**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DA BAHIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
Campus Valença**

Miéle Soares de Jesus Júnior

**Origami para Ensino de Matemática: uma discussão geométrica e
axiomática da técnica**

Valença, BA
2018

Miéle Soares de Jesus Júnior

**Origami para Ensino de Matemática: uma discussão geométrica e
axiomática da técnica**

Monografia apresentada ao curso de Matemática do
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da
Bahia, campus Valença, como requisito parcial para
obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Wilson José ohl

Valença, BA
2018

Miéle Soares de Jesus Júnior

**ORIGAMI PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA DISCUSSÃO
GEOMÉTRICA E AXIOMÁTICA DA TÉCNICA**

Monografia apresentada ao curso de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, campus Valença, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em 13 de Junho de 2018.

Prof.^a. Doutor Wilson Joséohl
Orientador – IFBA-Valença

Prof.^a. Especialista Ruth da Silva Araújo
IFBA-Valença

Prof.^a. Mestre Ligia Taciana Carneiro de Souza
IFBA-Valença

Jesus, Miéle Soares de Júnior

J 57o Origami para Ensino de Matemática: uma discussão geométrica e axiomática da técnica / Miéle Soares de Jesus Júnior. -- Bahia, 2018. 59 f.

Orientador: Wilson José Ohl.

Trabalho de conclusão de curso (graduação) -- Instituto Federal da Bahia, *campus* Valença Coordenação de Matemática, Licenciado em Matemática, 2018.

1. Origami para ensino de Matemática. 2. Axiomas de Huzita Hatori com régua e compasso. 3. Geometria do Origami. I. Ohl, Wilson José, orient. II. Doutor.

AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a minha família, que teve papel extremamente importante em minha formação e me incentivou a continuar. A minha mãe, Maria Selma dos Santos; a minha irmã, Abda Ruth; ao meu pai, Miéle Soares; aos meus avós paternos, Hédio de Jesus e Tânia Soares (*in memoriam*); meus avós maternos, Brigida dos Santos e José Domingo dos Santos (*in memoriam*); aos avós de coração Ruth Rocha Santos e Joaquim Santos, os quais tenho imensa admiração; a minha namorada Vanessa Mendes pelo apoio, aos meus professores Dayane Moreira Lemos, Nataly Rigaud, Antonio Carlos Sobral, Cezar Miranda, Edmilson Magalhães Borges, Roque da Silva Lyrio, Cintia Karla, Egberto Hein, Igor Laélío, Ligia Taciana, Ruth Araújo, Elaine Dias, Jamille Villas Boas, Wilson Ohl, Lucio Andre, Marcia Gonçalves, Ava Carvalho, e outros que não citei aqui, Aos meus colegas e amigos, obrigado a todos que me apoiaram e me auxiliaram na construção dos saberes que foram os alicerces que me trouxeram até aqui.

“Os encantos dessa sublime ciência se revelam apenas àqueles que tem coragem de
irem a fundo nela.”
Carl Friedrich Gauss

RESUMO

Este trabalho apresentou uma possibilidade da utilização da técnica do Origami como ferramenta metodológica para o ensino de matemática em especial às Geometrias Plana e Espacial no Ensino Médio, para a introdução e revisão de conceitos, definições, operações e demonstrações nas construções das peças. Em essência, demonstramos a axiomática estabelecida por Huzita-Hatori a qual constitui o corpo de axiomas no qual deleita a técnica do Origami. Todos os axiomas foram mostrados com a Geometria Euclidiana e referenciados com a Geometria Analítica, parte que constitui uma proposta de ensino na educação superior para complementar o ensino de Geometria Plana e Desenho Geométrico. Por fim realizamos um minicurso no IFBA, *Campus* Valença, para avaliar a proposta com licenciandos e professores do mesmo *Campus*. Concluimos que , temos na técnica do Origami e na sua geometria dos seus constructos, e nos sete axiomas de Huzita-Hatori temos uma ferramenta muito rica para o ensino de Matemática tanto na Educação Básica, quanto no Ensino Superior, desde que respeitados os limites e conhecimentos prévios dos estudantes de cada uma das etapas de ensino

Palavras-chave: Origami. Geometria. Ensino. Axiomas. Huzita. Hatori.

ABSTRACT

This work was a possibility of using the original methods as a methodological tool for teaching mathematics, especially in the Plana and Space Geometries in High School, for the introduction and revision of concepts, definitions, operations and registration in the construction of pieces. In essence, it demonstrates an axiomatic predicted by Huzita-Hatori a qualified body of axioms that is not an Origami technique. All axioms were shown with Euclidean Geometry and referenced with an Analytical Geometry, integral part of the proposal of complete superior education for the teaching of Flat Geometry and Geometric Drawing. Through the realization of a mini-course in the IFBA, Campus Valença, for the advancement of a bachelor's degree and teachers of the same Campus. We conclude that we have a series of Origami and its geometry of its constructs, and in the seven axes of Huzita-Hatori we have a very rich help for the teaching of Mathematics in both Basic Education and Higher Education, provided that the limits and Previous classes of the students of each one of the stages of the teaching

Keywords: Origami. Geometry. Teaching. Axioms. Huzita. Hatori.

Lista de Figuras:

Figura 1 Axioma I com régua e compasso	23
Figura 2 Axioma II com régua e compasso.....	24
Figura 3 Axioma III com régua e compasso	25
Figura 4 Axioma IV com Régua e compasso.....	26
Figura 5 Axioma V com Régua e compasso	27
Figura 6 Axioma VI com Régua e Compasso.....	28
Figura 7 Axioma VII com Regua e Comapasso.....	29
Figura 8 Imagem XX repositório UFRGS < http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo4/prob_resolv.html >	30
Figura 9 (imagem retirada da internet) Fonte: < http://printtest.com/origami >	32
Figura 10	33
Figura 11	34
Figura 12 (imagem retirada da internet) < https://br.pinterest.com/pin/32440059800117669/ >	35
Figura 13	37
Figura 14	37
Figura 15	37
Figura 16	38
Figura 17	38
Figura 18	38
Figura 19	39
Figura 20	39
Figura 21	39
Figura 22	40
Figura 23	40
Figura 24	40
Figura 25	41
Figura 26	42
Figura 27	42
Figura 28	42
Figura 29	43
Figura 30	43
Figura 31	43
Figura 32	44
Figura 33	44
Figura 34	44

Sumário

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 1	13
MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA	13
CAPÍTULO 2	16
DE EUCLIDES A HUZITA-HATORI.....	16
CAPÍTULO 3	21
ASPETOS METODOLÓGICOS.....	21
CAPÍTULO 4	23
HUZITA-HATORI COM RÉGUA E COMPASSO.....	23
CAPÍTULO 5	31
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	46
REFERÊNCIAS.....	48
Apêndice 01 Projeto do minicurso.....	49
Anexo I (Termo de Autorização de uso de Imagem).....	55
Anexo II Formulário de Inscrição em Minicurso :.....	56
Anexo III Mito dos 1000 Tsuru	58

INTRODUÇÃO

O uso de recursos didáticos nas aulas vem se mostrando importantes para integrar as metodologias de ensino. Em se tratando da Matemática, disciplina popularmente conhecida como complicada e de difícil compreensão, esses recursos podem colaborar bastante para uma aula mais dinâmica e envolvente, sem esquecer da aprendizagem, que deve ser o objetivo principal das metodologias de ensino. Nesse trabalho iremos apresentar o Origami como um possível recurso didático para o ensino de Matemática e promover um diálogo entre a literatura existente e o desenvolvimento de uma sequência didática com licenciandos em Matemática, Professores e licenciados, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA) onde abordaremos a aplicabilidade de uma metodologia de ensino de Geometria, utilizando-se dobraduras, na Educação Básica e Superior.

Segundo Monteiro (2008), a palavra *Origami*, de origem japonesa, é constituída pela junção de duas palavras, *Oru* e *Kami*, que significam, respectivamente, dobrar e papel. Esta arte milenar se configurou como uma técnica que desperta a curiosidade e admiração de muitas pessoas ao redor do mundo. O interesse pelo tema partiu inicialmente pela observação das construções de Satoshi kamiya, um dos maiores mestres de origami da atualidade. Satoshi se especializou na representação de animais com extrema quantidade de detalhes o que me causou imensa curiosidade, ao analisar os diagramas percebi que haviam relações matemáticas nas vincas, que são as marcas das dobras, da construção planificada. Em seguida, encontrei alguns origamis que compõem formas geométricas espaciais que mostraram a possibilidade de se trabalhar o conteúdo de geometria utilizando esses objetos. Posteriormente, descobrimos os Axiomas de Hatori que se mostraram possibilidade de construção com régua e compasso similares aos que conhecemos das obras de Euclides.

Partindo da compreensão e associação feita entre os conhecimentos oriundos do Origami e os da Geometria Euclidiana, surgiu a seguinte pergunta: quais as formas, conceitos e conteúdos da Geometria Euclidiana podem ser explorados na sala de aula através do Origami? Para respondê-la, buscaremos aprofundar o conhecimento sobre a Geometria presente no Origami, suas relações com a Geometria euclidiana, quais os conteúdos podem ser percebidos nos construtos dos Origamis. Portanto, iniciaremos essa pesquisa com o levantamento teórico sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino de Matemática e sobre as geometrias Euclidiana e do Origami com o estudo dos axiomas de Huzita-Hatori e suas representações utilizando construções feitas com régua e compasso. Por fim, realizaremos um minicurso da

Geometria do Origami com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do IFBA, *Campus* Valença, registrando as dificuldades, as associações feitas com o que já se conhece em termos de Geometria, a fim de avaliar os limites e possibilidades desta sequência didática utilizando as técnicas de dobraduras e os axiomas de Huzita-Hatori em salas de aula regulares do Ensino Médio e Superior. Buscaremos selecionar alunos que já tenham cursado as disciplinas Álgebra Vetorial e Geometria Analítica; Fundamentos da Matemática I; e Desenho Geométrico, visando uma reflexão substancial do tema.

