1,0 до 3,0 МПа), за якими був обчислений коефіцієнт вологопроник-

неності для кожного складу суміші із зміненим водотвердим (В/Т) співвідношенням.

На початку розрахуємо відносне ущільнення суміші, що твердіє, в період від початку і до закінчення пресування:

$$e_v^H = \frac{\varepsilon_v^H}{P_H}; \quad e_v^K = \frac{\varepsilon_v^K - \varepsilon_v^H}{P_K - P_H}. \quad (49)$$

З урахуванням того, що коефіцієнт вологопроникності до і після пресування суміші, що твердіє, дорівнює

$$a_p^H = \frac{K_\phi^H}{m_{p\phi} e_v^H}; \quad a_p^K = \frac{K_\phi^K}{m_{p\phi} e_v^K}, \quad (50)$$

тоді середнє значення коефіцієнту вологопроникності за весь період пресування розрахуємо із виразу

$$a_{сер.} = \frac{a_p^H + a_p^K}{2}. \quad (51)$$

Розрахунок швидкості поширення тиску пресування в об'ємі суміші, що твердіє, *проведено методом скінченних різниць*. При цьому, для стійкої апроксимації введемо обмеження з кроком по часу [28]:

$$\Delta \tau \leq \frac{\Delta x_i^2}{2a_p}. \quad (52)$$

а)

б)

в)

Рисунок 5 – Залежність відносної деформації ε ущільнення суміші, що твердіє, від показників водотвердого співвідношення (В/Т) і тиску пресування P :
а, б, в – складі суміші, що твердіє, при В/Т співвідношенні: 1 – 0,20; 2 – 0,15; 3 – 0,10

Беручи товщину шару суміші, що твердіє, 0,1 м, розраховано швидкість $v_{пр}$, і час Δt поширення тис-

ку пресування в масиві суміші, результати яких наведено в табл. 5.

Аналіз результатів теоретичних і експериментальних досліджень показав, що протягом усього процесу пресування сумішей при зміні В/Т співвідношення в діапазоні 0,1-0,2 для різного їх складу коефіцієнт вологопроникності змінюється. Так, для всіх складів сумішей (табл. 2) на початок пресування при В/Т співвідношенні 0,1 коефіцієнт a_p дорівнює 633-900 $\text{см}^2/\text{с}$, з чого випливає, що зі зменшенням вмісту води в суміші створюються умови для більш якісного формування масиву суміші з меншими технологічними труднощами. Це відноситься до складу 2, в якому присутні більш дрібні фракції, при чому, заповнення міжфракційного простору їх водою (затворення) відбувається більш інтенсивно, покращуючи фільтраційні характеристики суміші.

Збільшення В/Т відношення до 0,2 веде до зниження коефіцієнту вологопроникності в середньому для різного складу суміші до 25% і зниження швидкості пресування (ущільнення) в 3 рази, що дуже негативно позначається на якості суміші і на терміні її початку твердіння і кінця схоплювання.

Причому, в сумішах, що мають дрібні фракції (див. табл. 5, склад 2 і 3), незалежно від їх типу при В/Т співвідношенні, рівному 0,2, інтенсифікуються деформаційні процеси і зростання коефіцієнту фільтрації та вологопроникності в досліджуваних зразках. У складі 1 (див. табл. 5), на відміну від складу 2 і 3, що має більші фракції, при формуванні утворюються характерні міжфракційні порожнечі.

Встановлено, що в процесі ущільнення суміші (при В/Т = 0,1) міжфракційні проміжки зменшуються, інтенсивніше деформуючи міжфракційні зв'язки і заповнюючи простір, що характерно для складу суміші з підвищеною вологістю (при В/Т = 0,2). Це можна пояснити іншою геометрією контактів фракцій в суміші і дією капілярних сил.

Експерименти показали, що зі збільшенням вологості сили зчеплення в складі суміші з компонентами із дрібних фракцій знижуються, а з великими фракціями – зростають. Тому, оптимальне В/Т співвідношення для розроблених сумішей становить 0,12-0,17.

