А.В. Радостин, В.Ю. Зайцев, Л.А. Матвеев

**ОЦЕНКА ИНТЕГРАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН НОРМАЛЬНЫХ
И СДВИГОВЫХ ПОДАТЛИВОСТЕЙ СТРУКТУРНЫХ
НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ГОРНЫХ ПОРОД ПО ЗАВИСИМОСТЯМ
СКОРОСТЕЙ ПРОДОЛЬНОЙ И СДВИГОВОЙ ВОЛН ОТ
ДАВЛЕНИЯ В РАМКАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ПОДХОДА**

*Институт прикладной физики РАН,
Россия, 603950, Н. Новгород, ул. Ульянова, д. 46,
Тел.: 8(831) 416-47-49, E-mail: radostin@ipfran.ru*

В рамках дифференциального подхода к моделированию изменения упругих свойств материалов, содержащих высоко-податливые структурные дефекты, получены выражения для оценок интегральных величин нормальных и сдвиговых податливостей, вносимых в среду структурными неоднородностями.

Ключевые слова: сейсмоакустическая диагностика, трещинообразные дефекты, оценка поврежденности, упругие модули, скорости упругих волн

Зависимости скоростей продольных и сдвиговых волн от давления в горных породах часто описываются в рамках моделей сред, содержащих различные дефекты (поры, микротрещины, границы контактов и т.д.) без учета их взаимодействия (no interaction scheme) [1]. Основным недостатком такого подхода являются нереалистично большие значения концентраций дефектов, требуемые для удовлетворительного описания достаточно часто наблюдаемых изменений скоростей на уровне десятков процентов. Это касается как общепринятых моделей пород, содержащих дискообразные трещины (penny shaped cracks [1]), так и сравнительно недавно предложенных моделей, описывающих структурные дефекты в терминах их нормальных и сдвиговых податливостей без конкретизации геометрии таких дефектов неоднородностей [2, 3]. В рамках этих моделей проанализирован внушительный объем экспериментальных данных с целью выявления связи параметра, характеризующего отношение нормальной и тангенциальной податливостей микроструктурных неоднородностей, с макроскопическими упругими характеристиками, флюидонасыщением и температурным воздействием

на исследуемые материалы. В частности, в работах [4, 5] получено, что это отношение слабо зависит от прилагаемого гидростатического давления и заметно уменьшается при водонасыщении образцов, поскольку нормальная податливость трещиноподобных дефектов при этом уменьшается, а тангенциальная меняется незначительно. В работе [6] получено, что отношение податливостей увеличивается при деформировании образцов, вызванным температурным воздействием, что связывается с увеличением доли плоских трещиноподобных дефектов.

В данной работе для модели [3, 4], первоначально сформулированной в рамках схемы (без учета взаимодействия), соответствующей методу малых возмущений, применен дифференциальный подход (подобно тому, как в работе [1] он был использован применительно к дисковым трещинам). Дифференциальный подход позволяет физически более адекватно учитывать, что при увеличении или уменьшении количества дефектов на небольшую величину, свойства материала уже изменены из-за влияния существующих дефектов и продолжают меняться в зависимости от показателей концентрации дефектов.

В работах [3, 4] изменения модуля объемной сжимаемости K и модуля сдвига G при изотропной ориентации трещин в материале могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{K}{K_0} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3} N_n / (1 - 2\gamma_0)}, \quad (1)$$

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \frac{2}{15} N_n / (1 + \gamma_0) + \frac{2}{5} N_s}, \quad (2)$$

где K_0 и G_0 – соответствующие значения модулей идеальной среды без трещин (при обработке экспериментальных данных часто используются асимптотические значения при больших давлениях, N_n и N_s – параметры, характеризующие вклады, соответственно, нормальной и тангенциальной податливостей дефектов), коэффициент Пуассона: $\nu = (3K_0 - 2G_0) / (6K_0 + 2G_0)$. Разрешая уравнения (1), (2) относительно N_n и N_s , получим выражения для нахождения податливостей из результатов эксперимента:

$$N_n = 3(1 - 2\gamma_0) \left(\frac{K_0}{K} - 1 \right), \quad (3)$$

$$N_s = \frac{5}{2} \left(\frac{G_0}{G} - 1 \right) - \frac{(1 - 2\gamma_0)}{(1 + \gamma_0)} \left(\frac{K_0}{K} - 1 \right). \quad (4)$$