Durante a realização dos estágios curriculares, pude vivenciar o desinteresse dos alunos pela disciplina de Matemática. No entanto, em outras experiências formativas como as do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), tive oportunidade de utilizar metodologias mais diversificadas como jogos e recursos tecnológicos, nas quais os alunos demonstravam maior interesse na interação com as atividades propostas. Partindo dessas experiências, considero esta proposta relevante, pois o Origami, apesar de não ser um recurso novo, não é de uso comum nas salas de aula, nem mesmo nas vivências da maioria dos estudantes em outras esferas da sociedade ocidental. Assim, acredito que esta metodologia possa proporcionar uma maior participação nas aulas e, conseqüentemente, facilitar a aprendizagem.

CAPÍTULO 1

MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Os problemas relacionados ao ensino da Matemática no Brasil são evidenciados todos os anos através dos resultados de exames como ENEM. Para D'Ambrósio (2005, p. 31), "do ponto de vista de motivação contextualizada a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta". Assim, diante do desafio da contextualização dos conteúdos matemáticos, mostra-se relevante o uso de metodologias que fogem ao método tradicional da exposição de conteúdos e resolução de exercícios. O uso de materiais manipuláveis pode ser assim uma alternativa para este problema.

Lorenzato (2009) apresenta diversos teóricos que destacaram a importância dos materiais manipuláveis no ensino, como Comenius, Locke, Rousseau, Pestalozzi, Froebel, Dewey, Piaget, Bruner e Vigotsky. Todos esses teóricos, apesar de diferenças conceituais a respeito de como se dá a aprendizagem, defendiam a manipulação de materiais concretos como forma de abstração a partir dos sentidos ou mesmo da reflexão partindo do que já se conhece ao objeto novo.

Muitos foram os educadores famosos que, nos últimos séculos, ressaltaram a importância do apoio visual ou do visual tátil como facilitador para a aprendizagem (...) o ensino deveria começar pelo concreto (...) aprendizagem começa pelo campo sensorial para consolidação do conhecimento experiência Direta com fator básico para a consolidação do conhecimento (...) o conhecimento se dá pela ação reflexão sobre objeto (...) Esse reconhecimento evidencia o papel fundamental que o material didático pode desempenhar para a aprendizagem (Lorenzato, 2009, P5)

Para Murari (2011), a forma como o professor lida com os desafios que normalmente se apresentam nas aulas de matemática, depende do grau de envolvimento entre o ele e sua vida profissional. O autor defende que desse envolvimento emerge o anseio de melhorar sua prática a fim de obter melhores resultados do seu alunado. Entendemos, no entanto, para além desse envolvimento, uma prática de ensino que envolva o uso de materiais manipuláveis necessita também do suporte da escola, em termos de recursos, para elaboração e confecção de materiais; e se tratando do origami os recursos necessários são mínimos, apenas papel.

Pais (1996) defende que os conceitos geométricos trabalhados na educação básica podem, de modo geral, ser associados a objetos, ou materiais didáticos. O autor define esses objetos como "uma parte material, facilmente identificável no mundo vivenciado pelo aluno e que pode ser associada à forma de alguns dos conceitos geométricos estudados em nível da escola fundamental" (p. 67). Para o autor os experimentos com objetos são necessários para a (p. 64) "transposição de um nível pré-categorial para o mundo das ideias abstratas.". Em outras

palavras, a utilização de materiais concretos pode contribuir para a aprendizagem, colaborando para a abstração de conceitos através da visualização ou manipulação de objetos, que optamos por chamar neste trabalho de materiais manipuláveis, que possuam atributos correspondentes aos conceitos geométricos estudados.

Um estruturado planejamento da aula se mostra de grande relevância para que o aluno seja capaz de fazer uma leitura geométrica dos objetos e ser conduzido, portanto, à abstração. Para Pais (1996) o mau uso destes recursos pode construir no aluno a ideia de uma geometria concreta, o que contradiz aos objetivos da Educação Matemática.

Para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, é compreender que a matemática longe de ser um bicho papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar. (LORENZATO, 2009, p.25)

Assim, percebemos que o autor apresenta os objetos concretos, ou materiais, como recursos capazes de instigar o aluno a produzir o próprio conhecimento. Para tanto, faz-se necessário que esses recursos não sejam meramente ilustrativos. Eles devem estar associados a uma metodologia de ensino bem definida, com objetivos e procedimentos bem delineados. A utilização desses materiais deve, para o autor, estimular o aluno a experimentar, solucionar problemas, verificar, constatar e, por fim, construir conhecimento.

1.1 O ORIGAMI COMO MATERIAL MANIPULÁVEL

Na proposta deste trabalho, buscamos analisar a técnica do Origami para a construção de materiais manipuláveis para o ensino de Geometria. O Origami é uma arte milenar japonesa de dobrar o papel, sem cortá-lo ou colá-lo, capaz de criar representações de determinados seres ou objetos, que será apresentado neste trabalho como possível material manipulável para o ensino de Geometria. O origami é construído com dobras geométricas de uma peça de papel geralmente quadrada e, portanto, acreditamos ser capaz de auxiliar o desenvolvimento de habilidades e competências na área da geometria sendo uma possibilidade para servir também como modelo físico para alunos com dificuldades em abstrair o conteúdo ou complementar a formação de alunos que não tenham dificuldade. A Geometria, para Lorenzato (1995), é um conteúdo escolar importante em nossas escolas, por auxiliar as pessoas na compreensão e solução de questões de outras áreas do conhecimento, bem como na resolução de problemas do cotidiano, Monteiro (2008) aponta como o Origami pode contribuir para a formação de Habilidades e Competências

com a Geometria.

(...) a dobragem de papel permite desenvolver, entre outros, a destreza manual, o sentido estético de arte e comunicação. Em particular, no ensino de Matemática, o Origami é utilizado para: sentido de forma, tamanho e cor; fundamentos da Geometria; conceitos e vocabulário matemático; simetrias, congruências e ângulos; frações, razões, proporções e medições; resolução de problemas, com espírito analítico e crítico; investigação de objectos tridimensionais e relações espaciais; exploração de padrões e estabelecimento de relações. (MONTEIRO, 2008, p. 4)

Percebemos que a utilização do Origami na sala de aula, tem um potencial muito rico, sobretudo para o ensino de Matemática. O desafio para o professor, conforme as ideias de Pais (1996) é construir uma metodologia capaz de explorar os conceitos elencados acima por Monteiro, incentivando a descoberta pelo próprio aluno. Nesta perspectiva o Origami não deve ser utilizado como mera ilustração, nem o ensino da Geometria deve ser limitado à mera manipulação. O material deve ser um meio para alcançar objetivos de aprendizagem muito bem definidos.

CAPÍTULO 2

DE EUCLIDES A HUZITA-HATORI

Apresentaremos nesse capítulo um pouco da Geometrias Euclidiana e em Essência a construção a axiomática de Huzita-Hatori utilizando a geometria euclidiana e características em comum. Este estudo nos ajudará a substancializar as discussões posteriores sobre a utilização do Origami nas aulas de Geometria.

2.1 A GEOMETRIA EUCLIDIANA

Segundo Boyer (1974), considerando a fama do autor, pouco se sabe sobre Euclides, não havendo se quer um lugar associado ao seu nascimento. Após a popularidade do seu *best-seller*, Os Elementos, o autor foi convidado por Ptolomeu I a lecionar no Museu de Alexandria, ficando, portanto, conhecido posteriormente com Euclides de Alexandria. O autor destaca ainda que Euclides foi autor de cerca de uma dúzia de tratados com tópicos como astronomia, música, cônicas e mecânica, dos quais alguns se perderam ou foram superados por outros autores. No entanto, o legado deixado pela obra Os Elementos foi suficiente para imortalizá-lo. Para Boyer (1974, p. 87) "talvez nenhum livro, além da Bíblia, possa se gabar de tantas edições, e certamente nenhuma obra matemática teve influência comparável à de *Os Elementos* de Euclides"

A obra Os elementos é composta por 13 livros. Os seis primeiros sobre Geometria Plana Elementar, três sobre Teoria dos Números, um sobre Incomensuráveis e os três últimos tratam principalmente da Geometria Espacial. A obra destacou-se não por sua originalidade, visto que muito dos conhecimentos apresentados em Os Elementos já compunham obras anteriores. O destaque do trabalho de Euclides foi sua ordenação de conteúdos e seu rigor lógico-dedutivo (BOYER, 1974). Neste trabalho, daremos ênfase apenas ao Livro I, considerando que este aborda os tópicos da Geometria que serão apresentados à luz de Huzita-Hatori. Sobre o primeiro livro, sabemos que

A maior parte das proposições do Livro I de *Os elementos* é dada em qualquer curso de Geometria da escola secundária. Contém os teoremas familiares sobre congruências de triângulos (mas sem um axioma que justifique o método de superposição) sobre construções simples com régua e compasso, sobre desigualdades relativas a ângulos e lados de um triângulo, sobre propriedades de retas paralelas (levando ao fato de ser a soma dos ângulos internos de um triângulo igual a dois retos), e sobre os paralelogramo (inclusive a construção de um paralelogramo tendo ângulos dados e área igual à de um triângulo dado ou à de um figura retilínea dada). O livro termina com a demonstração (nas Proposições 47 e 48) do Teorema de Pitágoras e sua recíproca. (BOYER, 1974, p. 79)

O Livro I inicia-se com 23 definições, seguidas por uma lista de cinco Postulados e cinco Noções Comuns ou Axiomas. Anterior a Euclides, Aristóteles já havia dado uma distinção entre axioma e postulado, sendo, segundo o filósofo e matemático grego, o axioma uma noção facilmente entendida como uma verdade comum e o postulado uma noção menos óbvia, a qual se restringe a um assunto em discussão. Porém, não se sabe se Euclides havia adotado tais conceitos. Para muitos matemáticos modernos, não existe diferença entre axioma e postulado (BOYER, 1974). Apresentaremos a seguir, os axiomas e postulados que compõem o Livro I da obra Os Elementos.