Таблиця 5 – Розрахункові значення швидкості і часу поширення тиску пресування в масиві суміші, що твердіє

Склад суміші	В/Т	Відносна деформація, ν		Відносне ущільнення, $\epsilon_{v,1}$ /МПа		Коефіцієнт фільтрації, $K_f \cdot 10^{-4}$, $\text{см}^2/\text{с}$		Коефіцієнт вологопроникності, a_p , $\text{см}^2/\text{с}$		Середні показники коефіцієнту вологопроникності, $a_{p, \text{ср}}$, $\text{см}^2/\text{с}$	Час пресування, Δt , с	Швидкість пресування $v_{\text{пр}}$, м/с
		поч.	кін.	поч.	кін.	поч.	кін.	поч.	кін.			
Склад 1	0,1	0,011	0,022	0,011	0,0055	5,85	0,43	626,4	100,0	363,0	0,135	0,74
	0,15	0,02	0,033	0,02	0,0065			342	79,7	210,8	0,228	0,44
	0,2	0,033	0,047	0,033	0,007			196,1	75,4	135,75	0,34	0,294
Склад 2	0,1	0,008	0,0198	0,008	0,0059	6,8	0,51	790	99,5	444,7	0,0995	1,0
	0,15	0,0199	0,033	0,02	0,0065			285	85,4	185,2	0,219	0,456
	0,2	0,03	0,044	0,03	0,007			210	79,6	144,83	0,304	0,33
Склад 3	0,1	0,012	0,025	0,012	0,0065	6,55	0,55	573,3	85,0	329,157	0,136	0,735
	0,15	0,018	0,035	0,018	0,0085			382,2	69,5	225,85	0,2	0,5
	0,2	0,026	0,042	0,026	0,008			192,3	72,2	132,5	0,267	0,374

ВИСНОВКИ. Для закладання відпрацьованих блоків рудних шахт шляхом утилізації відходів переробки гірничодобувного комплексу, деревопереробної та металургійної промисловості виконані дослідження з розробки нових складів пружно-пластичної твердіючої суміші з покращеними фізико-механічними характеристиками.

- Проведено математичне моделювання по обґрунтуванню оптимального складу твердіючої суміші з використанням інтервальної регресійної моделі з чіткими і нечіткими даними.

- Вперше при обґрунтуванні оптимального складу твердіючої суміші встановлено, що з чіткими

даними показників властивостей суміші досягнуто найвищі значення міцності (35 МПа), ніж у випадку з нечіткими даними (26,94 МПа). Проте прямо пропорційно міцності зросла і вартість суміші для закладання (21,46 грн/т в першому випадку і 19,29 грн/т – в другому).

- Встановлено, що використання інтервальної моделі враховує вплив зовнішніх факторів та ступінь прийняття правильного рішення (ППР), тобто при $\lambda = 0,71$ забезпечується максимальна вірогідність ППР, що не можливо при розв'язанні першого варіанту задачі.

- За результатами розрахунків визначено основні технологічні вимоги обраного оптимального складу твердіючої суміші, яка визначається зниженням її вартості за рахунок збільшення вмісту відходів переробки уранових руд (на 60%) та доломітового піску (на 65%), а саме на 18%, що дозволить зменшити об'єми відходів, накопичених у сховищах, що є радіоактивними та пилоутворюючими об'єктами.

- Запропоновано чисельний метод вивчення швидкості розповсюдження тиску при зміні режимів ущільнення (пресування) масиву суміші за яким оцінено характер поширення тиску в суміші, що твердіє в залежності від її властивостей і параметрів коефіцієнта фільтрації та вологопроникності.

- Встановлено, що зі збільшенням В/Т співвідношення в суміші до 0,2 знижується коефіцієнт вологопроникності в середньому до 25% для всіх варіантів сумішей і швидкість пресування (ущільнення) в 3 рази.

- За результатами експериментальних вимірів встановлені закономірності зміни коефіцієнту спучування поверхні для трьох складів з різним водотвердим співвідношенням, який знаходиться в поліноміальній залежності від часу початку спучування поверхні з високим коефіцієнтом детермінації, рівним $R^2 = 0,9-0,99$ та по яким дозволило визначити інтервали оптимального водотвердого співвідношення, який склав 0,12-0,17.

Результати досліджень можуть бути враховані при розробці нових технологічних прийомів формування закладного масиву у виробленому просторі вугільних і відпрацьованих камерах рудних шахт, що дозволить зменшити витрати на приготування суміші, вирішити питання утилізації промислових відходів і поліпшити екологічну ситуацію в промислових регіонах країни.