Как показано в работах [4, 5], зависимость $N_n(N_s)$ близка к линейной для ряда материалов, часть данных взята из работы [7], причем для сухих материалов отношение: $q = N_n/N_s$ принимало значения от 2.35 до 7, а для водонасыщенных – от 0.38 до 0.8. В работах [6, 8] использовалось аналогичное по смыслу, но отличающееся по нормировке, отношение нормальной и тангенциальной сжимаемостей B , которое для дисковых трещин связано с q простым соотношением: $B = q/(2(1+\nu_0))$.

Заметим, что для модели дисковых трещин эти параметры могут варьироваться только в довольно узком диапазоне значений, определяемом коэффициентом Пуассона идеальной среды: $q = (1+\nu_0)(2-\nu_0)$, $B = (1-\nu_0/2)$, что часто не соответствует результатам анализа экспериментальных данных для большого количества горных пород [4–6, 8].

При использовании дифференциальной схемы из уравнений (1), (2) получаем [1]:

$$\frac{dK}{K} = -\frac{dN_n}{3[1-2\nu]} = -\frac{(3K+G)}{9G}dN_n, \quad (5)$$

$$\frac{dG}{G} = -\frac{2dN_n}{15(1+\nu)} + \frac{2dN_s}{5} = -\frac{4}{135}\frac{3K+G}{K}dN_n - \frac{2}{5}dN_s. \quad (6)$$

Интегрируя эти уравнения, считая G и K независимыми переменными, получим:

$$N_n - N_{n0} = 9 \ln \left(\frac{3+G/K}{3+G/K_0} \right), \quad (7)$$

$$N_s - N_{s0} = -\frac{2}{3}G \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K_0} \right) - \frac{5}{2} \ln \left(\frac{G}{G_0} \right). \quad (8)$$

Эти выражения, так же как и (3), (4), позволяют определить значения параметров $N_n - N_{n0}$ и $N_s - N_{s0}$ в виде отклонений от некоторых начальных значений, но теперь в качестве начального можно брать произвольное состояние среды, в отличие от выражений (3) и (4), в которых G_0 и K_0 соответствовали отсутствию трещин в материале (т.е. области высоких давлений, при которых трещины закрывались).

Рис. 1.

Рис. 2.

На рис. 1, 2 приведены зависимости $N_n(N_s)$ для сухих образцов песчаников Navajo и Weber [7], рассчитанные по формулам (3), (4) (круги) и (7), (8) (ромбы), где в качестве начальных приняты значения модулей при высоком давлении. Прямые сплошные линии соответствуют постоянным значениям 2.35 и 7 для отношения податливостей $q = N_n/N_s$, найденных с использованием выражений (3), (4), по схеме без учета взаимодействия. Использование дифференциальной схемы для песчаника Навахо не меняет линейного характера зависимости $N_n(N_s)$ (т.е. отношение $q = N_n/N_s$ остается с хорошей точностью постоянным, хотя количественная оценка значения этого отношения несколько меняется ($q = 2.15$ для штриховой прямой) и даже становится ближе к величине, характерной для общепринятой модели дисковых трещин.

В случае песчаника (Weber) зависимость $N_n(N_s)$, полученная на основе выражений (7) и (8) тренда, может быть хорошо аппроксимирована квадратичным полиномом (штриховая линия). При этом, как видно из рисунков, значения параметров $N_n(N_s)$ и дисперсия их значений относительно линий тренда несколько уменьшились, что может служить подтверждением важности учета взаимодействия дефектов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-05-00536 а).