Postulados:

- 01 traçar uma reta de qualquer ponto a qualquer ponto
- 02 prolongar uma reta finita continuamente em uma linha reta
- 03 descrever um círculo com qualquer raio e qualquer centro
- 04 Que todos os ângulos retos são iguais
- 05 Que, se uma reta corta duas retas faz os ângulos interiores de um mesmo lado menores que dois ângulos retos, as duas retas, se prolongadas indefinidamente, se encontram desse lado em que os ângulos são menores que dois ângulos retos (BOYER, 1974, p. 77)

Um meio clássico de provar teoremas da Geometria Euclidiana é o usando construções com régua e compasso. Isso se deve ao fato de os três primeiros postulados de Euclides terem sido demonstrados por este método, o que o tornou conhecido como Construção Euclidiana.

Dos sucessores de Euclides até tempos modernos, a mera citação do número de um livro e o de uma proposição de sua obra prima é suficiente para identificar um teorema ou construção particular. Nenhum trabalho exceto a Bíblia, foi usado ou estudado e, provavelmente, nenhum exerceu influência maior no pensamento científico. Mais de mil edições impressas dos Elementos já apareceram desde a primeira delas em 1482; por mais de dois milênios esse trabalho dominou o ensino de geometria. (ÁVILA, ANO, p15)

A importância da obra de Euclides é incontestável. O quinto postulado, no entanto, foi alvo de diversos questionamentos em relação à sua posição enquanto postulado. Tais questionamentos deram origem a algumas das chamadas *Geometrias não Euclidianas*, oriundas da negação do quinto postulado, como a Geometria Esférica e Hiperbólica. Surge assim a ideia de geometrias diferenciadas com vista à explicação de espaços diferenciados. No caso da Geometria do Origami, esta não surgiu a partir desta lógica. Os axiomas de Huzita-Hatori surgem como fundamentação à técnica de dobragem que constitui a arte do Origami.

2.2 A GEOMETRIA DO ORIGAMI

Segundo Lang (2003, p. 11), “muito do fascínio que o origami proporciona às pessoas está na sua simplicidade.” Trata-se de um quadrado de papel que pode ser transformado utilizando-se apenas dobraduras, sem cortes ou colagem. Sobre sua origem histórica, existem diversas versões acerca de quando e onde o origami foi inventado. Devido ao momento histórico em que foi iniciado a ausência de registros, não é possível determinar exatamente quando surgiu o origami, mas acredita-se que foi nos mosteiros no Japão, em uma época em que o papel era muito caro e inacessível, assim, a arte do origami surge como uma atividade da nobreza.

Existem várias lendas acerca do origami, dentre elas podemos citar a do Tsuru, um dos origamis tradicionais e mais conhecidos da história. Segundo esta lenda, ao dobrar um mil Tsurus, com um desejo em mente, esse desejo é realizado, veremos mais essa curiosidade nos apêndices.

O papel chegou ao Japão no século VI d. C. e foi neste país que o Origami se desenvolveu tal como o conhecemos hoje, O Período Heian (794–1185), onde o Origami era entendido como um divertimento das classes mais ricas, as únicas que podiam comprar papel. O Período Muromachi (1338–1573), quando o papel se tornou um produto mais acessível e o Origami começou a ser utilizado para distinguir as diversas classes sociais, conforme os adornos que as pessoas usavam. O Período Tokugawa (1603–1867), também conhecido como o período da democratização do papel, quando surgem os primeiros livros de Origami. (Franco 1999 P17)

Com o passar dos anos, a técnica do origami foi avançando por meio de profissionais que passaram a vida aperfeiçoando-as. Com a popularização do papel e a divulgação dos registros dos passos para confecção do origami, este tornou-se conhecido em todo o mundo passando a ser de objeto de decoração em eventos a objeto de estudo científico, em especial, na área de Matemática. Assim, o Origami consolidou sua geometria própria com uma deformação do plano para a obtenção de sólidos, alguns axiomas de Euclides justificam a geometria do Origami, porém não cobre por completo, sendo assim as geometrias amparam uma a outra, se complementando.

Existe um número muito grande de espaços possíveis e cada um deles têm sua própria geometria. Todos eles são igualmente válidos e auto-consistentes. O espaço euclidiano, por exemplo, é uniforme, isto é, ele é homogêneo e isotrópico. Por homogêneo queremos dizer que suas propriedades são as mesmas em qualquer local definido sobre ele. Ser isotrópico significa que suas propriedades não dependem da direção em que são consideradas. Além disso o espaço euclidiano tem uma geometria de congruência. Isso quer dizer que nele todas as formas espaciais são invariantes sob translação e/ou rotação. (SANTOS, 2016, p. 540)

A arte das dobraduras foi ganhando conceitos formais através da elaboração de conjecturas por principalmente dois matemáticos: Hizuta e Hatori. Esses conceitos, capazes de

descrever a construção de qualquer origami, foram registrados na forma de axiomas, sendo seis deles de Hizuta e um de Hatori. São eles:

Axioma 1: Dados dois pontos, P_1 e P_2 , há uma dobragem que passa pelos dois pontos.
Axioma 2: Dados dois pontos, P_1 e P_2 , há uma dobragem que os torna coincidentes.
Axioma 3: Dadas duas rectas, l_1 e l_2 , há uma dobragem que as torna coincidentes.
Axioma 4: Dados um ponto P e uma recta l , há uma dobragem perpendicular a l que passa por P .
Axioma 5: Dados dois pontos, P_1 e P_2 , e uma recta, l , se a distância de P_1 a P_2 for igual ou superior à distância de P_2 a l , há uma dobragem que faz incidir P_1 em l e que passa por P_2 .
Axioma 6: Dados dois pontos, P_1 e P_2 , e duas rectas, l_1 e l_2 , se as rectas não forem paralelas e se a distância entre as rectas não for superior à distância entre os pontos, há uma dobragem que faz incidir P_1 em l_1 e P_2 em l_2 .
Axioma 7: Dado um ponto, P , e duas rectas, l_1 e l_2 , se as rectas não forem paralelas, há uma dobragem que faz incidir P em l_1 e é perpendicular a l_2 . (MONTEIRO, 2008, p.09)

Monteiro apresenta ainda em sua dissertação aplicações dos axiomas de Hizuta-Hatori em resolução de equações quadráticas, cúbicas e até mesmo de equações com grau superior a três. No entanto, não aprofundaremos esse tema aqui por não ser este o foco do nosso trabalho. Os axiomas de Hizuta-Hatori foram importantes também para a elaboração de algoritmos computacionais que analisam a quantidade mínima de dobras para se alcançar um resultado. Atualmente esses algoritmos são usados na construção de origamis avançados e conseguiram ganhar aplicações nas engenharias, sobretudo as aeroespaciais para compactação de objetos. Neste trabalho vamos explorar um pouco conceitos mais simples e ver o quanto plural podem ser os conteúdos explorados a partir de uma singular folha de papel além de construir os 7 axiomas apenas com o uso de régua e compasso encontrando o local geométrico das dobras.

2.1.1 Sistemas de diagramação

Os registros de cada passo para a confecção de um origami constituem um sistema chamado *sistema de diagramação* ou simplesmente *diagrama*. Esse sistema possui convenções com o intuito de unificar os desenhos e podem compor de uma página a livros para mostrar a construção de uma peça. Robert J. Lang (2003) diz que com esse sistema foi possível transcender a barreira da língua, ressaltando o caráter intuitivo dos diagramas, que nada mais é que uma variedade de códigos formados por setas, linhas pontilhadas e outros símbolos, criado pelo mestre japonês Akira Yoshizawa (1911 – 2005). Com esse sistema, que se iniciou em seus primeiros livros na década de 40, Yoshizawa concedeu aos artistas um meio de ensinar sua criação. Como uma receita, contendo passo a passo, de como recriar uma determinada obra, agregando mais um diferencial à prática desta arte. (minha tradução)

Existem basicamente dois tipos de vinca a vinca montanha e a vinca vale , durante a confecção do origami algumas vincas servem apenas para marcação portanto são dobradas e desdobradas e outras constituem a confecção da peça onde são dobradas e ficam onde foram dobradas.

Atualmente a Universidade Federal de fluminense (UFF), em seu Laboratório de Ensino de Matemática, desenvolve pesquisas com origamis para utilização no Ensino Fundamental e Médio na área de construção de sólidos. Com o intuito de auxiliar os alunos na abstração dos conteúdos, as pesquisas da UFF “se mostraram promissoras quanto ao uso do origami, revelando seu potencial como uma ferramenta barata e de fácil acesso para os professores e alunos”.

CAPÍTULO 3

ASPETOS METODOLÓGICOS

Nesse capítulo apresentamos os aspectos metodológicos desta pesquisa que tem como objetivo geral analisar o potencial da utilização do Origami como recurso para as aulas de Geometria. Esta análise baseia-se no levantamento teórico e histórico da Geometria do Origami, nas construções planas dos axiomas de Huzita-Hatori e na aplicação de uma sequência didáticas com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática IFBA, *Campus Valença*.

Inicialmente, fizemos um levantamento bibliográfico sobre o Origami, abordando desde aspectos históricos à sua formalização com os axiomas de Huzita-Hatori. Discorreremos também sobre a Geometria Euclidiana, uma vez que esta é a Geometria que compõe os currículos da Educação Básica no Brasil. Buscando fazer uma associação entre Huzita-Hatori e Euclides, construímos algumas representações dos axiomas do Origami utilizando o software Geogebra, apresentando para o leitor como podem ser feitas utilizando régua e compasso. Essas construções serão apresentadas no capítulo IV. Por fim, foi realizado um minicurso com licenciandos em Matemática buscando avaliar uma sequência didática sobre a Geometria do Origami aliada à Geometria. O minicurso foi filmado a fim de possibilitar uma observação mais sistemática tendo em vista que o pesquisador também fazia parte do processo enquanto ministrante. Por fim, realizamos uma reflexão dialógica entre os dados coletados e o referencial teórico.

