МЕЛЬНИКОВ Юрий Борисович

Кандидат физико-математических наук, доцент,
заведующий кафедрой прикладной математики

Уральский государственный экономический университет

620144, РФ, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45

Контактный телефон: (343) 221-27-37

e-mail: urimelnikov58@gmail.com

ОНОХИНА Елена Александровна

Кандидат экономических наук, доцент кафедры прикладной математики

Уральский государственный экономический университет

620144, РФ, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45

Контактный телефон: (343) 221-27-37

e-mail: onohina@yandex.ru

ШИТИКОВ Сергей Александрович

Кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры прикладной математики

Уральский государственный экономический университет

620144, РФ, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45

Контактный телефон: (343) 221-27-37

e-mail: shitikov-s-a@yandex.

Улучшение адекватности экономических моделей¹

Исследование направлено на выделение всех возможных направлений улучшения адекватности моделей, что является одним из критериев качества моделирования. Методология исследования базируется на теории адекватности, являющейся частью авторской теории моделирования, основанной на формально-конструктивной трактовке модели. Проблему улучшения адекватности предложено решать с помощью моделей адекватности, представляющих собой пары вида (оцениваемая модель; эталонная модель). На данном множестве определяются характеристики адекватности, т. е. функции, значение которых позволяет оценить качество оцениваемой модели с помощью сравнения с эталонной. Приведены пять определяющих постулатов, которым должна удовлетворять модель адекватности. Из приведенных постулатов получены все возможные, при данном определении адекватности, пути эволюционного улучшения адекватности моделей. В качестве примеров данные рекомендации применены к улучшению адекватности модели прогнозирования налоговых поступлений и некоторых других экономических моделей. Исследование носит теоретический характер, поэтому примеры представлены на описательном уровне.

JEL classification: C02, H21

Ключевые слова: модель; экономическое моделирование; адекватность экономической модели; улучшение адекватности; качество экономических моделей.

¹ Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-06-00240).

Введение

Устойчивость и высокие темпы развития экономики во многом обеспечиваются качеством моделирования социальных, экономических, политических и других процессов [13]. Успешность развития бизнеса, региона, государства во многом определяется точностью прогноза, т. е. адекватностью моделей, на которых основаны соответствующие прогнозы [11], в том числе в области налогообложения [10; 14]. Вопросы адекватности моделей экономического характера являются важными, а в некоторых случаях ключевыми, например для бизнеса, основанного на спекуляциях (в частности, биржевых торгов) [16]. Оценка адекватности усложняется для комплексных междисциплинарных моделей [7; 20]. Задача улучшения адекватности моделей является актуальной в технической, образовательной, социальной сферах [1; 8; 18]. Это приводит к попыткам осмысления возможных вариантов повышения качества моделей [9; 16]. В условиях, когда предлагается большое число конкурирующих моделей, нередко противоречащих друг другу, вопрос повышения адекватности моделей и процесса моделирования является особенно важным и рассматривается с позиций различных теорий моделирования [15; 17]. В данной работе этот вопрос исследуется с позиций авторской теории моделирования, основанной на формально-конструктивной трактовке модели [3] и авторской теории адекватности [4]. Целью работы является выделение всех возможных путей эволюционного улучшения адекватности моделей. В качестве примеров данные рекомендации применены к улучшению адекватности модели прогнозирования налоговых поступлений и некоторых других экономических моделей.

Методология исследования основана, во-первых, на авторской теории моделирования, базирующейся на формально-конструктивной трактовке модели, и входящими в ее состав теории адекватности, «алгебре моделей», теории управления, основанной на системе стратегий и др., во-вторых, на многолетней практике построения моделей.

Теоретические подходы к улучшению адекватности экономических моделей

Под моделью мы понимаем систему из двух компонентов: модельно-содержательно-го компонента, формализующего образ моделируемого объекта (прототипа), и интерфейсного компонента, обеспечивающего обмен информацией между прототипом и образом, т. е. информацией о модельно-содержательном компоненте (рис. 1).

Рис. 1. Иллюстрация к формально-конструктивной трактовке модели

Наша теория моделирования [3]¹ основана на трактовке понятия «модель» (см. рис. 1). В этой трактовке непосредственно в определении отсутствует требование «аналогичности», «подобия» между моделирующим и моделируемым объектами, обычно являющимся базовым требованием модели [10]. Поэтому наше определение модели

¹ См. также: Мельников Б. Н., Мельников Ю. Б. Геотехногенные структуры: теория и практика. Екатеринбург: Урал. изд-во, 2004.

мы называем *формально-конструктивным*. Под моделью при этом понимается объект, состоящий из интерфейсного и модельно-содержательного компонентов. Интерфейсный компонент представляет собой систему связей между моделируемым объектом и компонентами моделирующего объекта; модельно-содержательный формализует моделирующий объект и представляет собой систему из трех компонентов: *носителя*, совокупности *характеристик* и совокупности *отношений* (см. таблицу). Носителем модели называется множество элементов, из которых состоит моделирующий объект (с точки зрения рассматриваемой модели; в рамках другой модели в моделирующем объекте могут быть выделены другие составные элементы). Под характеристикой мы понимаем *функцию*, определенную на носителе. Значения ее могут быть нечисловыми. В частности, характеристика может быть некоторой *величиной*, т. е. иметь числовое (скалярная величина) или векторное значение (векторная величина).