Литература

1. Jaeger J.C., Cook N.G.W., Zimmerman R.W. Fundamentals of Rock Mechanics. Blackwell Publishing, 2007.
2. Sayers C.M., Kachanov M. Microcrack induced elastic wave anisotropy of brittle rocks // Journal of Geophysical Research. 1995. Vol. 100. P. 4149–4156.
3. Zaitsev V., Sas P. Elastic Moduli and Dissipative Properties of Microinhomogeneous Solids

- with Isotropically Oriented Defects // *Acta Acustica United with Acustica*. 2000. Vol. 86. P. 216–228.
4. Зайцев В.Ю., Сас П. Влияние высокосжимаемой фракции пористости на вариации скоростей Р и S-волн в сухой и насыщенной породе: сопоставление модели и экспериментов // *Физическая мезомеханика*. 2004. Т. 7. № 1. С. 37–48.
 5. Zaitsev V.Y., Radostin A.V., Pasternak E., Dyskin A. Extracting shear and normal compliances of crack-like defects from pressure dependences of elastic-wave velocities // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2017. Vol. 97. P. 122–133.
 6. MacBeth C., Schuett H. The stress dependent elastic properties of thermally induced microfractures in Aeolian Rotliegend sandstone // *Geophysical Prospecting*. 2007. Vol. 55. P. 323–332.
 7. Coyner K.B. Effects of stress, pore pressure, and pore fluids on bulk strain, velocity, and permeability in rocks // Ph.D. thesis. Massachusetts Institute of Technology, 1984.
 8. Verdon J.P., Wüstefeld A. Measurement of the normal/tangential fracture compliance ratio (ZN/ZT) during hydraulic fracture stimulation using S-wave splitting data // *Geophysical Prospecting*. 2013. Vol. 61. P. 461–475.

A.V. Radostin, V.Yu. Zaitsev, L.A. Matveev

ESTIMATION OF INTEGRAL VALUES OF NORMAL AND SHEAR COMPLIANCES USING THE DEPENDENCES OF P AND S WAVE VELOCITIES ON PRESSURE IN THE FRAMEWORK OF THE DIFFERENTIAL APPROACH

*Institute of applied physics RAS
Russia, 603950, Nizhny Novgorod, ul. Ul'yanova, 46,
E-mail: radostin@ipfran.ru*

Expressions for estimations of the integral values of normal and shear compliances independent of each other are obtained within the framework of a differential approach to modeling changes in the elastic properties of materials containing highly compressible defects.

Keywords: seismoacoustic diagnostics, penny-shaped cracks, defects, evaluation of damage, elastic moduli, velocity of elastic waves

Acknowledgment: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 19-05-00536 a).

References

1. Jaeger J.C., Cook N.G.W., and Zimmerman R.W. *Fundamentals of Rock Mechanics*. Blackwell Publishing, 2007.

2. Sayers C.M. and Kachanov M. Microcrack induced elastic wave anisotropy of brittle rocks. *Journal of Geophysical Research*, 1995, Vol. 100, pp. 4149–4156.
3. Zaitsev V. and Sas P. Elastic Moduli and Dissipative Properties of Microinhomogeneous Solids with Isotropically Oriented Defects. *Acta Acustica United with Acustica*, 2000, Vol. 86, pp. 216–228.
4. Zaitsev V.Y. and Sas P. Effect of high-compliant porosity on variations of P and S wave velocities in dry and saturated rocks: Comparison between theory and experiment. *Physical Mesomechanics*, 2004, Vol. 7, pp. 37–46.
5. Zaitsev V.Y. and Radostin A.V., Pasternak E., and Dyskin A. Extracting shear and normal compliances of crack-like defects from pressure dependences of elastic-wave velocities. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2017, Vol. 97, pp. 122–133.
6. MacBeth C. and Schuett H. The stress dependent elastic properties of thermally induced microfractures in Aeolian Rotliegend sandstone. *Geophysical Prospecting*, 2007, Vol. 55, pp. 323–332.
7. Coyner K.B. Effects of stress, pore pressure, and pore fluids on bulk strain, velocity, and permeability in rocks. Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1984.
8. Verdon J.P. and Wüstefeld A. Measurement of the normal / tangential fracture compliance ratio (Z_N/Z_T) during hydraulic fracture stimulation using S-wave splitting data. *Geophysical Prospecting*, 2013, Vol. 61, pp. 461–475.