3.1 ABORDAGEM E PROCEDIMENTOS

Em concordância com Ludke & André (2013, p. 1), entendemos que "para realizar uma pesquisa é preciso promover o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado tema e o conhecimento teórico construído a respeito dele". Assim, esse trabalho constitui-se uma pesquisa científica, pois buscaremos promover o diálogo entre as Geometrias Euclidiana e Huzita-Hatori, as teorias sobre materiais manipuláveis e as concepções dos licenciandos em Matemática sobre a utilização deste recurso nas salas de aula. Esta pesquisa tem uma abordagem qualitativa, pois

Os pesquisadores que utilizam os métodos qualitativos buscam explicar o porquê das coisas, exprimindo o que convém ser feito, mas não quantificam os valores e as trocas simbólicas nem se submetem à prova de fatos, pois os dados analisados são não-métricos (suscitados e de interação) e se valem de diferentes abordagens.

Percebemos que a abordagem feita nesta pesquisa é de cunho qualitativo. A preocupação aqui não está em quantificar dados, nem submeter alguma teoria à prova, mas investigar a aplicabilidade de uma proposta pedagógica. Quanto aos procedimentos, entendemos que esta pesquisa abrange dois tipos: bibliográfico, uma vez que será feito um levantamento da produção científica sobre os temas tratados com dados que já foram previamente analisados; e participante, sobre o qual Gerhardt e Silveira (2009, p.40) explicam que "este tipo de pesquisa caracteriza-se pelo envolvimento e identificação do pesquisador com as pessoas investigadas". Percebemos que a pesquisa realizada atende a esta característica, pois o pesquisador participa ativamente da atividade da pesquisa e registra, enquanto observador, as concepções construídas pelos licenciandos ao longo do minicurso executado.

3.2 LOCAL E SUJEITOS DA PESQUISA

O minicurso foi realizado no IFBA, *Campus* Valença. A facilidade de acesso e a presença do público pretendido foram as razões pela escolha do local.

Os participantes do minicurso foram estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do IFBA e professores. Buscou-se selecionar estudantes que já tivessem cursado as disciplinas Fundamentos da Matemática I, Álgebra Vetorial e Geometria Analítica e Desenho Geométrico. A escolha deste público se deu pelo tempo para realização da oficina que foi curto. Assim, buscou-se estudantes que já possuíam o conhecimento prévio em Geometria, a fim de substanciar os argumentos, além de serem professores de Matemática em processo de formação, o que contribui para uma atenção especial à questão metodológica da proposta.

CAPÍTULO 4

HUZITA-HATORI COM RÉGUA E COMPASSO

Apresentaremos nesse capítulo as construções dos axiomas de Hizuta e Hatori com utilização de régua e compasso. Com elas, torna-se mais fácil a compreensão das relações existentes entre as geometrias abordadas neste trabalho. Será mostrado também as construções analíticas de Rodrigues (2015).

Axioma 01: dado dois pontos “A” e “B” existe uma única vinca que tomaremos como uma reta “t” que passa concomitantemente por “A” e por “B”.

Figura 1 Axioma I com régua e compasso

Construção: para este axioma utilizamos o Postulado de Euclides que por dois pontos passa uma única reta.

Sejam os pontos $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$, prova-se a existência desta dobragem, encontrando a equação da reta que passa pelos pontos P_1 e P_2 .

De fato, seja $r: y = mx + n$, a reta gerada pela dobragem. Tem-se:
$$\begin{cases} y_1 = mx_1 + n \\ y_2 = mx_2 + n \end{cases}$$

Ao resolver o sistema, encontra-se a equação reduzida da reta conforme mostrado na seção anterior, cujos coeficientes são dados por:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{e} \quad n = y_1 - mx_1 \quad \text{ou} \quad n = y_2 - mx_2. \quad (\text{RODRIGUES, 2015, p.57})$$

Axioma 02: Dados dois pontos “A” e “B” existe somente uma única vinca que tomaremos como uma reta “s” onde “A” fica sobre “B”.

Figura 2 Axioma II com régua e compasso

Construção: Tomemos um segmento de reta AB, para encontrar o ponto médio de AB colocamos a ponta seca do compasso em A e molhada em b e traçamos a circunferência c depois colocamos a ponta seca do compasso em B e molhada em A e traçamos a circunferência d, os pontos de intersecção das circunferências c e d formam o segmento EF que e perpendicular a AB e está situada no ponto médio de AB e EF está contida em s.

Sejam os pontos $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ a dobra que os torna coincidentes é a mediatriz do segmento $\overline{P_1P_2}$. Ou seja, o vinco gerado pela dobra passa pelo ponto médio M do segmento $\overline{P_1P_2}$ dado por $M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$.

Ao serem utilizados os resultados obtidos na explicação do axioma 1, conclui-se que o coeficiente angular da reta definida pelos pontos P_1 e P_2 é dado

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

por:

Desta maneira, o coeficiente angular m_2 da reta perpendicular à reta definida pelos pontos P_1 e P_2 e que passa pelo ponto M é dado por: $m_2 = \frac{x_1 - x_2}{y_2 - y_1}$.

Efetuando as devidas substituições, conclui-se que o coeficiente linear da reta definida pela mediatriz do segmento v é dado por:

$$n_2 = \frac{y_1 + y_2}{2} - \left(\frac{x_1 - x_2}{y_2 - y_1} \right) \cdot \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) = \frac{x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2}{2y_2 - 2y_1}.$$

$$y = \frac{x_1 - x_2}{y_2 - y_1}x + \frac{x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2}{2y_2 - 2y_1}.$$

Ou seja, a reta pretendida é expressa por:

(RODRIGUES, 2015, p.57)

Axioma 3: dado duas retas L1 e L2 existe uma única dobragem que coloca L1 sobre L2.

Figura 3 Axioma III com régua e compasso

Construção: Dobragem única que torna duas retas coincidentes, colocamos o compasso com ponta seca em G e ponta em C e tracemos uma circunferência GC, assim obremos os pontos A,D e E, as distâncias BC, BA, BD e BE são congruentes, traçamos os segmentos DE e AC, com o compasso com ponta seca em C e ponta em A traçamos uma circunferência após com o compasso com ponta seca em A e ponta em B traçamos outra circunferência se ligarmos as intersecções das circunferências de centro A e C. Obtemos uma intersecção com o segmento AC que é ponto médio de AC, para obter o segundo ponto que a vinca contém construiremos uma circunferência com compasso onde a ponta seca está em E e ponta em D e outra circunferência com ponta seca em D e ponta em E as intersecções das circunferências de centro E e D tem intersecção HI e i o segmento hi intercepta o segmento DE essa intersecção e ponto médio de DE, O segmento que passa pelos pontos médios de de DE e AC e a vinca que torna as retas coincidentes.

Construção analítica de Rodrigues (2015):

Sejam $r_1: y = m_1x + n_1$ e $r_2: y = m_2x + n_2$ duas retas não coincidentes, tem-se que as mesmas podem ser paralelas ou concorrentes. Analisam-se, a seguir, três casos:

(I) Ao considerar r_1 e r_2 paralelas, em que $m_1 = m_2 = 0$ e $n_1 \neq n_2$, encontra-se $r_1: y = n_1$ e $r_2: y = n_2$. Para se encontrar a reta de dobragem se faz a média

aritmética entre os valores n_1 e n_2 . Logo, a reta pretendida é dada por: $y = \frac{n_1 + n_2}{2}$.

(...) (III) Para r_1 e r_2 concorrentes, tem-se que uma reta de dobragem é determinada pela bissetriz de um dos ângulos formados pelas retas r_1 e r_2 , em que $m_1 \neq m_2$ e, consequentemente, $m_1 - m_2 \neq 0$. A fim de se encontrar o ponto I de interseção entre as retas r_1 e r_2 , resolve-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} y = m_1 x + n_1 \\ y = m_2 x + n_2 \end{cases}$$

$$m_1 x + n_1 = m_2 x + n_2$$

$$m_1 x - m_2 x = n_2 - n_1$$

$$x(m_1 - m_2) = n_2 - n_1$$

$$x = \frac{n_2 - n_1}{m_1 - m_2}$$

Substituindo na segunda equação:

$$y = \frac{m_2 n_2 - m_2 n_1 + m_1 n_2 - m_2 n_2}{m_1 - m_2}$$

$$y = \frac{m_1 n_2 - m_2 n_1}{m_1 - m_2}$$

Logo, $I = \left(\frac{n_2 - n_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1 n_2 - m_2 n_1}{m_1 - m_2} \right)$. Considerando uma circunferência auxiliar de centro I e raio arbitrário d, sua equação será expressa por: $\left(x - \frac{n_2 - n_1}{m_1 - m_2} \right)^2 + \left(y - \frac{m_1 n_2 - m_2 n_1}{m_1 - m_2} \right)^2 = d^2$. Considera-se, ainda, que as retas r_1 e r_2 intersectam a circunferência em quatro pontos distintos:

- A reta r_1 intersecta nos pontos: $P_2 = (x_2, y_2)$ e $P_3 = (x_3, y_3)$.

- A reta r_2 intersecta nos pontos: $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_4 = (x_4, y_4)$.

Neste caso, a reta que determina a bissetriz de um dos ângulos formados passa pelos pontos médios M_1 e M_2 dos segmentos $\overline{P_1 P_3}$ e $\overline{P_2 P_4}$, respectivamente, em que $M_1 = \left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2} \right)$ e $M_2 = \left(\frac{x_2 + x_4}{2}, \frac{y_2 + y_4}{2} \right)$. (RODRIGUES, 2015, p.58)

Axioma 04 Dado um ponto P_1 e uma reta L_1 existe uma única dobragem que é perpendicular a reta L_1 e passa por P_1 .

Figura 4 Axioma IV com Régua e compasso

Construção: Tomemos um setor circular com raio de distância maior que a distancia do ponto C para a reta o setor circular é secante a reta logo toca a reta em dois pontos A e B, tomemos o ponto médio de AB com o compasso com ponta seca em a e ponta em b e traçamos uma circunferência e com o compasso com ponta seca em B e ponta em A e traçamos outra circunferência as intersecções das circunferências de centro A e B formam um segmento de reta

que toca a reta no ponto médio de AB o segmento que passa pelo ponto médio de AB e passa por C é a vinca que é perpendicular a reta e passa por C.