Модельно-содержательный компонент адекватности

Носитель модели	Совокупность характеристик	Совокупность отношений
Совокупность различных моделей	Характеристики, предназначенные для оценивания адекватности модели (характеристики адекватности)	Отнесение моделей к определенному типу, критерии для сравнительной оценки моделей и др.

Примем в качестве постулата утверждение, что есть только два варианта задания модели:

1. Описание моделей через их компоненты (описание интерфейсного компонента, носителя, характеристик и отношений).
2. Описание модели в рамках алгебраического подхода, представляющего собой систему из трех компонентов:
 - 2.1. системы базовых моделей;
 - 2.2. системы типовых преобразований моделей и их типовых комбинаций;
 - 2.3. механизма аппроксимирования.

Мы назовем это утверждение *постулатом описания моделей*.

Модель создается с целью изучения особенностей моделируемого объекта, поэтому важнейшим качеством модели является ее «похожесть» на моделируемый объект в различных трактовках слова «похожесть». Степень «похожести» в теории моделирования воплощается в понятии адекватности, а различные аспекты этой «похожести» в так называемых *характеристиках адекватности*. Проблему оценивания «похожести» в теории моделирования предлагается решать следующим образом. Рассматривается совокупность из оцениваемых и эталонных моделей, потом из них формируется *носитель модели адекватности*, состоящий из упорядоченных пар вида

(оцениваемая модель; эталонная модель), т. е. (ОМ; ЭМ) или $(IS_{\text{оц}}; I'S_{\text{э}})$,

где $S_{\text{оц}}$ и $S_{\text{э}}$ – оцениваемый и, соответственно, эталонный образы прототипа; I, I' – интерфейсные компоненты между прототипом и образом $S_{\text{оц}}$ и соответственно $S_{\text{э}}$. На основании сравнения оцениваемой и эталонной моделей формируется значение *характеристики адекватности* (рис. 2).

Это значение может быть и нечисловым (например, в вузе оценка уровня подготовки обучаемого оценивается словесно: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»). Здесь в качестве эталонной модели выступает набор требований, описанных в программе учебного курса, а оцениваемая модель представляет собой результат выполнения студентом контрольных заданий.

Разумеется, возможно, что не все пары (ОМ; ЭМ) входят в носитель адекватности. На носителе модели адекватности, т. е. множестве упорядоченных пар моделей (ОМ; ЭМ), определяются *функции*, называемые *характеристиками адекватности*.

Рис. 2. Иллюстрация к понятию «адекватность модели»

В качестве примера рассмотрим ситуацию, когда субъект размещает деньги в банке на депозите, причем процент начисляется в конце года. Пусть размещаемая сумма составляет S р. под $p\%$ годовых (предполагается, что S и p фиксированы). За оцениваемую модель возьмем функцию

$$f(n) = S \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$$

– сумму на счете по истечении n -го года. В качестве первой эталонной модели рассмотрим функцию $g(n)$, равную математическому ожиданию суммы на счете по истечении n -го года с учетом рисков одностороннего изменения банковского процента (считаем, что в договоре предусмотрена корректировка банковского процента в случае изменения ключевой ставки центробанка, соответствующий риск вычисляется по некоторой методике). Можно предложить несколько характеристик адекватности:

$$a(f, g) = \max_{1 \leq n \leq m} |f(n) - g(n)|,$$

где m – максимальный срок, предусмотренный условиями вклада;

$$b(f, g) = \frac{\max_{1 \leq n \leq m} |f(n) - g(n)|}{S} \cdot 100\%;$$

$$c(f, g) = \begin{cases} 1 & \text{при } f(m) \geq g(m), \\ 0 & \text{при } f(m) < g(m). \end{cases}$$

Эталонных моделей может быть несколько. Например, если сумма на счете превышает порог, предусмотренный системой страхования вкладов, то в качестве второй эталонной модели разумно рассмотреть функцию $h(n)$, равную математическому ожиданию суммы на счете с учетом риска отзыва лицензии банка. Кроме того, эталонная модель может отражать адекватность не только модельно-содержательного (см. рис. 1), но и интерфейсного компонента. Этот факт хорошо иллюстрируется известной шуткой «По 10 покупаю, по 20 продаю, на эти 2% и живу». Юмористический эффект достигается неадекватной интерпретацией отношения стоимости покупки к стоимости продажи.

Нередко эталонная модель бывает представлена набором требований к оформлению оцениваемой модели, например формат документов, использование определенных источников информации (ссылки на оценки конкретных рейтинговых агентств), безотносительно к содержанию оцениваемой модели. Такие эталонные модели используются на начальном этапе приема документов на тендер, конкурс, статьи в научном журнале и т. п. Подобные характеристики адекватности называются *характеристиками корректности*. В случае, когда эталонная модель отражает сущностные свойства оцениваемой модели (суть, а не форму представления), соответствующая характеристика называется *характеристикой достоверности*. Например, в эталонных моделях рассматриваются эталонные значения величин (максимальный допустимый риск,

минимальный объем складских запасов), наличие или отсутствие определенных отношений между элементами или величинами, в частности наличие у них определенных свойств или связей между ними.

