ВИБІР РАЦІОНАЛЬНОЇ КОНСТРУКЦІЇ РОБОЧОГО ОРГАНА ВЕРСТАТА-ПЕНТАПОДА ЗА КРИТЕРІЄМ ПРИВЕДЕНОЇ ЖОРСТКОСТІ

О. В. Шелепко, А. М. Кириченко

Центральноукраїнський національний технічний університет

просп. Університетський, 8, м Кропивницький, 25006, Україна. E-mail: shelepko.o@gmail.com;

amkyrychenko@gmail.com

Встановлено основні геометричні параметри та запропоновано п'ять варіантів конструкцій робочого органа верстата-пентапода. Визначено приведену до зони обробки поступальну жорсткість верстата для різних варіантів конструкцій робочого органа в залежності від зміни координат робочого органа в межах від -0,20 м до 0,20 м по осям X, Y та Z при горизонтальному та вертикальному розміщенні робочого органа та кутів нахилу у просторі та побудовано трьохвимірні графіки координатної приведенної поступальної жорсткості у напрямках координатних осей на рівні $z = 0,30$ м. Встановлено вплив геометричних параметрів робочого органа на величину приведенної жорсткості верстата. Це дасть змогу при проектуванні багатокоординатного обладнання паралельної структури визначити раціональні параметри робочого органа в залежності від отриманого технічного завдання. На основі отриманих залежностей встановлено раціональний варіант конструкції робочого органа та запропоновано рекомендації щодо вибору його геометричних параметрів.

Ключові слова: робочий орган, пентапод, верстат, приведена жорсткість, кінематика, штанга, шарнір.

ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНОЙ КОНСТРУКЦИИ РАБОЧЕГО ОРГАНА СТАНКА-ПЕНТАПОДА ПО КРИТЕРИЮ ПРИВЕДЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ

О. В. Шелепко, А. Н. Кириченко

Центральноукраинский национальный технический университет

пр. Университетский, 8, г. Кропивницкий, 25006, Украина. E-mail: shelepko.o@gmail.com;

amkyrychenko@gmail.com

Установлены основные геометрические параметры и предложено пять вариантов конструкций рабочего органа станка-пентапода. Определена приведенная в зону обработки поступательная жесткость станка для различных вариантов конструкций рабочего органа в зависимости от изменения координат рабочего органа в пределах от -0,20 м до 0,20 м по осям X, Y и Z при горизонтальном и вертикальном размещении рабочего органа и углов наклона в пространстве и построено трехмерные графики приведенной координатной поступательной жесткости в направлениях координатных осей на уровне $z = 0,30$ м. Установлено влияние геометрических параметров рабочего органа на величину приведенной жесткости станка. Это позволит при проектировании многокоординатного оборудования параллельной структуры определить рациональные параметры рабочего органа в зависимости от полученного технического задания. На основе полученных зависимостей установлен рациональный вариант конструкции рабочего органа и предложены рекомендации по выбору его геометрических параметров.

Ключевые слова: рабочий орган, пентапод, станок, приведенная жесткость, кинематика, штанга, шарнир.

АКТУАЛЬНІСТЬ РОБОТИ. Багатокоординатні верстати паралельної структури на основі механізмів паралельної структури «пентапод» знайшли використання у машинобудівній галузі за рахунок високої мобільності, значних прискорень робочого органа [1, 2, 3].

Характерною особливістю верстата-пентапода є здатність робочого органа повертатися на кут більше 90° відносно однієї з осей, що значно збільшує сферу застосування у машинобудуванні за рахунок можливості здійснення повноцінної п'ятикоординатної обробки [4, 5].

Конструкція робочого органа верстата-пентапода (рис. 1) відрізняється тим, що вісь мотор-шпинделя 1 співпадає з осями шарнірів 2 робочого органа. Шарніри виконані з використанням радіально-упорних підшипників 3, а для сприйняття осьового навантаження між кільцями шарнірів розміщені упорні роликові підшипники 4.

Рисунок 1 – Робочий орган верстата-пентапода:
а) конструкція, б) загальний вигляд

Невирішеним актуальним питанням є визначення раціонального розміщення шарнірів на робочому органі верстатів-пентаподів, враховуючи показники жорсткості.

Загальну матрицю жорсткості верстата паралельної структури «пентапод» можна визначити, розглядаючи його ланки, які працюють на розтяг-стиск та кручення, як поступальні та крутильні пружини відомої жорсткості [6, 7], проте отримана матриця не дає можливості оцінити характер пружних переміщень інструмента δ_T під дією сили технологічного навантаження f_T . Таким чином необхідно визначити приведену до зони обробки матрицю поступальної жорсткості, розрахункова схема якої зображена на рис. 2.