ЛІТЕРАТУРА

1. Колесникова В. В. Основные направления комплексного использования отвальной массы горнодобывающих предприятий. *Проблеми екології*. 2008. № 1-2. С. 31–35.
2. Артамонов В. М. Порівняльно-екологічна характеристика відвалів вугільних шахт Донецького та Червоноградського промислових районів. *Проблеми екології*. 2008. № 1-2. С. 99–103.
3. Коваленко А. А. Екологічна небезпека породних відвалів ліквідованих вугільних шахт. *Геотехнічна механіка*. 2013. Вип. 110. С. 116–123.
4. Хрутьба В. О., Процик О. П., Сілантьєва Ю. О., Крюковська Л. І. Заходи охорони навколишнього середовища при поводженні з відходами. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2021 Вип. 1/2021 (126). С. 40–45.
5. Ткачук К. К., Ополінський І. О. Оцінка ступеня екологічної небезпеки, що формується в результаті складування органічних відходів. *Кременчуцького національного університету імені Михайла*

Остроградського. 2018. Вип. 2/2018 (109). Частина 1. С. 80–85.

6. Бойцов А. В., Тарханов, А. В. Минерально-сырьевая база и урановая промышленность мира. *Минеральное сырье*. 2000. № 7. С. 38–48.

7. Бабак С. И. Состояние и перспектива развития производства урана в Украине. *Атомна енергетика та промисловість України*. 1999. № 2. С. 11–13.

8. Монтянова А. Н. Формирование закладочных массивов: монография. М.: Горная книга, 2005. 147 с.

9. Иорданов И. В., Чепига Д. А., Петренко А. В., Коломиец В. А., Король А. В. К вопросу о применении закладки выработанного пространства в сложных горно-геологических условиях. *Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2017. Вип. 5/2017 (106). С. 68–74.

10. Добыча и переработка урановых руд в Украине / Под ред. А. П. Чернова. К.: АДЕФ–Украина, 2001. 238 с.

11. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский В. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий: монография. М.: Наука, 1976. 280 с.

12. А.с. № 494686 СССР, G 01 N 33/88. Прибор для измерения степени вспучивания ячеистых бетонных твердеющих смесей / Ахтямов Р. Я., Чернов А. Н., Абызов А. Н., №1967860/29-3; заявл. 02.11. 1973; опубл. 05.12. 1975, Бюл. № 45.

13. Ищенко К. С., Коновал В. Н., Ищенко А. К. Влияние водотвердого отношения и коэффициента вспучивания поверхности на оптимизацию состава ячеистой твердеющей смеси. *Научный Вестник НГУ*. 2004. № 6. С. 23–27.

14. Ищенко А. К. Выбор и оптимизация состава ячеистой твердеющей смеси для забойки шпуровых и скважинных зарядов. *Научный вестник НГУ*. 2009. № 6. С. 12–16.

15. Ищенко А. К., Кратковский И. Л., Ищенко К. С. Використання відходів гірничорудного виробництва для ефективного матеріалу набійки в зарядах вибухових речовин. *Екологічні науки*, 2018. № 20. С. 89–95.

16. Стенд для дослідження видимання і температури коміркової твердіючої суміші: пат. 61094 Україна: МПК G 01 N 33/88. № а 201014561; заявл. 06.12. 2010; опубл. 11.07. 2011, Бюл. №13.

17. ГОСТ 21153.0:1975. Порода горные. Отбор проб и общие методы физических испытаний. [Введен с 1975 -07-01]. Москва, 1976. 20с.

18. ГОСТ 5180:1984. Грунты. Методы лабораторного определения физических характеристик. [Введен с 1986-01-01]. Москва, 1986. 19с.

19. ГОСТ 12248:1996. Грунты. Методы лабораторного определения сопротивления срезу. Взамен ГОСТ 12248: 1978; [Введен с 1996-01-01]. Москва, 1997. 20с.

20. Новицкий И. В., Ус С. А. Теорія ймовірностей і математична статистика: монографія. Дніпропетровськ: НГУ, 2010. 163 с.

21. Ищенко К. С., Ус С. А., Корела А. О. Застосування інтервальної регресійної моделі в задачі ви-

значення оптимального складу закладної суміші. *Науковий вісник НГУ*. 2011. № 6. С. 126–130.

22. Минько А. А. Статистический анализ в Microsoft Excel: монография. М.: Диалектика, 2004. 504 с.

23. Зайченко Ю. П. Исследование операций. Нечеткая оптимизация: учебн. пособ. К.: Выща школа, 1991. 191с.

24. Дудар І. Н., Дмитренко В. Л. Дослідження процесу пресування бетонних сумішей. *Наукові праці Вінницького національного технічного університету*. 2008. С. 1–6.