Аксиоматическое определение адекватности

Моделью адекватности [4] назовем модель, носителем которой является совокупность пар моделей (ОМ; ЭМ), т. е. $(IS_{\text{оц}}; I'S_{\text{э}})$, $S_{\text{оц}}$ и $S_{\text{э}}$ – оцениваемый и соответственно эталонный образы прототипа; I – интерфейсный компонент между прототипом и образом $S_{\text{оц}}$; I' – интерфейсный компонент между моделью $IS_{\text{оц}}$ и $S_{\text{э}}$, а совокупность характеристик соответствует следующим постулатам:

- *постулат определения адекватности*: адекватность определяется как результат сравнения моделей, одна из которых считается оцениваемой, а другая эталонной;
- *постулат представимости*: все части оцениваемой модели, влияющие на оценку адекватности (элементы интерфейса, носителя, характеристики и отношения, входящие в состав модельно-содержательного компонента), должны быть представлены в эталонной модели;
- *постулат упорядоченности значений характеристики адекватности*: на области значений характеристики адекватности определено хотя бы одно отношение частичного порядка (например, [6]);
- *постулат моделирования адекватности*: характеристика адекватности всегда представлена некоторой моделью, например формулой, описанием процедуры измерения и т. п. (например, [17]);
- *постулат оценивания на базе метрического пакета*¹ [4]: адекватность значений определяется факторами, перечисленными в метрическом пакете.

Определим понятие «метрический пакет». Для создания механизма оценивания адекватности моделей следует каким-либо образом формализовать процесс получения значений характеристики. Анализ показывает, что для этого в настоящее время применяются следующие способы:

- назначение качественных, количественных или комбинированных показателей на основе их принятия или соглашения (например, выбор шкалы измерений);
- результат единичного непосредственного измерения;
- результат статистической обработки нескольких (многих) измерений, имеющих вероятностный характер (например, [12]);
- результат расчета на основе корреляционных зависимостей;
- результат определения с помощью общих теорий на основе принятых допущений и аксиом.

Перечисленные способы влияют на корректность характеристики. Достоверность характеристики и значений характеристик включает три компонента:

- 1) достоверность исходных данных;
- 2) адекватность применяемых моделей;
- 3) достоверность теоретического аппарата.

Приведенное выше аксиоматическое определение адекватности позволяет выделить все возможные пути улучшения адекватности моделей в определенных ниже условиях. Улучшение адекватности означает переход от системы $S_{\text{оц}}$ и $S_{\text{э}}$ – оцениваемый и соответственно эталонный образы прототипа; I – интерфейсный компонент между прототипом и образом $S_{\text{оц}}$; I' – интерфейсный компонент между моделью $IS_{\text{оц}}$ и $S_{\text{э}}$; с характеристикой адекватности φ' к аналогичной новой системе $(I'S'_{\text{оц}}; I'''S'_{\text{э}})$ с характеристикой адекватности φ'' .

¹ См. также: Мельников Б. Н., Мельников Ю. Б. Геотехногенные структуры: теория и практика. Екатеринбург: Урал. изд-во, 2004. С. 52–54.

Мы будем рассматривать только эволюционные изменения, понимаемые как переход от системы $(IS_{\text{оц}}; IS_{\text{э}})$ к итоговой системе $(I''S_{\text{оц}}; I''S_{\text{э}})$ посредством произвольной комбинации следующих преобразований: преобразованием оцениваемой модели $S_{\text{оц}}$ в $S''_{\text{оц}}$ или преобразованием эталонной модели $S_{\text{э}}$ в $S''_{\text{э}}$; заменой интерфейсного компонента I на I'' или I' на I'' ; заменой характеристики адекватности ϕ на ϕ' . Таким образом, в задаче улучшения адекватности при условии эволюционного изменения модели выделяются три ситуации:

1) улучшение адекватности за счет изменения оцениваемой модели $S_{\text{оц}}$ или эталонной модели $S_{\text{э}}$;

2) изменение заменой интерфейсного компонента I или I' ;

3) улучшение адекватности за счет изменения характеристики адекватности ϕ .

В соответствии с этим выделяются следующие направления улучшения адекватности модели.

1. Улучшение адекватности за счет изменения оцениваемой модели $S'_{\text{оц}} = \langle A_{\text{оц}}; F_{\text{оц}}; P_{\text{оц}} \rangle$ или эталонной модели $S'_{\text{э}} = \langle A_{\text{э}}; F_{\text{э}}; P_{\text{э}} \rangle$ в силу постулата описания модели возможно в результате:

1.1. улучшения компонентов модели:

1.1.1. усовершенствования носителя $A_{\text{оц}}$ модели (с индуцированием на новый носитель характеристик и отношений): а) введения в него новых элементов или удаления части элементов; б) перехода к носителю из подмножеств исходного носителя¹; в) перехода к носителю² $A_{\text{оц}} \times A_{\text{оц}} \times \dots \times A_{\text{оц}}$;

1.1.2. усовершенствования системы характеристик: а) введения новых характеристик или удаления части характеристик; б) улучшения или замены некоторых характеристик или процедуры их измерения на основе метрического пакета;

1.1.3. развития системы отношений, например: а) перехода от эндоструктурных к экзоструктурным оцениваемой или эталонной моделям; б) перехода от структурных моделей (отражающих специфику предметной области, использующих физические, экономические и другие модели, основанные на сущностных, причинно-следственных связях) к феноменологическим моделям (т. е. имеющим формально-статистический характер, в которых отражаются статистически значимые зависимости между значениями характеристик без раскрытия сущности связей между ними) или обратном переходе, т. е. от структурных к феноменологическим моделям;

