О.И. Косарев, А.К. Пузакина**ГИДРОАКУСТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ
ОБОЛОЧКИ В ДАЛЬНОМ ПОЛЕ**

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН
Россия, 101990 Москва, Малый Харитоньевский пер., д.4
Тел.: (495)628-8730; E-mail: oikosarev@yandex.ru*

Предложен численно-аналитический метод расчета гидроакустического излучения цилиндрической оболочки в дальнем поле, включающий расчет вынужденных колебаний оболочечной конструкции, погруженной в жидкость, к которой приложены дискретные вынуждающие силы.

Ключевые слова: излучение, цилиндрическая оболочка, дальнее поле

Для расчета звукового давления, излучаемого цилиндрической оболочкой в дальнем поле (диаграммы направленности), используется формула Кирхгофа, приведенная к виду [1]:

$$p = \frac{e^{-1kR_n}}{2R} \left[\mu J'_n(\mu) \int_0^L p(x) e^{i\lambda x} dx - a \rho \omega^2 J_n(\mu) \int_0^L w(x) e^{i\lambda x} dx \right], \quad (1)$$

где $\lambda = kx \cos \theta$. В формулу (1) входит звуковое давление $p(x)$ и перемещение $w(x)$ на поверхности оболочки, которые связаны импедансом излучения. Главным элементом в данной задаче является определение перемещения $w(x)$ из расчета вынужденных колебаний оболочечной конструкции.

Разработан численно-аналитический метод расчета вынужденных колебаний цилиндрических оболочек в жидкости. Идея метода состоит в следующем. Система условно разбивается на подсистемы, включающие оболочки и кольца. Для каждой оболочки составляются дисперсионные уравнения и определяются их корни. Решение свободных колебаний оболочки записывается в виде вектора перемещений, (u, v, w, w') . Функция распределения перемещений оболочек по их длине записывается через перемещения торцевых сечений. Внутренние силы в оболочках тоже приводятся к торцам оболочек. Определяются матрицы динамических жесткостей колец. Уравнение вынужденных колебаний

всей системы состоит из диагонально расположенных блок-матриц четвертого порядка (ленточного типа). Это позволяет упростить и ускорить решение уравнений высокого порядка (нескольких сотен).

Уравнения движения цилиндрической оболочки в перемещениях, основанные на моментной теории упругих оболочек Кирхгофа-Лява, имеют вид [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial \xi} + \frac{\partial S}{\partial \varphi} - \rho_* h a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + q_1 a &= 0, \\ \frac{\partial T_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial S}{\partial \xi} + \frac{1}{a} \left(\frac{\partial M_2}{\partial \varphi} + 2 \frac{\partial H}{\partial \xi} \right) - \rho_* h a \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + q_2 a &= 0, \\ \frac{1}{a} \left(\frac{\partial^2 M_1}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial \xi \partial \varphi} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial \varphi^2} \right) - T_2 - \rho_* h a \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q_3 a &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где u, v, w – осевые, окружные и радиальные перемещения оболочки, T_1, T_2, S, H, M_1, M_2 – упругие силовые факторы, q_1, q_2, q_3 – поверхностные нагрузки, a – радиус оболочки, h – толщина оболочки, $\xi = x/a$ и φ – координаты в осевом и окружном направлениях, t – время, ρ_* – плотность материала оболочки, $0 \leq x \leq L$, L – длина оболочки.

Решения уравнений свободных колебаний конечной цилиндрической оболочки (2) записываются в форме:

$$u = U \cos(n\varphi) e^{i\omega t}, \quad v = V \sin(n\varphi) e^{i\omega t}, \quad w = W \cos(n\varphi) e^{i\omega t},$$

$$U = \sum_{j=1}^8 C_{jn} \frac{\Delta_{jn}^{(2)}}{\Delta_{jn}^{(1)}} e^{i\alpha_{jn}\xi}, \quad V = \sum_{j=1}^8 C_{jn} \frac{\Delta_{jn}^{(3)}}{\Delta_{jn}^{(1)}} e^{i\alpha_{jn}\xi}, \quad W = \sum_{j=1}^8 C_{jn} e^{i\alpha_{jn}\xi}, \quad (3)$$

где n – окружные гармоники ряда Фурье, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$, α_{jn} – корни дисперсионного уравнения, $j = 1-8$ – порядковые номера корней, C_{jn} – искомые коэффициенты, Δ_{jn} – миноры матрицы уравнения движения оболочки, $\omega = 2\pi f$ – угловая частота колебаний, f – частота колебаний. В решение (3) входят подлежащие определению корни дисперсионного уравнения α_{jn} и коэффициенты C_{jn} . Для получения дисперсионного уравнения примем: $q_1 = q_2 = q_3 = 0$ и решение уравнения (2) представим в упрощенном виде:

$$v = V \cdot e^{i\alpha y} \sin n\phi; \quad u = U \cdot e^{i\alpha y} \cos n\phi; \quad w = W \cdot e^{i\alpha y} \cos n\phi$$

В результате подстановки этих решений в уравнение (2) получим уравнение свободных колебаний оболочки в матричном виде [10]:

$$\begin{bmatrix} L_{11} + \omega_*^2 & L_{12} & L_{13} \\ -L_{12} & L_{22} + \omega_*^2 & L_{23} \\ -L_{13} & L_{23} & L_{33} + \omega_*^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = \frac{a}{q} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_s \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Дисперсионное уравнение (5) для конечной цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость, имеет вид [2]:

$$\frac{\Delta_0(\alpha)}{\Delta^1(\alpha)} - \frac{\rho_0 \omega^2 a H_n^{(2)}(ka)}{q k H_n^{(2)}(ka)} = 0, \quad (5)$$

где $\Delta_0(\alpha)$ – определитель, $\Delta^1(\alpha)$ – минор матрицы (4). Каждое из решений U, V, W (2) состоит из восьми слагаемых по числу конечных граничных условий оболочки. Соответственно числу слагаемых для каждой гармоники n и для каждой частоты колебаний ω надо определить восемь корней α_j .