25. Ищенко К. С. Эспериментально-аналитические исследования влияния скорости прессования твердеющей смеси на качество закладочного массива. *Геотехническая механика*. 2012. Вип. 99. С. 257–268.

26. Ищенко К. С. Обоснование параметров уплотняющей нагрузки при формировании твердеющей смеси. *Уголь Украины*. 2013. № 2. С. 35–39.

27. Ахвердов И. Н. Основы физики бетона: монография. М.: Стройиздат, 1981. 484 с.

28. Годунов С. К. Разностные схемы: монография. М.: Наука, 1977. 439 с.

PHYSICAL AND MATHEMATICAL MODELING OF COMPOSITION JUSTIFICATION MIXTURES FOR FILLING THE WORKED-OUT SPACE IN MINES

O. Ishchenko

National of Technical University «Dniprovskia politekhnik»

ORCID: 0000-0003-2449-5258

K. Ishchenko

Institute of geotechnical mechanics the name of N. S. Polyakova of NAN of Ukraine

ORCID: 0000-0003-2237-871X

Purpose. To substantiate the methods of physical and mathematical modeling of the optimal composition of the mixture for laying the produced space in the mines by building a new mathematical model of optimization taking into account the experimental data. **Methodology.** Optimization of the composition of mixtures was carried out using a linear model for planning experiments and the developed research methodology. The choice and substantiation of the proposed compositions of expanding mixtures was carried out using the developed interval regression model by the method of successive reduction. A comparative analysis of the developed interval and conventional models is carried out. **Results.** To obtain the optimal composition of the mixture for laying waste blocks of ore mines and recycling waste from the processing of the mining complex, woodworking and metallurgical industries by improving their physical and mechanical characteristics, studies were carried out to develop new compositions of an expanding elastic-plastic hardening mixture. The main components of which were selected: natural anhydrite (calcium sulfate - CaSO_4), dolomite-lime mixture, dolomite dust, accompanying rocks in the extraction of uranium ores. Experimental and analytical studies of the effect of the moisture content of the hardening mixture on the rate of its pressing during the formation of the filling mass are carried out. The calculation of the speed of propagation of the pressing pressure in the volume of the mixture was carried out by the method of finite differences. The dependences of the relative deformation of the compaction of the mixture on the indicators of the water-solid ratio (W/T) and the pressing pressure are obtained. **Originality.** It was revealed that the change in the deformation modulus depends on the fractional composition of the components in the mixture on the water-solid ratio and is in a polynomial dependence when the intensity of the external load changes in the range of 0-3.0 MPa with a high coefficient of determination equal to $R_2 = 0.97-0.99$. It has been proven that with an increase in humidity, the adhesion forces in the mixture with components from small fractions decrease, and with large fractions they increase. **Practical value.** Application of laying of the fulfilled operational blocks of ore mines will provide technological and seismic safety of objects of civil and industrial function in the territories with the developed infrastructure. **Findings.** The use of ore mines for the laying of spent blocks of mines by utilization of waste from the mining complex, wood processing and metallurgical industry contributed to the development of new compositions of elastic-plastic hardening mixture with improved physical and mechanical characteristics. Mathematical modeling methods substantiate the optimal composition of the curing mixture using an interval regression model with clear and fuzzy data. For the first time it was established that when substantiating the optimal composition of the hardening mixture with clear data of its properties, the highest values of strength (35 MPa) were achieved than in the case of fuzzy data (26.94 MPa). According to the results of calculations, the main technological requirements of the selected optimal composition of the hardening mixture are determined, which is determined by reducing its cost for preparation by increasing the content of uranium ore processing waste (by 60%) and dolomite dust (by 65%). References 28, tables 5, figures 5.

Key words: mining industry, waste, regression, confidence interval, interval objective function, optimization, backfill mixture, sequential reduction method.