З основою механізму зв'язана абсолютна система координат з початком координат у точці O, а з робо-

чим органом з'єднана відносна рухома система координат з початком у точці O_{PO} .

Центри шарнірів основи розміщені в точках A_i , центри шарнірів рухомої платформи (робочого органа) – в точках B_i . Радіус-вектори точок A_i в абсолютній системі координат основи дорівнюють $\mathbf{r}_{Ai} = (x_{Ai}, y_{Ai}, z_{Ai})$, радіус-вектори точок B_i у системі координат робочого органа дорівнюють $\mathbf{r}_{Bi(PO)} = (x_{Bi(PO)}, y_{Bi(PO)}, z_{Bi(PO)})$, радіус-вектори точок B_i у відносній системі координат робочого органа дорівнюють $\mathbf{r}_{Bi} = (x_{Bi}, y_{Bi}, z_{Bi})$, радіус-вектор початку координат робочого органа в системі координат основи $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$. Нормальний вектор штанги $\mathbf{n}_i$, $\mathbf{r}_T$ – радіус вектор вершини інструмента в абсолютній системі координат.

Рисунок 2 – Схема визначення приведеної жорсткості верстата-пентапода

Матриця просторової жорсткості системи пружних ланок дорівнює сумі матриць жорсткості окремих ланок [7]:

$$K_O = \sum_{i=1}^n K_i, \quad (1)$$

де K_i – матриці жорсткості окремих ланок, що визначаються за формулою

$$K_i = k_i \cdot \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_i^T, \quad (2)$$

де k_i – коефіцієнт жорсткості ланки;

$\mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_i \\ \mathbf{r}_B \times \mathbf{n}_i \end{bmatrix}$ для ланки у вигляді лінійної пружини

або $\mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{r}_B \times \mathbf{n}_i \end{bmatrix}$ для ланки у вигляді крутильної пружини.

Якщо представити матрицю просторової жорсткості у вигляді $K = \begin{bmatrix} K_n & K_c \\ K_c^T & K_k \end{bmatrix}$, де K_n , K_c , K_k – підматриці поступальної, сполучної та крутильної жорсткості [8], то приведена до зони обробки матриця поступальної жорсткості [9] визначається як:

$$K_T = [(C_n + C_c \cdot [\mathbf{r}_T]_x) - [\mathbf{r}_T]_x \cdot C_c^T - [\mathbf{r}_T]_x \cdot C_k \cdot [\mathbf{r}_T]_x]^{-1} \quad (3)$$

де $C_n = (K_n - K_c \cdot K_k^{-1} \cdot K_c^T)^{-1}$ – поступальна,

$C_c = -K_n^{-1} \cdot K_c \cdot (K_k - K_c^T \cdot K_n^{-1} \cdot K_c)^{-1}$ – сполучна,

$C_k = (K_k - K_c^T \cdot K_n^{-1} \cdot K_c)^{-1}$ – крутильна податливості;

$[\mathbf{r}_T]_x = \begin{bmatrix} 0 & -r_{T3} & r_{T2} \\ r_{T3} & 0 & -r_{T1} \\ -r_{T2} & r_{T1} & 0 \end{bmatrix}$ – кососиметрична матри-

ця 3x3, породжена радіус-вектором вершини інструмента [10, 11].

Тоді вектор δ_T пружних переміщень центру інструмента можна визначити як:

$$\delta_T = [(C_n + C_c \cdot [\mathbf{r}_T]_x) - [\mathbf{r}_T]_x \cdot C_c^T - [\mathbf{r}_T]_x \cdot C_k \cdot [\mathbf{r}_T]_x] \cdot \mathbf{f}_T \quad (4)$$

Метою роботи є визначення раціональної конструкції та геометричних параметрів робочого органа верстата-пентапода за величиною та характером зміни у просторі приведеної до зони обробки поступальної жорсткості.

МАТЕРІАЛІ І РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Для встановлення раціональної конструкції робочого органа верстата-пентапода розглянемо п'ять можливих варіантів з різним розташування шарнірів (різною кількістю шарнірів у групах) на робочому органі, а саме 1-4, 2-3, 3-2, 4-1 та 1-1-1-1-1. Схема конструкції робочого органа 2-3 представлена на рис. 3.