1.2. применения алгебраического подхода к построению оцениваемой модели:

1.2.1. на основании постулата моделирования адекватности выделяются следующие варианты улучшения: а) построение оцениваемой или эталонной модели с помощью операций алгебры моделей, примененных к моделям, каждая из которых либо обладает в своей области достаточно высоким уровнем адекватности, либо обеспечивает достаточно качественное измерение адекватности; б) декомпозиция оцениваемой или эталонной модели и сведение характеристик адекватности к определению значений ее составляющих и выявления наиболее неудачных³ моделей с последующей корректировкой этих моделей;

1.2.2. постулат оценивания на базе метрического пакета позволяет по каждому пункту метрического пакета выделить варианты улучшения адекватности: а) совершенствование теоретического аппарата; б) переход от одной оцениваемой модели к системе

¹ Как при переходе от целых чисел к рациональным, когда рациональное число, например $1/3$, фактически рассматривается в качестве множества $\{1/3; 2/6; 5/15; \dots\}$.

² Например, в одной из моделей комплексное число рассматривается как упорядоченная пара действительных чисел, т. е. в качестве элемента из $R \times R$.

³ Например, с плохими значениями адекватности или не обеспечивающих достаточно качественного измерения адекватности.

моделей [12] с использованием статистических методов или теоретической обработки на основе типовых моделей предметной области¹.

2. Изменение интерфейсного компонента I или I' :

2.1. из постулата определения адекватности как результата сравнения моделей следует рекомендация улучшения адекватности модели за счет смены ролей оцениваемой и эталонной моделей;

2.2. постулат представимости оцениваемой модели в эталонной модели позволяет рассчитывать на улучшение адекватности благодаря корректировке представления оцениваемой модели в эталонной модели², например введения новых связей между оцениваемой и эталонной моделями (новых отношений, правил перевода и др.).

3. Улучшение характеристик адекватности с помощью:

3.1. изменения характеристики адекватности ϕ за счет, во-первых, применения постулата измерения с помощью частично упорядоченного множества значений, откуда следует рекомендация уменьшить доли несравнимых значений характеристики адекватности или увеличивать число значений характеристики адекватности («измельчить» шкалу измерения); во-вторых, применения постулата моделирования адекватности, из которого следует рекомендация переходить от использования одномерной характеристики адекватности к векторной характеристике (оцениванию с помощью системы характеристик адекватности); в-третьих, применения постулата моделирования адекватности, откуда следуют рекомендации: а) уточнения области применения характеристики адекватности; б) определения адекватности моделей для «экстремальных» случаев³; в) выявления области, в которой оцениваемая модель обладает достаточно высоким уровнем адекватности, и использования данной модели только в рамках этой области; г) разбиения области обозначения характеристик адекватности на непересекающиеся области, выбора оптимальной характеристики адекватности на каждой из этих областей и установления значения характеристики адекватности в виде «составной» функции, значение которой определяется соответствующей характеристикой на каждой из выделенных областей; д) изучения свойств характеристик адекватности, выявления отношений между ними, перехода от получения значений с помощью единичных измерений к их статистической обработке с использованием корреляционных зависимостей;

3.2. оптимизации измерения адекватности за счет совершенствования эталонной модели и/или процесса измерения характеристики адекватности⁴ (для улучшения достоверности) или улучшения описания эталонной модели и процесса измерения (для улучшения корректности).

Свою специфику имеет ситуация, когда темп процессов, обеспечивающих улучшение адекватности модели, сопоставим с темпом изменений среды, приводящих к необходимости корректировки эталонных моделей и/или характеристик адекватности. Такая ситуация возникает, например, во время выборов, когда оценка адекватности модели поведения кандидата зависит от настроений избирателей в данный момент времени. В таком случае приходится использовать модели с постоянной корректировкой по результатам сравнения с эталонной моделью. Видимо, при этом эталонная модель обычно представлена результатами измерений (например, результатами опросов

¹ В частности, представления характеристики адекватности в виде среднего арифметического, среднего геометрического, средневзвешенного значения известных характеристик адекватности или иной их комбинации.

² В частности, проведения мероприятий по повышению обратимости модели (обратимости интерфейса).

³ В частности, для формирования способа измерения уровня адекватности, выявления границ применимости моделей и используемых характеристик адекватности и др.

⁴ Например, используя другой физический принцип измерения величины.

электората) и корректировка часто производится по результатам «опаздывающего» сравнения – либо не в реальном времени, либо в реальном времени, но опаздывающем по сравнению с прогнозом (для случая, когда решения принимаются в зависимости от результатов прогноза).

Методологические подходы к улучшению адекватности экономических моделей

Рассмотрим применение представленных рекомендаций к улучшению адекватности конкретных экономических моделей.

Первая рекомендация – модель прогнозирования налоговых поступлений на основе предпосылки о зависимости поступления налогов от величины налоговой ставки, представленной широко известной кривой Лаффера («перевернутая парабола») [2; 14]. Следует различать этап создания модели, представленной кривой Лаффера, и этап ее применения. На этапе создания этой модели в качестве эталонной использовались, во-первых, вербальная модель структурного характера (описывающая причины и априорные, ожидаемые зависимости между налоговой ставкой и объемом налоговых поступлений), во-вторых, модель, представленная результатами наблюдений в разные периоды времени. На втором этапе в качестве эталонной модели применяются только модели, представленные результатами наблюдений [19].