Seja o ponto $P = (x, y)$ e a reta $r: y = mx + n$ para que seja definida a equação da reta obtida por meio da dobra, é necessário considerar uma circunferência auxiliar de centro P , cujo raio é maior do que a distância entre a reta e o centro P da circunferência. Sendo assim, a reta intersecta a circunferência em dois pontos chamados P_1 e P_2 . A reta pretendida passa pelo ponto médio do segmento $\overline{P_1P_2}$ e o centro P da circunferência ou, ainda, se poderia utilizar a demonstração do segundo axioma em relação aos pontos P_1 e P_2 . (RODRIGUES, 2015, p.61)

Axioma 5: Dados dois pontos, P_1 e P_2 , e uma recta, l , se a distância de P_1 a P_2 for igual ou superior à distância de P_2 a l , há uma dobragem que faz incidir P_1 em l e que passa por P_2 .

Figura 5 Axioma V com Régua e compasso

Construção: Tomando a reta f como uma diretriz e o ponto F como foco, ao traçar paralelas a diretriz, o conjunto de pontos com distância da diretriz a paralela e equidistante ao foco e a mesma paralela que utilizamos, se repetirmos esse procedimento para todas as paralelas obtemos um conjunto de pontos de uma parábola de foco E e diretriz, logo a vinca que leva o ponto E em f e uma tangente a parábola que passa por D

Dados os pontos distintos $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ e a reta $r: y = mx + n$, para que se obtenha a equação pretendida, encontra-se a interseção entre a referida reta e a circunferência auxiliar de centro P_2 e raio $\overline{P_1P_2}$, designado por d .

Seja a equação da circunferência dada por $(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = d^2$,

determinam-se as coordenadas do(s) ponto(s) de interseção entre ambas resolvendo o sistema a seguir:

$$\begin{cases} y = mx + n \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = d^2 \end{cases}$$

Substituindo:

$$(x - x_2)^2 + (mx + n - y_2)^2 = d^2$$

$$(1 + m^2)x^2 + (2mn - 2x_2 - 2my_2)x + (x_2^2 + n^2 - 2ny_2 + y_2^2 - d^2) = 0$$

Pode-se observar que este problema carece da solução de uma equação do segundo grau. Portanto, pode-se obter zero, uma ou duas soluções para a mesma. (RODRIGUES, 2015, p.62)

Axioma 6: Dados dois pontos, P_1 e P_2 , e duas retas, l_1 e l_2 , se as retas não forem paralelas e se a distância entre as retas não for superior à distância entre os pontos, há uma dobragem que faz incidir P_1 em l_1 e P_2 em l_2 .

Figura 6 Axioma VI com Régua e Compasso

Construção: Usaremos a construção do axioma anterior para construir as parábolas de foco B e A e diretriz F e G, a tangente as duas parábolas leva A em g e B em f.

(...) é tomado $r_1: y = -1$ e $P_1 = (0,1)$. Seja P'_1 um ponto pertencente à diretriz r_1 , se tem que $P'_1 = (t, -1)$ é o ponto em que P_1 incide na reta r_1 através da dobragem. Por construção, esta dobragem é dada pela mediatriz do segmento $\overline{P_1 P'_1}$. M_1 , sendo este o ponto médio do segmento $\overline{P_1 P'_1}$, portanto $M_1 = \left(\frac{t}{2}, 0\right)$.

A equação da reta que passa pelos pontos P_1 e P'_1 é dada por $y = -\frac{2x}{t} + 1$. Portanto, o coeficiente angular a da reta definida pela mediatriz do segmento $\overline{P_1 P'_1}$ é dado por $a = \frac{t}{2}$ e o coeficiente linear b da mesma é dado por $b = -\frac{t^2}{4}$.

Assim $y = \frac{tx}{2} - \frac{t^2}{4}$ é a equação da reta representada pelo vinco gerado por meio da dobra.

A fim de ser definida esta reta, se quer que o ponto médio de $\overline{P_2 P'_2}$ também pertença ao vinco gerado pela dobra anteriormente descrita, em que $P_2 = (x_1, x_2)$ e $P'_2 = (x, y)$

ou seja, se quer que o ponto $M_2 = \left(\frac{x_1+x}{2}, \frac{y_1+y}{2}\right)$ pertença à reta de dobragem definida pela mediatriz do segmento $\overline{P_1 P'_1}$.

Fazendo as substituições temos a seguinte Equação: $(y_1 + y)(y_1 - y)^2 = (x_1^2 - x^2)(y_1 - y) - 2(x_1 - x)^2$

Assim: Pode ser encontrado zero, uma, duas ou três dobras que satisfaçam este axioma. Se as retas r_1 e r_2 forem paralelas e a distância entre elas for maior do que a distância entre os dois pontos P_1 e P_2 será impossível resolver este problema, pois não existirá tangente comum às parábolas descritas. (RODRIGUES, 2015, p.65)

Axioma 7: Dado um ponto, P , e duas rectas, l_1 e l_2 , se as rectas não forem paralelas, há

uma dobragem que faz incidir P em l_1 e é perpendicular a l_2 .

Figura 7 Axioma VII com Regua e Comapasso

Construção: usaremos o axioma 5 para encontrar a parábola de centro A e diretriz g , a vinca que leva A em g e é perpendicular a i , e a tangente a parábola e perpendicular a i .

Seja a reta $r_3: y = m_2x + (y_1 - m_2x_1)$ paralela à r_2 que passa por P , encontram-se as coordenadas do ponto P' por meio de interseção entre as retas r_1 e r_3 resolvendo o seguinte sistema:

$$\begin{cases} y = m_1x + n_1 \\ y = m_2x + (y_1 - m_2x_1) \end{cases}$$

Logo:

$$m_1x + n_1 = m_2x + (y_1 - m_2x_1)$$

$$x(m_1 - m_2) = y_1 - m_2x_1 - n_1$$

$$x = \frac{y_1 - m_2x_1 - n_1}{m_1 - m_2}$$

Substituindo X na primeira Equação:

$$y = m_1 \left(\frac{y_1 - m_2x_1 - n_1}{m_1 - m_2} \right) + n_1$$

$$P' = \left(\frac{y_1 - m_2x_1 - n_1}{m_1 - m_2}, m_1 \left(\frac{y_1 - m_2x_1 - n_1}{m_1 - m_2} \right) + n_1 \right)_B$$

Assim

Basta realizar a dobragem, pelo axioma 2, que torna os pontos P e P' coincidentes. (RODRIGUES, 2015, p.67)

Vamos mostrar Geometricamente que toda tangente a parábola leva o foco a diretriz

No triângulo PFD , como $PF = PD$ a reta bissetriz t forma ângulo PDF e é também mediana e altura do triângulo. Em outras palavras, a reta t também é a mediatriz do segmento FD .

Seja agora Q , um ponto qualquer da reta t , distinto P . Se D' é a projeção de Q sobre d , temos: $QF = QD > QD'$

Portanto, Q é exterior à parábola.

Ora, o ponto P da reta t pertence à parábola, e todos os outros pontos de t são exteriores. Logo, t é tangente à parábola em P .

Observe, na figura, a semirreta PY , prolongamento do segmento DP . Como a tangente à parábola em P é bissetriz do ângulo FDP , temos que PY e PF fazem ângulos iguais com essa tangente. (UFRGS Notas de Aula)

CAPÍTULO 5

RELATO DO MINICURSO ORIGAMI PARA ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA DISCURSÃO GEOMÉTRICA E AXIOMÁTICA DA TÉCNICA E REFLEXÕES

5.1 PRIMEIRO ENCONTRO

O primeiro encontro ocorreu no dia 11 de maio de 2018 no turno vespertino. Iniciamos com a apresentação da proposta e como seria feita a pesquisa e seguimos para a definição do Origami, suas lendas e um rápido resumo da sua história. Explicamos aos partícipes que iríamos apresentar a técnica e eles deveriam relacionar com conteúdo de Matemática e avaliar aquela ferramenta como uma possível forma de ser integrada a uma metodologia de ensino.

Apresentamos a ideia de sistema de diagramação, onde foi mostrado qual a operação a ser realizada pelo comando do diagrama (para onde e como dobrar, para onde e como girar a folha). Lembramos os participantes que o Origami não se corta nem cola nada e, em sua maioria, se inicia com um quadrado de papel. Como as folhas de papel vem em formato retangular, não quadrado, os participantes foram questionados como ele iriam transformar aquele retângulo em um quadrado sem usar nenhuma ferramenta, somente dobrando, prontamente todos levaram um vértice ao lado oposto a ela e cortaram um excesso do papel, eles foram questionados de como poderia garantir que aquilo era realmente um quadrado, eles dobraram e mostraram que os lados opostos eram iguais e os ângulos internos eram todos de 90° por manter 2 ângulos originais da folha que já eram de 90° e as diagonais são congruentes perpendiculares entre si e são congruentes as diretrizes. Falamos que a maioria dos origamis são representados em diagramas com todos os passos para a sua confecção, apresentado para os participantes dois deles para demonstrar alguns conceitos iniciais da técnica. Entendemos ser necessário construir algumas formas para que os participantes tomem ciência da técnica e possam discutir a proposta metodológica. O primeiro diagrama foi do Tsuru;

Figura 9 (imagem retirada da internet) Fonte: <<http://printtest.com/origami>>

A escolha do Tsuru como ponto de partida para a atividade se deu por ser este um dos origamis mais populares, além de sua construção ser munida de passos para a confecção de vários outros modelos, logo ele é essencial para quem deseja aprender a técnica. O ministrante construiu a primeira peça com os participantes apresentando os passos do diagrama e explicando melhor pois a primeira vista para alguns o diagrama é um pouco complicado, a turma relacionou o diagrama aos passos tranquilamente e surpreendeu e superou as expectativas do ministrante, eles ficaram tão entretidos com a confecção da peça que não fizeram muitos comentários sobre conteúdos matemáticos, nesse momento, apenas concordando com as propostas do ministrante, a partir daí a turma recebeu o primeiro desafio, construir um segundo Tsuru com o quadrado inicial contendo menos um terço do lado novamente sem nenhuma ferramenta, somente dobrando, após vários testes somente um participante conseguiu uma forma de apresentar uma solução onde através de técnicas de desenho geométrico, o ministrante apresentou a seguinte técnica:

Assim:

Tg alfa = s/s-1

$$T_g \text{ alfa} = \frac{1}{2} \cdot 1 / 1 = \frac{1}{2}$$

Assim tems que $s/s-1 = \frac{1}{2} \text{ Logo } S=1/3.1$

33

Figura 11

Descrição da atividade de forma geométrica: na atividade os participantes realizaram apenas dobraduras e o ministrante apresentou geometricamente. Utilizamos o procedimento anterior para encontrar os pontos G e H que representam $\frac{1}{3}$ do lado do quadrado. Com o compasso traçamos um seguimento subsequente a BG sobre o seguimento BC ficando BC dividido em BG,GN e NC com tamanhos congruentes. Fizemos o mesmo procedimento com o seguimento BA, dividindo-o em BH, HM e HÁ. Feito isso, traçamos segmentos paralelos a BA que passa por Q e O e BC que passa por R e P, dividindo assim o quadrado DCAB em 6 quadrados iguais $AMSQ = SFMH = FHGB = QSTO = TUSF = UNFG = DROT = RPTU = PCUN$. Após, ligamos os seguimentos OP, PG, GM, MO sendo que $OP=PG=GM=MO$ que tomaremos como c os seguimentos $DP=CG=BM=AO$ tomaremos como b e $AM=GB=CP=DO$ tomaremos como a; assim podemos dizer que a área total do quadrado é $(a+b)^2$ ou podemos dizer também que a área total do quadrado é $c^2+4*(a*b)/2$ pois a área do quadrado grande é igual a área do quadrado pequeno mais os 4 triângulos.

$$\text{Assim Temos que: } (a+b)^2=c^2+4*(ab)/2$$

$$a^2+2ab+b^2=c^2 +2ab \text{ (Subtraindo } 2ab \text{ em ambos os lados)}$$

$$a^2+b^2=c^2 \text{ (Teorema de Pitágoras)}$$

Após esta atividade apresentamos o segundo diagrama, a caixa simples:

Figura 12 (imagem retirada da internet) <<https://br.pinterest.com/pin/32440059800117669/>>

Esta dobradura possui um nível de habilidade manual maior que para a construção do Tsuru, pois é necessário realizar dobras com parte do origami já montado, o que os participantes tiveram bastante dificuldade, foi citado que com o exercício anterior é possível marcar pontos para ajustar a altura da caixa tomando a altura com a caixa com a parte aberta para cima e a face oposta a parte aberta como a base.

Concluindo o primeiro encontro tivemos um momento de discussão e reflexão da

técnica como ferramenta metodológica. Os participantes destacaram que o Origami pode ser inserido no contexto escolar a partir do momento que o aluno tenha habilidades para manter a concentração por ser uma atividade complexa e tenha um considerável controle motor para realização das atividades, sendo que poderá ser utilizado no Ensino Fundamental e Médio, na introdução e revisão de conteúdos trabalhando definições, cálculos e demonstrações. As definições apontadas em quanto planificadas as construções desde os conceitos iniciais de ponto reta e plano, tanto como ângulos área e perímetro, os polígonos como triângulo quadrado, onde pode ser explorado as definições propriedades já as formas construídas é possível trabalhar conceitos de Geometria Espacial.

Percebemos que as percepções apresentadas pelos licenciandos em matemática, estão de acordo com as ideias de Pais (1996) quando é citada a possibilidade de introdução dos conteúdos. Para o autor, o mais importante neste tipo de atividade é a alegria da descoberta. Além disso, quando os participantes falam da concentração, acreditamos que isto envolve também, além de uma maturidade dos estudantes trabalhados, um planejamento minucioso para o desenvolvimento da atividade, em concordância, mais uma vez com Pais (1996)

5.2 SEGUNDO ENCONTRO

Após a introdução a técnica apresentamos o Origami sobre um corpo axiomático conhecidos como os 7 axiomas de Huzita Hatori, onde Huzita constrói os 6 primeiros e o sétimo de Hatori, provados por Robert J. Lang. A proposta deste segundo encontro foi construir os 7 axiomas com régua e compasso para encontrar o local geométrico das dobras, que já foi citado anteriormente.

Sobre o primeiro axioma: dados dois pontos, existe uma única vinca que passa pelos dois pontos. Os participantes relacionaram com o postulado de Euclides onde por dois pontos passa apenas uma reta.

Figura 13

Figura 14

Imagem da construção por dobradura:

Figura 15

Sobre o segundo axioma: dados dois pontos P_1 e P_2 , existe uma única vinca que coloca P_1 sobre P_2 . Os participantes disseram que um dos pontos da vinca seria o ponto médio entre P_1 e P_2 , após algumas tentativas perceberam que a vinca também deveria ser perpendicular a reta que passa por P_1 e P_2 , logo usaram o axioma 1 para encontrar a reta que passa por P_1 e P_2 , encontraram o ponto médio entre P_1 e P_2 e traçaram a perpendicular que é o local geométrico que queriam encontrar.

Figura 16

Figura 17

Imagem da construção por dobradura:

Figura 18

Sobre o terceiro axioma: dado duas retas $L1$ e $L2$, não paralelas, existe uma única vinca em que $L1$ fica sobre $L2$. Os participantes perceberam que deveriam construir uma perpendicular a linha que passa por $P1$ $P2$, suas perpendiculares foram feitas uma antes e uma depois da intersecção, eles disseram que a vinca passa pela intersecção das linhas passa pelos pontos médios do segmento de paralela onde se intercepta com as linhas, assim encontramos o local geométrico da vinca.

Figura 19

Figura 20

Imagem da construção por dobradura:

Figura 21

Sobre o quarto axioma: dado um ponto e uma reta, existe uma única vinca que é perpendicular a reta e passa pelo ponto. Os participantes tiveram muita dificuldade neste axioma. Inicialmente, tentaram fazer um arco na linha e dividir o ângulo para encontrar o ângulo de 90° . Encontrado o ângulo de 90° , traçaram um segmento perpendicular à linha e paralelas a essa perpendicular até encontrar qual passa pelo ponto. Um participante tentou traçar uma circunferência ao redor do círculo, dividi-lo em setores e traçar vários segmentos que passam pelo ponto até encontrar qual era perpendicular à linha mas não encontrou.

O ministrante mostrou que poderia ser solucionado traçando uma circunferência de centro P1 e secante a linha dada, o ponto médio das intersecções da linha com a circunferência,

é o segmento que passa pelo ponto médio que encontramos acima e P_1 é perpendicular a linha e passa pelo ponto P_1 logo é o local geométrico da vinca.

Figura 22

Figura 23

Imagem da construção por dobradura

Figura 24

Foi dado 20 minutos para os participantes pensarem em uma solução para o axioma 5, nenhum deles conseguiu, assim foi apresentada a construção da parábola dado uma reta que chamamos de diretriz e um ponto que chamamos de foco onde a parábola é constituída pelo conjunto de pontos onde a distância do ponto a diretriz é a mesma distância do ponto ao foco. Construímos juntos uma parábola utilizando dobraduras, onde encontramos a parábola com uma linha e um ponto, diretriz e foco, respectivamente, e vincamos paralelas ao foco deslizando o foco pela linha. Assim vimos que qualquer tangente à parábola leva o ponto a linha e vimos também que a mesma distância do ponto da tangente a parábola a diretriz e a distância do ponto

que tangencia a parábola ao foco. Também foi mostrado que podemos fazer uma parábola com régua e compasso onde, a partir de uma reta qualquer (*diretriz*) e um ponto qualquer (*foco*), traçamos paralelas a reta e medimos com o compasso a distância da paralela a diretriz. Com essa medida, colocamos a ponta seca no foco e marcamos a intersecção da medida com a paralela que medimos. Repetimos esse procedimento para todas as paralelas, com esses conceitos podemos solucionar o axioma 5.

Construção da parábola com dobradura:

Figura 25

Sobre o quinto axioma: dados dois pontos P_1 e P_2 e uma reta L_1 , existe uma única vinca que leva P_1 para L_1 e passa por P_2 . Tendo conhecimento da construção da parábola, os

participantes não tiveram dificuldades em construir este axioma pois viram que a vinca representada por qualquer tangente a parábola leva o ponto a reta, logo os participantes encontraram uma tangente a parábola que passa por L_2 .

Figura 26

Figura 27

Figura 28

Sobre o sexto axioma: dado dois pontos P_1 e P_2 e duas retas R_1 e R_2 existe uma única vinca que leva P_1 para R_1 e P_2 para R_2 . Os participantes demoraram um pouco para perceber qual seria o local geométrico da vinca.

Figura 29

Figura 30

Figura 31

Sobre o sétimo axioma: dobragem única que faz um ponto incidir numa recta, através de uma dobragem perpendicular a uma outra recta.

Figura 32

Figura 33

Figura 34

O segundo encontro, por sua configuração, foi mais exaustivo que o primeiro, no entanto os participantes ainda participaram ativamente das atividades. Em alguns momentos houve bastante dificuldade na execução da tarefa. Porém, percebemos que as tentativas ajudaram na compreensão quando apresentamos um método que resolvesse o desafio. Além disso, uma vez superada a dificuldade, os participantes demonstravam o aprendizado na interpretação e solução de desafios seguintes. Assim, percebemos o êxito na realização da atividade.