Для составления уравнений вынужденных колебаний оболочечной конструкции, состоящей из набора оболочек, соединенных между собой кольцами, каждое уравнение движения записывается для перемещений трех соседних подсистем с номерами: k – текущей, $k-1$ – предыдущей и $k+1$ – последующей. Подсистемами являются оболочки и кольца. Внутренние силы оболочки, приложенные, например, к кольцу k , выражаются через перемещения концов оболочек, присоединенных к кольцу слева (в конце предыдущей оболочки $k-1$) и справа (в начале последующей оболочки $k+1$).

Матричное уравнение движения оболочечной конструкции формируется следующим образом. С учетом принятых обозначений уравнение движения кольца номера k в матричной форме имеет вид:

$$M_k Z_k = P_k - F_k^{(1)} + F_k^{(2)}, \quad (6)$$

где P_k – вектор возмущающих сил, $F_k^{(1)}, F_k^{(2)}$ – векторы внутренних сил, приложенные от оболочек к кольцу слева и справа, M_k – матрица динамических жесткостей кольца номера k . Z_k – вектор перемещений кольца.

Подставляя в уравнение движения кольца значения сил и перемещений оболочек, получим систему уравнений порядка $4(N+1)$, где N – общее количество оболочек, $N+1$ – общее количество колец. В уравнениях движения порядковые номера колец обозначим q , где $0 \leq q \leq p$. Уравнения (6) составляются для каждого кольца последовательно. Уравнения для первого кольца $q = 0$, для каждого промежуточного кольца от $q = 1$ до $q = N-1$ и для последнего кольца $q = N$ имеют вид:

$$\begin{aligned} & \left[M_0 - H_0^4 G_1^*(0) G_1^1 H_0^2 \right] Z_0 - H_0^4 G_1^*(0) C_1^2 H_1^1 Z_1 = P_0, \\ & H_q^3 G_q^*(\ell_q) C_q^1 H_{q-1}^2 Z_{q-1} + \left[M_q + H_q^3 G_q^*(\ell_q) C_q^2 H_q^1 - \right. \\ & \quad \left. - H_q^4 G_{q+1}^*(0) C_{q+1}^1 H_q^2 \right] Z_q - H_q^4 G_{q+1}^*(0) C_{q+1}^2 H_{q+1}^1 Z_{q+1} = P_q, \\ & H_p^3 G_p^*(\ell_p) C_p^1 H_{p-1}^2 Z_{p-1} + \left[M_p + H_p^3 G_p^*(\ell_p) C_p^2 H_p^1 \right] Z_p = P_p. \end{aligned} \quad (7)$$

Общее матричное уравнение (7) для оболочечной конструкции имеет ленточную диагональную структуру расположения блок-матриц размером 4×4 и в сумме может иметь порядок нескольких сотен. В результате решения этой системы определяются векторы перемещений колец Z_q .

После определения векторов перемещений Z_q на кольцах q можно построить АЧХ колебаний в заданных сечениях (кольцах) оболочечной конструкции, а также формы вынужденных колебаний для каждой оболочки и всей оболочечной конструкции в целом. Метод расчета реализован в виде алгоритмов и компьютерных программ, написанных на языке Fortran. На рис. 1 представлены примеры диаграмм направленности (1) в дальнем поле в зависимости от угла наблюдения θ для оболочки: длина $L = 70$ м, радиус $a = 4$ м, толщина $h = 0.04$ м, материал – сталь, возмущающая сила $P = 1000$ Н на левом конце.

Рис. 1.

Литература

1. Косарев О.И., Остапишин Н.М., Пузакина А.К. Звуковое давление в дальнем поле, создаваемое колеблющейся конечной цилиндрической оболочкой // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2017. № 4. С. 98–103.
2. Косарев О.И. Дисперсионное уравнение свободной конечной цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 5. С. 36–44.

O.I. Kosarev, A.K. Puzakina

SONAR RADIATION OF A CYLINDRICAL SHELL IN A FAR FIELD

*Blagonravov Mechanical Engineering Research Institute of RAS,
4, Maly Khariton'evsky Lane, Moscow, 101990, Russia.
Tel.: (495)628-8730; E-mail: oikosarev@yandex.ru*

A numerical and analytical method is proposed for calculating a cylindrical shell radiation in a far field. The method involves calculating the forced vibrations of a shell structure immersed in a fluid to which discrete exciting forces are applied.

Keywords: sonar radiation, finite cylindrical shell, far field

References

1. Kosarev O.I., Ostapishin N.M., and Puzakina A.K. Sound pressure in the far field generated by an oscillating finite cylindrical shell. Engineering and automation problems, 2017, No. 4, pp. 98–103.
2. Kosarev O.I. Dispersion equation of a free finite cylindrical shell in a liquid. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin, 2019, No. 5, pp. 36–44.