В применении к модели, представленной кривой Лаффера на этапе вычисления ее параметров, первая рекомендация – улучшение результата сравнения моделей – приводит к следующим вариантам улучшения адекватности: 1) увеличить объем выборки; 2) уточнить характер зависимости: взяв в качестве эталонных моделей не квадратичную, а более сложную зависимость (например, аппроксимировать сплайнами, либо ввести слагаемое, отличное от степенного одночлена, либо использовать формулу с правой частью в виде многочлена более высокого порядка), вычислить показатели качества квадратичной регрессии при разных способах расчета коэффициентов (не только методом наименьших квадратов) и выбрать наилучшую. При этом в качестве характеристик адекватности могут рассматриваться такие величины, как сумма квадратов отклонений, сумма модулей отклонений эмпирических значений признака от эталонных, величина коэффициента корреляции, коэффициента детерминации, значения t -критерия Стьюдента и др.

Вторая рекомендация – улучшение представимости оцениваемой модели в эталонной модели – приводит к выделению следующих направлений улучшения адекватности: 1) введение дополнительных факторов и построение многомерной зависимости; 2) установление взаимосвязей между параметрами и факторами; 3) применение различных точечных оценок параметров распределения и выбор наиболее адекватных для данной ситуации; 4) обогащение эталонной модели и применения алгебры моделей.

Так, например, кривая Лаффера может быть построена для разных видов налогов: отдельно налог на добавленную стоимость (НДС), подоходный налог (НДФЛ), налог на прибыль, акцизные сборы и пр. Таким образом могут быть построены несколько различных моделей. Общий размер поступлений зависит от совокупности налогов и может быть представлен функцией нескольких переменных. Композиция моделей поступлений от разных видов налогов и обогащение эталонной модели введением в рассмотрение функции нескольких переменных и введением дополнительных отношений, отражающих взаимозависимость налогов (например, уменьшение налоговых сборов по НДФЛ в связи с переходом части предпринимателей на «упрощенное налогообложение» обусловит увеличение сборов по упрощенной системе налогообложения), а также влияние ставок различных видов налогов на экономическую активность повысят адекватность модели.

Третья рекомендация, основанная на постулате моделирования адекватности, приводит к варианту повышения адекватности, основанному на улучшении процедуры

измерения отклонения наблюдаемых значений от оценок математического ожидания и улучшении описания этой процедуры для исключения неправильной трактовки различными исполнителями (например, замена корня из суммы квадратов отклонений средним арифметическим суммы модулей).

Рассмотрим улучшение адекватности модели, представленной кривой Лаффера, на этапе ее применения к вычислению оптимальной налоговой ставки.

Применение первой рекомендации – улучшение результата сравнения моделей – приводит к таким вариантам улучшения адекватности, как увеличение допустимого отклонения реальных налоговых поступлений от прогнозируемых (формально «на бумаге» результат будет лучше, а в реальности ничего не меняется, эксперт просто страхуется от неудач). К такому же результату может привести нелинейная шкала отклонения.

Конкретизация второй рекомендации – обогащение модели – приводит к следующим направлениям улучшения адекватности: применение постоянной корректировки кривой Лаффера на основе учета экзогенных параметров (ключевая ставка центробанка, валютные курсы, инфляция, индексы ожиданий, макроэкономические показатели, оценки воздействий политических решений).

Уточнение области применения характеристик адекватности для модели, представленной кривой Лаффера, может проявляться в выделении предполагаемой экономической ситуации и налогового законодательства, традиций, принятых в данном обществе, системе приоритетов и направлений экономического развития.

Реализация постулата моделирования адекватности приводит к следующим рекомендациям: рассмотрению экстремальных случаев (таких, как нулевая и 100%-ная налоговые ставки), каждый из которых означает нулевые поступления в бюджет государства; уточнению области применения характеристик адекватности; разбиению области определения характеристики адекватности на непересекающиеся области (более полный участок возрастания кривой налоговых поступлений и участок достаточно резкого снижения поступлений в бюджет при превышении оптимального значения налоговой ставки) и соответствующего описания функции, составленной из двух кусочков парабол с различными числовыми параметрами. На каждом из этих участков строится своя модель, а общая модель кривой налоговых поступлений получается в результате применения такой операции алгебры моделей, как их композиция

Постулат оценивания на базе метрического пакета находит воплощение в переходе от структурной модели, отражающей специфику экономических отношений субъектов (рост налоговой ставки вызывает рост поступлений в бюджет только до определенных пределов, а затем, когда давление на бизнес становится слишком велико, приводит к разорению или уходу в тень отдельных предприятий, снижению налогооблагаемой базы и соответственно к падению налоговых сборов) к формально-статистическим моделям на основе обработки статистических данных и установления нелинейной (квадратичной) регрессии. При этом в случае прогнозной модели главной характеристикой адекватности является отклонение (абсолютное и относительное, выраженное в процентах) прогнозируемых налоговых поступлений от реальных данных, полученных после наступления прогнозируемого периода.