Рисунок 3 – Схема робочого органа 2-3

Відстань a (рис. 3) відповідає за розміщення першого шарніра від краю робочого органа де кріпиться інструмент, відстань між центрами шарнірів спільного блоку характеризується величиною b , відстань між блоками величиною c , загальна довжина робочого органа L та r радіус шарніра. Відстані a , b , c , L та r характерні для 4-х компоновок робочого органа, а у варіанті 1-1-1-1-1 відмінність є у розмірах b та c , оскільки шарніри розміщуються рівномірно вздовж всієї довжини робочого органа.

Для порівняння запропонованих п'яти варіантів конструкції робочого органа, за результатами обчислення приведеної до зони обробки матриці жорсткості шляхом зміни координат полюсу робочого органа в межах від $-0,20$ м до $0,20$ м по осях X , Y та Z побудовані графіки залежності жорсткості при вертикальному (рис. 4) та горизонтальному (рис. 5) розміщенні робочого органа та кутів нахилу у просторі (рис. 6), а також побудовано трьохвимірні графіки приведеної координатної поступальної жорсткості у напрямках координатних осей на рівні $z = 0,30$ м (рис. 7, 8).

Рисунок 4 – Залежність приведеної жорсткості j верстата-пентапода при вертикальному розміщенні робочого органа від переміщення робочого органа вздовж координатних осей:

а – осі X , б – осі Y , в – осі Z

Рисунок 5 – Залежність приведеної жорсткості j верстата-пентапода при горизонтальному розміщенні робочого органа від переміщення робочого органа вздовж координатних осей:

а – осі X , б – осі Y , в – осі Z

Рисунок 6 – Залежність приведеної жорсткості j верстата-пентапода від кута нахилу робочого органа: а – при горизонтальному положенні робочого органа та кута нахилу θ відносно осі Y , б – при вертикальному положенні робочого органа та кута нахилу θ відносно осі Y , в – кут нахилу ψ відносно осі X

Характер зміни приведеної до зони обробки середньої жорсткості співпадає для всіх варіантів компоновки робочого органа, проте відрізняється в залежності від розміщення робочого органа (вертикального та горизонтального (рис. 4, 5, 6 а, б)). При вертикальному розміщенні робочого органа найбільша приведена до зони обробки жорсткість спосте-

рігається для конструкції 2-3 та 3-2, а при горизонтальному розміщенні для конструкції 3-2 та 4-1. Найгірший результат по жорсткості спостерігається для конструкції робочого органа 1-4 незалежно від розміщення відносно координатних осей та повороту робочого органа.

1 - компоновка 3-2, 2 - компоновка 1-1-1-1-1, 3 - компоновка 2-3, 4 - компоновка 1-4, 5 - компоновка 4-1

Рисунок 7 – Приведена поступальна жорсткість при горизонтальному розміщенні робочого органа у напрямках координатних осей: а – по осі X , б – по осі Y , в – по осі Z

При горизонтальному розміщенні робочого органа максимальна приведена поступальна жорсткість у напрямку осі X (рис. 7, а) спостерігається для конструкції 3-2, 4-1 та 2-3 та збільшується по центру робочого простору, максимальна жорсткість у напрямку осі Y (рис. 7, б) спостерігається для конструкції 3-2, але не суттєво відрізняється від інших та

збільшується при віддаленні від площини XOZ у напрямку від'ємних значень відносно осі Y , а у напрямку осі Z (рис. 7, в) максимальна жорсткість спостерігається для конструкції 3-2, 2-3, 1-4 та збільшується при віддаленні від площини XOZ у напрямку від'ємних значень відносно осі Y .

1 - компоновка 3-2, 2 - компоновка 1-1-1-1-1, 3 - компоновка 2-3, 4 - компоновка 1-4, 5 - компоновка 4-1

Рисунок 8 – Приведена поступальна жорсткість при вертикальному розміщенні робочого органа у напрямках координатних осей: а – по осі X , б – по осі Y , в – по осі Z

При вертикальному розміщенні робочого органа максимальна приведена поступальна жорсткість у напрямку осі X (рис. 8, а) спостерігається для конструкції 3-2, 4-1 та 2-3 та збільшується при віддаленні від площини YOZ, максимальна жорсткість у напрямку осі Y (рис. 8, б) спостерігається для конструкції 3-2, 2-3 та 1-1-1-1-1 та збільшується при віддаленні від площини XOZ, а у напрямку осі Z (рис. 8, в) максимальна жорсткість спостерігається

для компоновок 1-4, 2-3, 1-1-1-1-1 та збільшується при віддаленні від площини XOZ.