Quanto às discussões sobre a utilização destes recursos em salas de aula regulares, os estudantes não contribuíram significativamente neste segundo encontro. As possíveis razões para este fenômeno: acreditamos que o cansaço da atividade, mais intensa no segundo encontro

possa ter colaborado para a inexpressividade; dificuldades de condução da discussão por parte do ministrante, ou mesmo uma dificuldade em articular a transposição dos saberes desenvolvidos para uma situação de sala de aula comum.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto, temos na técnica do Origami e na sua geometria, baseada nos sete axiomas de Huzita-Hatori, uma ferramenta muito rica para o ensino de Matemática tanto na Educação Básica, quanto no Ensino Superior, desde que respeitados os limites e conhecimentos prévios dos estudantes de cada uma das etapas de ensino. Na aplicação do minicurso para os alunos do curso superior de Licenciatura em Matemática, percebemos que o primeiro encontro se mostrou bastante motivador, de tal forma que foi concluído antes do esperado. No entanto, no segundo encontro, voltado para a construção dos axiomas com régua e compasso, a turma parecia mais desmotivada não chegando se quer a tentar construir o sétimo axioma de Hatori.

Buscando conjecturar respostas para o fenômeno ocorrido no minicurso, pensamos em aspectos: o fato de ter uma quantidade menor de participantes no segundo encontro, sendo que, os dois participantes mais ativos do primeiro dia não puderam estar presentes no segundo; e o fato de não se ter trabalhado com dobraduras como no primeiro dia. Os axiomas e as construções com régua e compasso são um pouco familiares aos estudantes, mas o trabalho inicial com dobraduras substanciou a atividade envolvendo os axiomas que pertencem a este espaço. Pensamos também que o trabalho das construções pode ter sido cansativo, pois não tínhamos tempo de marcar mais encontros.

A compreensão dos axiomas utilizando-se o recurso didático manipulável torna-se simplificado, uma vez que o estudante é capaz de verificar empiricamente o que está posto no axioma. Assim, parte-se do abstrato para o concreto. Acreditamos que as atividades propostas no minicurso facilitaram a abstração dos axiomas bem como dos conceitos relacionados à parábola desenvolvidos por último no segundo dia, concordando com as ideias de Pais (1996) sobre a utilização dos objetos nas aulas de Geometria. A transposição é perceptível, especialmente nos momentos de construção dos axiomas onde os alunos conseguem demonstrar o quanto aprenderam.

Por fim, reconhecemos também as limitações da atividade proposta, ou pelo menos da sua execução, tendo em vista o reflexo no desinteresse de alguns participantes. No entanto, entendemos que as diversas metodologias visam a atender a diversidade do público escolar que abriga uma multiplicidade de gostos, preferências e interesses. Portanto, reconhecemos que a metodologia não atingiu a todos, em termos de motivação, mas a aprendizagem parece ter se efetivado também nesse grupo. Acreditamos que o recurso é rico e pode ser explorado em diversas aulas e de diversas formas. Em concordância com Pais (1996), consideramos válido um planejamento minucioso das atividades que utilizam recursos didáticos manipuláveis, a fim

de garantir que o objetivo seja alcançado e que a aula não se torne meramente uma atividade lúdica.

REFERÊNCIAS

- ÁVILA, Patrícia de. Os Elementos de Euclides. Monografia (graduação) – Universidade Federal de Santa Catarina. Centro de Ciências Físicas e Matemática. Departamento de Matemática. Florianópolis, SC, 2003.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**: tradução: Elza F. Gomide. São Paulo. Edgar Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1974.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas. Ed. 17. 2009. SP. Papirus, 1996.
- FRANCO, B. **Unfolding Mathematics with Unit Origami**. Key Curriculum Press, 1999.
- GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de Pesquisa**. [organizado por] Tatiana Engel Gerhardt e Denise Tolfo Silveira; coordenado pela Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica – Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.
- LANG, Robert J. **Origami design secrets**: mathematical methods for an ancient arts. Library of Congress Cataloging-in-Publication Data. A K Peters Ltd, 2003.
- LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Sergio Lorenzato (org). – 3 ed. – Campinas, SP. Autores Associados, 2010.
- LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. Editora Pedagógica e Universitária, 2013.
- MONTEIRO, Liliana Cristina Nogueira. **História de uma Geometria Axiomática**. Dissertação (mestrado) – Universidade de Lisboa. Departamento de Matemática, 2008.
- MURARI, Claudemir. **Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem de Matemática**. Boletim de Educação Matemática, vol. 25, num 41, dezembro 2011. p. 187-211. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro, 2011.
- PAIS, Luiz Carlos. **Intuição, Experiência e Teoria Geométrica**. Zetetiké, Campinas, SP, v. 4, n. 6, p. 45-63, jul./dez. 1996.
- RODRIGUES, Bruna Mayara Batista. **O estudo das Cônicas através do Origami**. Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Matemática, 2015.
- SANTOS, Wellington Tavares dos. **A história do quinto postulodo,as geometrias não-Euclidianas e suas implicações no pensamento científico**, Monografia, Rio Grande Julho, 2016

Acesso em 14/05/2018 as 23:00h

<http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/> (Notas de Aula)

Apêndice 01 Projeto do minicurso

MATEMÁTICA DO ORIGAMI: UMA CONSTRUÇÃO COM REGUA E COMPASSO DOS AXIOMAS DE HIZUTA HATORI

Miéle Soares de Jesus Júnior¹

Projeto de minicurso:

Palavras-chave:

Objetivo Geral:

- Introduzir os participantes na técnica do Origami bem como construir a formalização matemática da técnica e discutir proposta de ensino.

Objetivos específicos e cronograma:

- Introduzir a técnica do origami com uma construção simples - 50 minutos
- Discutir conteúdos e formas de utilização da ferramenta – 50 minutos
- Construir os axiomas de Hizuta Hatori com régua e compasso 100 minutos
- Construir e discutir proposta de ensino I (Teorema de Pitágoras) 50 minutos
- Construir e discutir proposta de ensino II (Trissecção do ângulo) 50 minutos
- Discursão sobre os temas abordados e sugestões. 50 minutos

Público Alvo:

Esta oficina é voltada para licenciados que preferencialmente tenham cursado Fundamentos da Matemática I, Álgebra vetorial, e Desenho Geométrico e licenciados em matemática.

Vagas:

20

Período de Inscrição:

De 30/04/2018 a 04/04/2018

Realização:

05 e 12/07/2018 das 8:00 as 12:00

Materiais:

Papel A4 pacote com 100 folhas 05 unidades cores azul rosa amarela verde e branco.

Câmera de Filmagem com tripé com capacidade de filmagem de 4 horas ininterruptas.

Sala de desenho ou laboratório de matemática.

Projektor de imagem e computador com webcam.

Contextualização:

Genova (2008, p. 14) escreve: Origami é uma forma de expressão. Quem manipula o papel abre uma porta de comunicação com o outro. Dobrar papéis valoriza o movimento das mãos, estimula as articulações e estimula o cérebro. Os primeiros estudos sobre as combinações de dobras no Origami começaram na década de 1970. Segundo Lang (2004), em 1989 Humiaki Huzita – matemático japonês apresentou diversos documentos na “First International Meeting of Origami Science and Technology”. Dentre eles, havia um

¹ Discente desenvolve minicurso para pesquisa de trabalho de conclusão de curso

estudo sobre as seis operações básicas capazes de alinhar retas e pontos pré-existentes em uma folha de papel por meio de uma única dobra. Este foi o primeiro registro de construções interligando as dobraduras à Geometria. Lang (2004) afirma ainda que, em 1989, o matemático francês Jacques Justin publicou um artigo, no qual foram descritas sete combinações possíveis de alinhamentos. Todavia, segundo Rafael (2011), o sétimo axioma foi formalizado apenas em 2001, pelo matemático japonês Koshiro Hatori. Podemos perceber relações de diversos conteúdos de matemática nos origamis, logo, a associação dos axiomas de Huzita - Hatori com o básico da Geometria Euclidiana Plana é um método simbólico-cognitivo útil no aprendizado e na construção de polígonos, além de ser uma atividade diferenciada e divertida. Além disso, a oficina contribuirá muito para a formação profissional de um futuro professor, estimulando a criatividade e proporcionando experiência. Busca-se então realizar a construção dos axiomas de Huzita Hatori, com régua e compasso, e relacionar as técnicas do origami com os conteúdos de Matemática.

Avaliação e Obtenção de dados:

A oficina será gravada e as percepções dos alunos analisadas, com relação aos conteúdos matemáticos explorados durante a realização da oficina.

Atividades a serem desenvolvidas no minicurso:

A proposta do mini-curso é oferecer aos participantes a oportunidade de num trabalho conjunto e interativo construir uma visão inicial da técnica do Origami, Sistema de diagramação e construir uma peça básica bem como mostrar o desenvolvimento dos os 7 axiomas de Huzita Hatori com régua e compasso.

Introdução da técnica

- Apresentação e definição do origami

Os Sistemas de Diagramação, para compreendermos melhor a leitura dos diagramas veremos abaixo os tipos de dobras existentes

- Tipos de Dobras para leitura de Diagramas:

Segundo Lang (2003, p. 11), em origami, existem dois tipos básicos de dobras, denominadas dobras Montanha (Figura 2) e dobras Vale (Figura 3). Estes dois tipos são representados no sistema de Yoshizawa por linhas tracejadas diferentemente, sendo a dobra montanha representada por uma linha Pontilhada e tracejada simultaneamente (ponto – ponto – linha) e a

dobra vale por uma linha tracejada comum (linha – linha).

Além destes dois tipos, temos as marcas (Figura 4), *creases* em inglês, que são dobras feitas visando à marcação de determinadas linhas no papel base, com o papel retornando para a posição anterior a dobra. Estas linhas servem para encontrarmos determinados pontos com certas propriedades, ou como uma linha de referência. Estas marcas são indicadas por linhas contínuas mais finas que as que representam a borda do papel, e geralmente não se prolongam até as bordas. O único aspecto que diferencia as três

dobras mostradas acima é o ângulo da dobra. Todavia, consideraremos em nosso trabalho apenas os dois primeiros tipos como dobras.

Figura 4: Marca

Além de representar o resultado final, a dobra em si, o sistema de diagramação deve ser capaz de comunicar o meio pelo qual obtemos determinada dobra ou marca. Devido ao método de criação, praticamente todas as dobras são de referência⁵. Para representar estas instruções, o sistema utiliza setas, contínuas quando nossa referência se encontra visível (Figura 3), e tracejada quando devemos efetuar a dobra buscando uma referência não visível, seja ela no verso (Figura 6), ou no interior de alguma aba (Figura 7).