Рассмотрим еще один пример: модель исследования влияния фактора присоединения России к ВТО на некоторый конкретный сектор экономики (производство мяса птицы, бумаги) на основе использования моделей линейной регрессии [5]. Для оценки этого влияния реальный показатель объема производства данного продукта на конец 2013 г. (чуть больше года в составе ВТО) сравнивается с тем, что могло бы быть без фактора ВТО: с прогнозным значением, вычисленным на основании обработки временного ряда этого показателя, взятого за некоторый период до момента присоединения РФ к ВТО, и построения прямой линейной регрессии. Модель строится на предположении, что отклонение реального значения показателя от прогнозного обусловлено действием

новых возникших и действующих на систему факторов, в первую очередь присоединения к ВТО. Основная характеристика предложенной модели – реальный объем производства (тонн за полугодие); дополнительные характеристики – прогнозируемый объем производства (на 2013 г.), разность между прогнозным и реальным показателями.

Достоверность исходных данных обеспечивается тем, что они рассчитаны по данным Федеральной службы государственной статистики

Достоверность теоретического аппарата модели обусловлена применением методов эконометрики и математической статистики: проверка близости значения коэффициента детерминированности к единице, вычисление t-статистики для оценки статистической значимости коэффициента регрессии, проверка отсутствия автокорреляции отклонений от регрессионной прямой с помощью вычисления статистики Дарбина–Уотсона.

Характеристики адекватности, с помощью которых оценивается формальная, а не содержательная правильность модели, мы называем характеристиками корректности. В данном случае корректность модели обусловлена применением хорошо известного метода наименьших квадратов для нахождения параметров прямой линейной регрессии, использованием функций Microsoft Excel: ЛИНЕЙН для расчетов параметров прямой и средней относительной ошибки прогноза, ФРАСП Microsoft Excel для вычисления коэффициента детерминации и статистики Дарбина–Уотсона.

Заметим, что первоначально авторы планировали рассматривать в качестве характеристики годовой объем производства. Увеличение размера статистической выборки несомненно привело бы к повышению адекватности модели, но в то же время, с точки зрения выявления области определения, в которой оцениваемая модель обладает достаточно высоким уровнем адекватности, следовало принимать к рассмотрению данные только за период стабильности, предшествующий вступлению в ВТО, когда на систему воздействовали одни и те же факторы, определяющие тренд развития на данном этапе. Только в этом случае изменения в статистических данных могли быть объяснены возникшим фактором (ВТО). Взяв в качестве временной единицы полугодие (изменив масштаб измерений), авторы увеличили объем выборки, тем самым улучшив вышеперечисленные характеристики достоверности и повысив адекватность модели.

Улучшение адекватности рассмотренной модели может быть достигнуто:

- 1) увеличением объема выборки;
- 2) уточнением характера зависимости – взяв в качестве эталонных моделей линейную, квадратичную, гиперболическую и другие виды зависимостей, выполнить расчеты параметров кривых, вычислить показатели качества нелинейной регрессии (индекс множественной корреляции, среднюю ошибку аппроксимации) и выбрать наилучшую;
- 3) введением дополнительных факторов и построением множественной регрессионной зависимости.

Заключение

Построение экономической или экономико-математической модели выполняется всегда с конкретной целью, так или иначе предполагающей получение новой информации об объекте моделирования на основе анализа созданного образа, чтобы затем использовать полученную информацию для принятия решений, связанных с реальным объектом моделирования. Адекватность модели является необходимым ее свойством и основанием для того, чтобы полученные характеристики, параметры, закономерности или выводы могли быть перенесены в реальность. Именно поэтому способы улучшения адекватности моделей нам представляются важными и актуальными.

Вопрос повышения адекватности моделей приобрел особую остроту в связи с тем, что в условиях стремительно меняющейся ситуации все чаще наблюдаются ошибки в прогнозах, как на уровне макроэкономики, так и на других уровнях управления

экономической деятельностью. Авторы предложили концептуальный подход к улучшению адекватности моделей на основе аксиоматического определения адекватности, базирующегося на предложенной системе постулатов – определения адекватности; представимости; упорядоченности значений характеристики адекватности; моделирования адекватности; оценивания на базе метрического пакета. Если принять авторскую трактовку понятия «адекватность модели», то приведенный список возможных направлений улучшения адекватности экономических, социальных и других моделей можно рассматривать как полный.

Работа имеет теоретический характер. Применение перечисленных рекомендаций к улучшению адекватности конкретных экономических моделей (например, моделей оценки последствий вступления России в ВТО) предполагается в качестве темы дальнейших исследований.