Проаналізувавши отримані залежності, найбільш раціональною конструкцією робочого органа для впровадження у виробництво є 3-2, для неї було визначено вплив її геометричних параметрів на приведену жорсткість верстата при вертикальному та горизонтальному розміщенні робочого органа (рис. 9).

Рисунок 9 – Залежність приведеної жорсткості j верстата-пентапода від геометричних параметрів робочого органа: а – радіус шарніра, б – розміщення першого шарніра, в – загальна довжина

Із графіка (рис. 9, а) видно, що збільшення величини приведеної до зони обробки жорсткості спостерігається при збільшенні радіуса шарніра робочого органа та має лінійний характер. При розміщенні першого шарніра максимально близько до інструмента (ця величина залежності від конструктивних особливостей робочого органа) (рис. 9, б) спостерігається збільшення жорсткості, а при віддаленні шарніра від інструмента жорсткість падає, причому при вертикальній орієнтації робочого органа цей вплив сильніший, ніж при горизонтальній. Із збільшенням загальної довжини робочого органа (рис. 9, в) жорсткість також зростає.

ВИСНОВКИ. У роботі встановлено основні геометричні параметри та запропоновано п'ять варіантів конструкцій робочого органа верстата-пентапода.

Побудовані залежності зміни величини приведеної до зони обробки жорсткості при переміщенні робочого органа вздовж координатних осей X, Y та Z та трьохвимірні графіки координатної приведеної поступальної жорсткості які показали, що найбільша різниця жорсткості для різних конструкцій робочого органа спостерігається по осі X, а кращим варіантом є конструкція 3-2.

Для збільшення величини приведеної до зони обробки жорсткості необхідно збільшити радіус шарніра робочого органа, перший шарнір розташовувати таким чином, щоб відстань від шарніра до інструмента була мінімально можлива, а також збільшувати загальну довжину робочого органа.

ЛІТЕРАТУРА

1. Merlet J.-P. Parallel Robots. Springer-Verlag New York Inc., 2006. 394 p.
2. Weiyang L., Li B., Yang X., Zhang D. Modelling and Control of Inverse Dynamics for a 5-DOF Parallel

Kinematic Polishing Machine. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2013. Vol. 10. pp. 1–21.

3. Weck M., Stainmer D. Parallel Kinematic Machine Tools - Current State and Future Potentials. *CIRP Annals*, 2002. Vol. 51. pp. 671–683.

4. Borras J. Singularity-Invariant Leg Substitutions in Pentapods. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Taipei, Taiwan, 2010. pp. 2766–2771.

5. US Patent No. US7104746 B2 Device for the Displacement and/or Positioning of an Object in Five Axes / C. Schwaar, R. Neugebauer, M. Schwaar, 12 September 2006.

6. Huang S., M. Schimmels J. The bounds and realization of spatial stiffnesses achieved with simple springs connected in parallel. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998. vol. 14. no. 3. pp. 466–475.

7. Кириченко, А. М., Шелепко О. В., Черно-вол М. І. Просторова жорсткість верстата з механізмом паралельної структури «пентапод». *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин*. Кіровоград: КНТУ, 2012. Вип. 42, ч. II. С. 187–190.

8. Carbone G. Stiffness analysis and experimental validation of robotic systems. *Frontiers of Mechanical Engineering*, 2011. vol. 6. no. 2. pp. 182–196.

9. Кириченко А. М. Приведення до зони обробки жорсткості та податливості обладнання з механізмами паралельної структури. *Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут»*. Серія «Машинобудування», 2010. №59. С. 205–210.

10. Klimchik A., Chablat D., Pashkevich A. Stiffness modeling for perfect and nonperfect parallel manipulators under internal and external loadings. *Mechanism and Machine Theory*, 2014. vol. 79. pp.1–28.

11. Chen S. F. The 6×6 stiffness formulation and transformation of serial manipulators via the CCT

theory. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Taipei, Taiwan, 2003. pp. 4042–4047.