REFERENCES

1. Kolesnikova, V. V. (2008), Osnovny'e napravleniya kompleksnogo ispol'zovaniya otval'noj massy` gornodoby`vayushhikh predpriyatij. [The main directions of the integrated use of the dump mass of

mining enterprises]. *Ecology problems*. 2008. No. 1-2. pp. 31-35. [in Russian]

2. Artamonov, V. M. (2008), Porivnialno-ekolohichna kharakterystyka vidvaliv vuhilnykh shakht Donetskoho ta Chervonohradskoho promyslovykh raioniv. [Rational and ecological charac-

teristics of the driveways in the coal mines of Donetsk and Chervonogradsky industrial districts.] *Ecological problems*. 2008. № 1-2. pp. 99-103. [in Ukrainian]

3. Kovalenko, A. A. (2013), Ekolohichna nebezpeka porodnykh vidvaliv likvidovanykh vuhilnykh shakht. [Ecological danger of waste heaps of liquidated coal mines] *Geotechnical mechanics*. 2013. vol. 110. pp. 116-123. [in Ukrainian]

4. Khrutba, V. O., Protsyk, O. P., Silantieva, Yu. O., Kriukovska, L. I. (2021), Zakhody okhorony navkolyshnoho seredovyscha pry povodzhenni z vidkhodamy. [Environmental protection measures in waste management]. *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, 2021. vol. 1, no. 126, pp. 40-45. [in Ukrainian]

5. Tkachuk, K. K., Opolinskyi, I. O. (2018), Otsinka stupenia ekolohichnoi nebezpeky, shcho formuietsia v rezultati skladuvannia orhanichnykh vidkhodiv. [Assessment of the degree of environmental hazard formed as a result of storage of organic waste]. *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, 2018. vol. 2, no. 109, Part 1. pp. 80-85. [in Ukrainian]

6. Bojczov, A. V., Tarkhanov, A. V. (2000), Mineral'no-sy'r'evaya baza i uranovaya promyshlennost' mira [Mineral resource base and uranium industry of the world]. *Mineral raw materials*. 2000. no. 7. pp. 38-48. [in Russian]

7. Babak, S. I. (1999), Sostoyanie i perspektiva razvitiya proizvodstva urana v Ukraine [State and prospects for the development of uranium production in Ukraine]. *Atomna enerhetyka ta promyslovishtva Ukrainy*. 1999. № 2. pp. 11-13. [in Russian]

8. Montyanova, A. N. (2005), Formirovanie zakladochnykh massivov: monografiya. [Formation of stowage arrays": monograph]. M.: Gornaya kniga, 2005. 147 p. [in Russian]

9. Iordanov, I. V., Chepiga, D. A., Petrenko, A. V., Kolomiecz, V. A., Korol', A. V. (2017), K voprosu o primeneni zakladki vy`rabortannogo prostranstva v slozhnykh gorno-geologicheskikh usloviyakh [On the issue of the use of backfill of worked-out space in difficult mining and geological conditions]. *Transactions of Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University*, 2017. vol. 5, no. 106, pp. 68-74. [in Russian]

10. Doby`cha i pererabotka uranovykh rud v Ukraine / Pod red. A.P. Chernova. (2001) [Extraction and processing of uranium ores in Ukraine / Ed. A.P. Chernov]. K.: ADEF-Ukraina, 2001. 238 p. [in Russian]

11. Adler, Yu. P., Markova, E. V., Granovskij, V. P. (1976) Planirovanie e`ksperimenta pri poiske optimal'nykh uslovij: monografiya [Planning an experiment in the search for optimal conditions: monograph]. M.: Nauka, 1976. 280 p. [in Russian]

12. A.s. no 494686 SSSR, G 01 N 33/88. Pribor dlya izmereniya stepeni vspuchivaniya yacheistykh betonnykh tverdeyushchikh smesey [A device for measuring the degree of swelling of cellular concrete hardening mixtures] / Akhtyamov, R. Ya., Chernov, A. N.,

Aby`zov A.N. №1967860/29-3; zayavl. 02.11. 1973; opubl. 05.12. 1975, Byul. №45. [in Russian]

13. Ishchenko, K. S., Konoval, V. M., Ishchenko, O. K. (2004), Vliyanie vodotverdogo otnosheniya i koe`fficienta vspuchivaniya poverkhnosti na optimizaciyu sostava yacheistoj tverdeyushhej smesi [Influence of the water-solid ratio and the swelling coefficient of the surface on the optimization of the composition of the cellular hardening mixture]. *Naukovyi Visnyk NHU*. 2004. № 6. pp. 23-27. [in Russian]

14. Ishchenko, O. K. (2009), Vy`bor i optimizaciya sostava yacheistoj tverde-yushhej smesi dlya zabojki shpurovykh i skvazhinnykh zaryadov [Selection and optimization of the composition of the cellular hardening mixture for stemming borehole and borehole charges]. *Naukovyi Visnyk NHU*. 2009. № 6. pp. 12-16. [in Russian]