Источники

1. Белоусов В. Е., Царегородцева В. В. О повышении адекватности моделей сложных технических систем при проведении полунатурных экспериментов // Научный вестник Воронежского государственного архитектурно-строительного университета. Сер.: Управление строительством. 2016. № 1. С. 151–155.
2. Красс М. С., Чупрынов Б. П. Математические методы и модели для магистрантов экономики: учеб. пособие. 2-е изд., доп. СПб.: Питер, 2010.
3. Мельников Ю. Б. Математическое моделирование: структура, алгебра моделей, обучение построению математических моделей. Екатеринбург: Урал. изд-во, 2004.
4. Мельников Ю. Б., Ваганова Г. В., Матвеева Е. П. Об определении и оценке адекватности модели // Образование и наука. 2007. № 6 (10). С. 3–14.
5. Онохина Е. А. Исследование влияния фактора присоединения России к ВТО на основе использования моделей линейной регрессии // Известия Уральского государственного экономического университета. 2014. № 5 (55). С. 110–114.
6. Яковлев А. А., Башина А. С., Демидова О. А. Анализ эффективности различных способов закупки простого однородного товара (на примере сахарного песка) // Экономический журнал высшей школы экономики. 2013. Т. 17. № 4. С. 649–677.
7. Bajtelsmit V., Rappaport A., Foster L. Measures of Retirement Benefit Adequacy: Which, Why, for Whom, and How Much? Society of Actuaries, 2013.
8. Chybalski F., Marcinkiewicz E. The Replacement Rate: An Imperfect Indicator of Pension Adequacy in Cross-Country Analyses // Social Indicators Research. 2016. Vol. 126. Issue 1; Pp. 99–117.
9. Cook R. D., Weisberg S. Graphics for Assessing the Adequacy of Regression Models // Journal of the American Statistical Association. 1997. Vol. 92. No. 438. Pp. 490–499.
10. Diamond P. A., Mirrlees J. A. Optimal Taxation and Public Production. I: Production Efficiency, and II: Tax Rules // American Economic Review. 1971. No. 61. Pp. 8–27, 261–278.
11. Gauch H. G., Hwang J. T. G., Fick G. W. Model Evaluation by Comparison of Model-Based Predictions and Measured Values // Agronomy Journal. 2003. Vol. 95. No. 6. Pp. 1442–1446.
12. Harrison S. R. Regression of a Model on Real System Output: An Invalid Test of Model Validity // Agricultural Systems. 1990. Vol. 34. No. 3. Pp. 183–190.
13. Murzin A. D., Anopchenko T. Yu. Economic-Mathematical Modeling of Social and Environmental Risks Management of Projects of Urbanized Territories Development // Asian Social Science. 2014. Vol. 10. No. 15. Pp. 249–254.
14. Samuelson P. A. Theory of Optimal Taxation // Journal of Public Economics. 1986. No. 30. Pp. 137–143.
15. Shemilt I., Wilson E., Vale L. Quality Assessment in Modeling in Decision Analytic Models for Economic Evaluation // Encyclopedia of Health Economics. Elsevier, 2014. Pp. 218–223.

16. Taroun A. Towards a Better Modelling and Assessment of Construction Risk: Insights From a Literature Review // *International Journal of Project Management*. 2014. Vol. 32. No. 1. Pp. 101–115.

17. Tedeschi L. O. Assessment of the Adequacy of Mathematical Models // *Agricultural Systems*. 2006. Vol. 89. No. 2-3. Pp. 225–247.

18. Towards a Comprehensive Assessment of Model Structural Adequacy / H. V. Gupta, M. P. Clark, J. A. Vrugt et al. // *Water Resources Research*. 2012. Vol. 48. Issue 8. URL: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/2011WR011044/pdf>.

19. Trabandt M., Uhlig H. The Laffer Curve Revisited // *Journal of Monetary Economics*. 2011. No. 58. Pp. 305–327.

20. VanDerhei J. Measuring Retirement Income Adequacy: Calculating Realistic Income Replacement Rates // *EBRI Issue Brief*. 2006. No. 297.

Improving the Adequacy of Economic Models

by Yury B. Melnikov, Yelena A. Onokhina and Sergey A. Shitikov

The research aims to identify all possible avenues for improving the adequacy of models, which is regarded as one of the indicators of the quality of a model. Methodologically, the research relies on the theory of adequacy, which is a part of the authors' theory of modeling based on the formal constructive interpretation of the model. To solve the problem of improving the adequacy, the authors suggest considering the model of adequacy, which consists of pairs of a kind (the model being evaluated and the reference model). On this set, the authors determine the characteristics of adequacy, i.e. functions, the values of which allow assessing the quality of the model being evaluated by comparison with the reference model. In the authors' opinion, the model of adequacy must satisfy five postulates listed in the paper. On the basis of these postulates the authors deduced all possible ways of evolutionary improvement of the adequacy of models. To exemplify these recommendations, the authors applied them to improve the adequacy of a model for forecasting tax revenues, as well as some other economic models. The presented research is of theoretical nature, for this reason the examples are descriptive.

Keywords: model; economic modeling; adequacy of economic model; improvement of adequacy; quality of economic models.

References:

1. Belousov V. Ye., Tsaregorodtseva V. V. O povyshenii adekvatnosti modeley slozhnykh tekhnicheskikh sistem pri provedenii polunaturnykh eksperimentov [On enhancing the adequacy of models of complex technical systems during semi-real experiments]. *Nauchnyy vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Seriya: Upravlenie stroitel'stvom – Scientific Bulletin of Voronezh State Architectural and Construction University. Series: Construction Management*, 2016, no. 1, pp. 151–155.

2. Krass M. S., Chuprynov B. P. *Matematicheskie metody i modeli dlya magistrantov ekonomiki* [Mathematical methods and models for masters of economics]. Saint Petersburg: Piter, 2010.

3. Melnikov Yu. B. *Matematicheskoe modelirovaniye: struktura, algebra modeley, obuchenie postroyeniya matematicheskikh modeley* [Mathematical modeling: Structure, algebra of models, training in the construction of mathematical models]. Yekaterinburg: Uralskoe izdatel'stvo Publ., 2004.

4. Melnikov Yu. B., Vaganova G. V., Matveeva Ye. P. Ob opredelenii i otsenke adekvatnosti modeli [On determination and evaluation of adequacy of model]. *Obrazovanie i nauka – Education and Science*, 2007, no. 6(10), pp. 3–14.