Figura 5: Dobra pela frente

Figura 6: Dobra por trás

Figura 7: Dobra pelo meio

Leitura de Diagramas

- Construção do Tsuru
- Indagações de conteúdos definições e formas de explorar o material

Construção dos Axiomas:

- Mostrar 1º axioma e construir com régua e compasso

(O1) Given two points p_1 and p_2 , we can fold a line connecting them.

- Mostrar 2º axioma e construir com régua e compasso

(O2) Given two points p_1 and p_2 , we can fold p_1 onto p_2 .

- Mostrar 3º axioma e construir com régua e compasso

(O3) Given two lines l_1 and l_2 , we can fold line l_1 onto l_2 .

- Mostrar 4º axioma e construir com régua e compasso

(O4) Given as point p_1 and a line l_1 , we can make a fold perpendicular to l_1 passing through the point p_1 .

- Mostrar 5º axioma e construir com régua e compasso

(O5) Given two points p_1 and p_2 and a line l_1 , we can make a fold that places p_1 onto l_1 and passes through the point p_2 .

- Mostrar 6º axioma e construir com régua e compasso

(O6) Given two points p_1 and p_2 and two lines l_1 and l_2 , we can make a fold that places p_1 onto line l_1 and places p_2 onto line l_2 .

- Mostrar 7º axioma e construir com régua e compasso

(O7) Given a points p_1 and two lines l_1 and l_2 , we can make a fold perpendicular to l_2 that places p_1 onto line l_1 .

Aplicações:

- Demonstração do teorema de Pitágoras usando dobraduras

-
- Trissecção do ângulo

-
- Mostrar construção analítica dos axiomas

Referencias:

Anexo I (Termo de Autorização de uso de Imagem)
TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E VOZ
Pessoa maior de 18 anos

Neste ato, e para todos os fins em direito admitidos, autorizo expressamente a utilização da minha imagem e voz, em caráter definitivo e gratuito, constante em fotos e filmagens decorrentes da minha participação no Minicurso “Origami para ensino de matemática: uma discursão geométrica e axiomática da técnica, como pesquisa de TCC do trabalho de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação ciência e Tecnologia da Bahia, a seguir discriminado:

Programa Coordenação da Licenciatura em Matemática.

Título do projeto: Minicurso Origami para ensino de matemática: uma discursão geométrica e axiomática da técnica

Pesquisador: Miéle Soares de Jesus Júnior Licenciando em Matemática IFBA-Valença

Orientador: Dr. Wilson José Ohi Professor EBTT IFBA-Valença

Objetivos principais:

Introduzir os participantes na técnica do Origami bem como construir a formalização matemática da técnica e discutir proposta de ensino.

As imagens e a voz poderão ser exibidas: nos relatórios parcial e final do referido projeto, na apresentação áudio-visual do mesmo, em publicações e divulgações acadêmicas, em festivais e premiações nacionais e internacionais, assim como disponibilizadas no banco de imagens resultante da pesquisa e na Internet, fazendo-se constar os devidos créditos.

O aluno fica autorizado a executar a edição e montagem das fotos e filmagens, conduzindo as reproduções que entender necessárias, bem como a produzir os respectivos materiais de comunicação, respeitando sempre os fins aqui estipulados.

Por ser esta a expressão de minha vontade, nada terei a reclamar a título de direitos conexos a minha imagem e voz ou qualquer outro.

_____, _____ de _____ de 2018.

Assinatura

Nome: _____

RG.: _____ CPF: _____

Telefone1: () _____ Telefone2: () _____

Endereço: _____

Anexo II Formulário de Inscrição em Minicurso :
FICHA DE INSCRIÇÃO PARA MINICURSO ORIGAMI PARA ENSINO DE MATEMÁTICA:
UMA DISCURSÃO GEOMÉTRICA E AXIOMÁTICA DA TÉCNICA.

Dados Pessoais		
Nome:		
Data de Nascimento:	Sexo: Masculino () Feminino ()	
Tel. Residencial: ()	Tel. Celular: ()	
CPF:	E-mail:	
Instituição:		
Matricula:		
Se graduando já cursou? ()GA ()Desenho Geométrico ()Fundamentos I		
Categoria		
Estudante de Graduação	()	
Estudante de Pós-Graduação	()	
Professor, Pesquisador ou outro Profissional	()	
Endereço para Contato		
Endereço:		
Cidade:	Estado:	CEP:
Instruções		
<p>Ao realizar a inscrição o Aluno se compromete em participar de todos os encontros do minicurso</p> <p>A inscrição só será validada após o preenchimento Anexo I (Formulário de Autorização de uso de Imagem e Voz)</p> <p>Os formulários poderão ser preenchidos somente com caneta azul ou preta</p> <p>A inscrição poderá ser realizada presencialmente em Coordenação de Matemática ou pelo E-mail (mielejr@hotmail.com) com o envio dos anexos I e II devidamente preenchidos e Digitalizados em Formato PDF em arquivo único com no máximo 1Mb, O título do E-mail deverá ser "Inscrição Minicurso Origami- 'seu nome' "</p> <p>Caso as inscrições superem a quantidade de vagas terão prioridade o participante que tiver preenchido o maior numero de pré-requisitos</p> <p>A inscrição só será efetivada após recebimento de email ou telefonema de confirmação</p> <p>Só Serão aceitas as inscrições até as 23:59h do prazo final</p>		

TSURU

Tsuru (garça), ave sagrada do Japão. Diz a lenda que ele vive mil anos e tem o poder de conceder desejos. Se uma pessoa dobrar mil Tsurus e fizer seu desejo a cada um deles, ele será atendido.

10 Dobre as abas de novo p/ fora.

11 *Nota no pé da página.

13 Repita os passos 9 e 10.

14 Como no passo 11

* Instruções do passo 11:

Puxe o canto inferior da folha que está em cima, dobrando-o no sentido da linha pontilhada para formar um ponto no alto e dobre os lados para dentro.

Sushi Yoshi

Anexo III Mito dos 1000 Tsuru

Ninguém sabe desde quando existia uma lenda no Japão segundo a qual, aquele que fizesse mil tsurus de origami teria um pedido atendido pelos deuses. Mas essa lenda ficou mundialmente conhecida com a triste história de uma garotinha chamada **Sadako Sasaki**.

Sadako nasceu em Hiroshima e tinha apenas dois anos de idade quando os americanos lançaram a bomba atômica sobre a cidade. Ela vivia distante do epicentro da bomba e juntamente com a mãe e o irmão, saiu ileso do ataque. Mas consta que durante a fuga, eles foram encharcados pela chuva negra (radioativa) que caiu sobre Hiroshima ao longo daquele dia fatídico.

Retomando suas vidas após o término da guerra, Sadako e sua família viviam normalmente e ela era uma garota aparentemente saudável até completar doze anos de idade. Em janeiro de 1955, durante uma aula de educação física, Sadako, que adorava corridas, sentiu-se mal, com tonturas. Os dias se passaram e novamente o mal estar fez com que ela caísse no chão, sem sentidos. Socorrida e levada a um hospital, depois de alguns dias surgiram marcas escuras em seu corpo e o diagnóstico foi de leucemia, doença que já estava matando outras crianças expostas à bomba. Na época a leucemia era até chamada de "doença da bomba atômica". Ela foi internada em fevereiro de 1955, recebendo a previsão de sobrevida de apenas 1 ano.

Em agosto desse mesmo ano, sua melhor amiga, Chizuko Hamamoto foi visitá-la no hospital. Chizuko fez uma dobradura de tsuru e presenteou Sadako, contando-lhe a lenda dos mil tsurus de origami.

Sadako decidiu fazer os mil tsurus, desejando a sua recuperação. Mas a doença avançava rapidamente e Sadako cada vez mais debilitada, prosseguia dobrando lentamente os pássaros, sem mostrar-se zangada e sem entregar-se.

Em dado momento Sadako compreendeu que sua doença era fruto da guerra e mais do que desejar apenas a sua própria cura, ela desejou a paz para toda a humanidade, para que nenhuma criança mais sofresse pelas guerras. Ela disse sobre os tsurus: "Eu escreverei PAZ em suas asas e você voará o mundo inteiro".

Por fim, na manhã de 25 de Outubro de 1955, Sadako montou seu último tsuru e faleceu, amparada por sua família. Ela não conseguira completar os mil origamis, fizera 644. Mas seu exemplo tocou profundamente seus colegas de classe e estes dobraram os tsurus que faltavam para que fossem enterrados com ela.

Tristes e sensibilizados, os colegas decidiram fazer algo por Sadako e por tantas outras crianças. Formaram uma associação e iniciaram uma campanha para construir um monumento em memória à Sadako e à todas as crianças mortas e feridas pela guerra. Com doações de alunos de cerca de 3100 escolas japonesas e de mais nove países, em 1958, foi erguido em Hiroshima o **MONUMENTO DAS CRIANÇAS À PAZ**, também conhecido como Torre dos Tsurus, no Parque da Paz.

O monumento de granito simboliza o Monte Horai, local mitológico, onde os orientais acreditam que vivem os Espíritos. No topo do monte está a jovem Sadako segurando um tsuru em seus braços estendidos. Na base do monumento estão gravadas as seguintes palavras:

"Este é nosso grito,
Esta é nossa oração:,
PAZ NO MUNDO"

Todos os anos, milhares e milhares de tsurus de papel colorido são enviados de toda parte do Japão e do mundo, num gesto de carinho que demonstra também a preocupação das crianças e o poder delas de trabalhar por uma causa justa.

Certamente foi doloroso para Sadako aceitar a própria morte com apenas doze anos de idade, mas deixou um exemplo para a posteridade, num gesto poderoso de devoção e amor ao próximo. Que as crianças do mundo todo desejem pacificamente o mesmo que Sadako: um mundo melhor, sem guerras.

<www.nte-jgs.rct-sc.br>

<www.en.wikipedia.org>

<www.wiki.answers.com>

<http://www.asiashop.com.br/page,idloja,7773,arq,Origami_Tsuru.html>