15. Ishchenko, O. K., Kratkivskiy, I. L., Ishchenko, K. S. (2018), Vykorystannia vidkhodiv hirnychorudnoho vyrobnyts-tva dlia efektyvnoho materialu nabiiky v zariadakh vybukhovyykh rechovyn [Vikorystannia vidkhodiv ginicholnogo vyrobnytsa-tv for effective material to fill in the charges of vibuhovy speech]. *Ekolohichni nauky*, 2018. № 20. C. 89-95. [in Ukrainian]

16. Stend dlia doslidzhennia vydymannia i temperatury komirkovoi tverdiiuchoi sumishi [The stand for research of visibility and temperature of cellular hardening mix]; pat. 61094 Ukrainian: МПК G 01 N 33/88. № a 201014561; zayavl. 06.12. 2010; opubl. 11.07. 2011, Byul. №13. [in Ukrainian]

17. GOST 21153.0:1975. Porody` gorny`e. Otbork prob i obshhie metody` fizicheskikh ispy`taniy [Rocks. Sampling and general methods of physical testing]. [Vveden s 1975 -07-01]. Moscow, 1976. 20 p. [in Russian]

18. GOST 5180:1984. Grunty`. Metody` laboratornogo opredeleniya fizicheskikh kharakteristik [Soils. Methods for laboratory determination of physical characteristics]. [Vveden s 1986-01-01]. Moscow, 1986. 19 p. [in Russian]

19. GOST 12248:1996. Grunty`. Metody` laboratornogo opredeleniya so-protivleniya srezu [Soils. Methods for laboratory determination of shear resistance]. Vzamen GOST 12248: 1978; [Vveden s 1996-01-01]. Moscow, 1997. 20 p. [in Russian]

20. Novytskyi, I. V., Us, S. A. (2010) Teoriia ymovirnostei i matematychna statystyka: monohrafiia [Probability theory and mathematical statistics: a monograph]. Dnipropetrovsk: NHU, 2010. 163 p. [in Ukrainian]

21. Ishchenko, K. S., Us, S. A., Korela, A. O. (2011), Zastosuvannia intervalnoi rehresiinoi modeli v zadachi vyznachennia optymalnogo skladu zakladnoi sumishi [Application of interval regression model in the problem of determining the optimal composition of the mortar mixture]. *Naukovyi Visnyk NHU*. 2011. № 6. C. 126-130. [in Ukrainian]

22. Min`ko, A. A. (2004), *Statisticheskij analiz v Microsoft Excel: monografiya* [Statistical analysis in Microsoft Excel: monograph]. M.: Dialektika, 2004. 504 p. [in Russian]

23. Zajchenko, Yu. P. (1991), *Issledovanie operaczi`j. Nechetkaya optimizacziya: uchebn. Posob* [Research of operations. Fuzzy optimization: textbook. Manual]. K.: Vy`shha shkola, 1991. 191 p. [in Russian]

24. Dudar, I. N., Dmitrenko, V. L. (2008), *Doslidzhennia protsesu presuvannia betonnykh sumishei* [Research of the process of pressing concrete mixtures]. *Naukovi pratsi Vinnytskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. 2008. p. 1- 6. [in Ukrainian]

25. Ishchenko, K. S. (2012), *E`sperimental`no-analiticheskie issledovaniya vliyaniya skorosti pressovaniya tverdeyushhej smesi na kachestvo zakladochnogo massiva* [Experimental and analytical studies of the influence of the rate of pressing of the

hardening mixture on the quality of the filling mass]. *Geotechnical mechanics*. 2012. vol. 99. pp. 257-268. [in Russian]

26. Ishchenko, K. S. (2013), *Obosnovanie parametrov uplotnyayushhej nagruzki pri formirovanii tverdeyushhej smesi* [Substantiation of the parameters of the sealing load during the formation of a hardening mixture]. *Coal of Ukraine*. 2013. № 2. pp. 35-39. [in Russian]

27. Akhverdov, I. N. (1981), *Osnovy` fiziki betona: monografiya* [Fundamentals of Concrete Physics: Monograph]. M.: Strojizdat, 1981. 484 p. [in Russian]

28. Godunov, S. K. (1977), *Raznostny`e skhemy`*: monografiya [Difference schemes: monograph]. M.: Nauka, 1977. 439 p. [in Russian]

Стаття надійшла 22.03.2021.