5. Onokhina Ye. A. Issledovanie vliyaniya faktora prisoedineniya Rossii k VTO na osnove ispol'zovaniya modeley lineynoy regressii [The research of the impact of the factor of Russia's accession to the WTO using the model of linear regression]. *Izvestiya Uralskogo gosudarstvennogo ekonomicheskogo universiteta – Journal of the Ural State University of Economics*, 2014, no. 5 (55), pp. 110–114.

6. Yakovlev A. A., Bashina A. S., Demidova O. A. Analiz effektivnosti razlichnykh sposobov zakupki prostogo odnorodnogo tovara (na primere sakhnogo peska) [Analysis of the effectiveness of various methods of purchasing a simple homogeneous product (using the example of granulated sugar)]. *Ekonomicheskii zhurnal GU-VSHE – HSE Economic Journal*, 2013, vol. 17, no. 4, pp. 649–677.
7. Bajtelsmit V., Rappaport A., Foster L. Measures of Retirement Benefit Adequacy: Which, Why, for Whom, and How Much? Society of Actuaries, 2013.
8. Chybalski F., Marcinkiewicz E. The Replacement Rate: An Imperfect Indicator of Pension Adequacy in Cross-Country Analyses. *Social Indicators Research*, 2016, vol. 126, issue 1, pp. 99–117.
9. Cook R. D., Weisberg S. Graphics for Assessing the Adequacy of Regression Models. *Journal of the American Statistical Association*, 1997, vol. 92, no. 438, pp. 490–499.
10. Diamond P. A., Mirrlees J. A. Optimal Taxation and Public Production. I: Production Efficiency, and II: Tax Rules. *American Economic Review*, 1971, no. 61, pp. 8–27, 261–278.
11. Gauch H. G., Hwang J. T. G., Fick G. W. Model Evaluation by Comparison of Model-Based Predictions and Measured Values. *Agronomy Journal*, 2003, vol. 95, no. 6, pp. 1442–1446.
12. Harrison S. R. Regression of a Model on Real System Output: An Invalid Test of Model Validity. *Agricultural Systems*, 1990, vol. 34, no. 3, pp. 183–190.
13. Murzin A. D., Anopchenko T. Yu. Economic-Mathematical Modeling of Social and Environmental Risks Management of Projects of Urbanized Territories Development. *Asian Social Science*, 2014, vol. 10, no. 15, pp. 249–254.
14. Samuelson P. A. Theory of Optimal Taxation. *Journal of Public Economics*, 1986, no. 30, pp. 137–143.
15. Shemilt I., Wilson E., Vale L. Quality Assessment in Modeling in Decision Analytic Models for Economic Evaluation. In: *Encyclopedia of Health Economics*. Elsevier, 2014, pp. 218–223.
16. Taroun A. Towards a Better Modelling and Assessment of Construction Risk: Insights From a Literature Review. *International Journal of Project Management*, 2014, vol. 32, no. 1, pp. 101–115.
17. Tedeschi L. O. Assessment of the Adequacy of Mathematical Models. *Agricultural Systems*, 2006, vol. 89, no. 2–3, pp. 225–247.
18. H. V. Gupta, M. P. Clark, J. A. Vrugt et al. Towards a Comprehensive Assessment of Model Structural Adequacy. *Water Resources Research*, 2012, vol. 48, issue 8. Available at: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/2011WR011044/pdf>.
19. Trabandt M., Uhlig H. The Laffer Curve Revisited. *Journal of Monetary Economics*, 2011, no. 58, pp. 305–327.
20. VanDerhei J. Measuring Retirement Income Adequacy: Calculating Realistic Income Replacement Rates. *EBRI Issue Brief*, 2006, no. 297.

Contact Info:

Yury B. Melnikov, Cand. Sc. (Physics & Math),
Associate Prof., Head of Applied Mathematics
Dept.

Phone: (343) 221-27-37

e-mail: uriimelnikov58@gmail.com

Yelena A. Onokhina, Cand. Sc. (Econ.),
Associate Prof. of Applied Mathematics Dept.

Phone: (343) 221-27-37

e-mail: onokhina@yandex.ru

Sergey A. Shitikov, Cand. Sc. (Physics & Math),
Associate Prof. of Applied Mathematics Dept.

Phone: (343) 221-27-37

e-mail: shitikov-s-a@yandex.ru

Ural State University of Economics

62/45 8 Marta/Narodnoy Voli St., Yekaterinburg,
Russia, 620144

Ural State University of Economics

62/45 8 Marta/Narodnoy Voli St., Yekaterinburg,
Russia, 620144

Ural State University of Economics

62/45 8 Marta/Narodnoy Voli St., Yekaterinburg,
Russia, 620144

Ссылка для цитирования: Мельников Ю.Б., Онохина Е.А., Шитиков С.А. Улучшение адекватности экономических моделей // Известия Уральского государственного экономического университета. 2018. Т. 19. № 1. С. 94–106. DOI: 10.29141/2073-1019-2018-19-1-8

For citation: Melnikov Yu. B., Onokhina Ye. A., Shitikov S. A. Uluchshenie adekvatnosti ekonomicheskikh modeley [Improving the adequacy of economic models]. *Izvestiya Uralskogo gosudarstvennogo ekonomicheskogo universiteta – Journal of the Ural State University of Economics*, 2018, vol. 19, no. 1, pp. 94–106. DOI: 10.29141/2073-1019-2018-19-1-8