SELECTION OF THE RATIONAL DESIGN OF THE PENTAPOD MACHINE TOOL END EFFECTOR BY CRITERION OF REDUCED STIFFNESS

O. Shelepko, A. Kyrychenko

Central Ukrainian national technical university

prosp. Universytetskyi, 8, Kropivnitsky, 25006, Ukraine. E-mail: shelepko.o@gmail.com; amkyrychenko@gmail.com

Purpose. The purpose of the work is to determine the rational design and geometric parameters of the end effector of pentapod machine tool by the magnitude and nature of the change brought to the zone of processing of forward stiffness. **Methodology.** The general matrix of stiffness of a pentapod parallel kinematic machine is determined by considering its links working on tension-compression and torsion, as translational and torsional springs of known stiffness. From the obtained matrix, we determine the matrix of translational stiffness reduced to the processing zone, which makes it possible to estimate the nature of the elastic displacements of the tool under the influence of the technological load. **Results.** The basic geometric parameters are established in the work and five variants of the design of the end effector of pentapod machine tool are proposed. The basic geometric parameters are established in the work and five variants of the design of the end effector of the pentapod machine tool are proposed. Constructed dependences of the value of reduced stiffness on the change of coordinates of the pole of the end effector in the range from -0.20 m to 0.20 m on the X, Y, and Z axes in the horizontal and vertical arrangement of the end effector and the rotation angles in the space, and three-dimensional graphs were constructed for reduced translational stiffness in the directions of coordinate axes at $z = 0.30$ m. Obtained dependencies showed that the largest difference of stiffness for different layers of the end effector is observed along the X axis, and the best option is the arrangement of 3-2. Also, dependencies of the influence of the geometric dimensions of the end effector on the magnitude of the reduced stiffness zone were obtained, therefore, in order to increase the stiffness, it is necessary to increase the radius of the end effector joint, so that the first joint has minimal distance to the tool, as well as increase the overall length end effector. **Originality.** For the first time, the dependence of the influence of the end effector joints arrangement on the reduced stiffness was obtained, and the recommendations regarding the rational choice of the geometric parameters of the end effector were proposed. **Practical value.** The work makes it possible to determine the design and rational parameters of the end effector according to the specification at the design stage for parallel kinematic multi-axis machine tools.

Key words: end effector, pentapod, machine tool, reduced stiffness, kinematics, strut, joint.

REFERENCES

1. Merlet, J.-P. (2006), "Parallel Robots", *Springer-Verlag New York Inc.*, 394 p.

2. Weiyang, L., Li, B., Yang, X., Zhang, D. (2013), "Modelling and Control of Inverse Dynamics for a 5-DOF Parallel Kinematic Polishing Machine", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 10. pp. 1-21.

3. Weck, M., Stainmer, D. (2002), "Parallel Kinematic Machine Tools - Current State and Future Potentials", *CIRP Annals*, Vol. 51, pp. 671-683.

4. Borras, J., Thomas, F. (2010), "Singularity-Invariant Leg Substitutions in Pentapods", *IEEE/RSJ Int. Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2766-2771.

5. Schwaar, C., Neugebauer, R., Schwaar, M. (12.09.2006), "Device for the Displacement and/or Positioning of an Object in Five Axes", *US Patent No. US7104746 B2*.

6. Huang, S., Schimmels, J. M. (1998), "The bounds and realization of spatial stiffnesses achieved with simple springs connected in parallel", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 14. no. 3. pp. 466-475.

7. Kyrychenko, A. M., Shelepko, O. V., Chernovol, M. I. (2012), "Prostorova zhorstkist verstata z mekhanizmom paralelnoi struktury «pentapod»"

[Spatial stiffness of machine tool with parallel manipulator «pentapod»], *Konstruiuvannia, vyrobnytstvo ta ekspluatatsiia silskohospodarskykh mashyn*, vol. 42, no. II, pp. 187-190.

8. Carbone, G. (2011), "Stiffness analysis and experimental validation of robotic systems", *Frontiers of Mechanical Engineering*, vol. 6. no. 2. pp. 182-196.

9. Kyrychenko, A. M. (2010), "Pryvedennia do zony obrobky zhorstkosti ta podatlyvosti obladnannia z mekhanizmy paralelnoi struktury [Pryvedennia do zony obrobky zhorstkosti ta podatlyvosti obladnannia z mekhanizmy paralel'noi struktury]", *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu Ukrainy «Kyivskyi politekhnichnyi instytut»*, vol. 59, pp. 205-210.

10. Klimchik, A., Chablat, D., Pashkevich, A. (2014), "Stiffness modeling for perfect and nonperfect parallel manipulators under internal and external loadings", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 79. pp.1-28.

11. Chen, S. F. (2003), "The 6×6 stiffness formulation and transformation of serial manipulators via the CCT theory", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. pp. 4042-4047.

Стаття надійшла 17.09.2018.