Analiza igralnih strategij v iterativni zaporniški dilemi

Klemen Kac
Laboratorij za heterogene računalniške sisteme
Koroška cesta 46
Maribor, Slovenija
klemen.kac@um.si

Bor Praznik
Laboratorij za heterogene računalniške sisteme
Koroška cesta 46
Maribor, Slovenija
bor.praznik@um.si

POVZETEK

V pričujoči raziskavi smo analizirali igralne strategije v iterativni zaporniški dilemi. Strateške igre so sestavljene iz množice igralcev, množice strategij za vsakega igralca in vektorja izplačil, ki vsaki strategiji priredi določeno vrednost izplačila. Cilj strateške igre je maksimizirati vrednost izplačila za posameznega igralca. Igralne strategije v članku smo med seboj primerjali v dveh vrstah turnirjev, kjer se več posameznikov pomeri v več tekmah. Pri prvi vrsti turnirja, se vsak igralec pomeri z vsemi ostalimi, pri drugi pa smo uporabili turnirsko selekcijo, kjer po vsakem krogu izpade najslabši igralec. Implementirali smo tudi lastno igralno strategijo, ki dosegla rezultate primerljive z obstoječimi strategijami. Ugotovili smo, da je učinkovitost posamezne igralne strategije zelo odvisna od vrste turnirja, s katerim strategijo ocenjujemo.

Ključne besede

zaporniška dilema, turnirska selekcija, igralne strategije

1. UVOD

Strateška igra je urejena trojka $G = \langle N, S, u \rangle$, kjer pomenijo:

- $N = \{1, \dots, n\}$ je končna množica igralcev,
- $S = \{S_i\}$ je množica strategij S_i , za vsakega izmed igralcev $i = \{1, \dots, n\}$,
- $u_i : S \rightarrow \mathbb{R}$ je funkcija koristnosti, ki vsaki množici strategij S priredi izplačilo za i -tega igralca $u_i(S)$.

Cilj teorije strateških iger je svetovati, katero strategijo bodo nasprotniki igrali z večjo verjetnostjo, oz. priporočiti igralcem, katero strategijo igrati, da je izplačilo največje.

V splošnem poznamo tri koncepte strateških iger: dominantnost, stabilnost in maksimalna družbena korist. Glede na določeno strategijo i -tega igralca obstaja več možnih izidov.

Pravimo, da je strategija S_i dominantna za igralca i , če ne glede na to, katero strategijo S_j igra igralec j , igralec i dobi več, kot bi dobil, če bi igral katerokoli drugo strategijo. Igranje dominantne strategije zagotavlja agentu najboljši izid. Najbolj važen koncept v teoriji iger je stabilnost. Dve strategiji S_1 in S_2 sta stabilni pod pogojem, da:

- če igralec i odigra strategijo S_1 , igralec j ne more odigrati boljše poteze kot S_2 in
- če igralec j odigra strategijo S_2 , igralec i ne more odigrati boljše poteze kot S_1 .

Maksimalna družbena korist ne gleda na izplačilo posameznega agenta, ampak vseh agentov skupaj.

Analiza igralnih strategij v zaporniški dilemi je že precej dobro obdelano področje v teoriji iger. V članku [1] avtorji ugotovljajo, da dominantne strategije v posameznem krogu niso nujno dominantne v več krogih. Axelrod v članku [2] opisuje evolucijsko razvijanje igralnih strategij v iterativni zaporniški dilemi. Isti avtor v članku [3] predlaga tudi, kako učinkovito igrati iterativno zaporniško dilemo.

V naši raziskavi smo analizirali že omenjene igralne strategije v iterativni zaporniški dilemi in poskušali izmeriti uspešnost posameznih strategij v določeni vrsti turnirja. Definirali smo dve vrsti turnirja. Pri prvi vrsti turnirja vsak posameznik tekmuje z vsemi ostalimi. Zmagovalna strategija je tista, ki ima skupno najboljši rezultat. Pri drugi vrsti po vsakem krogu izločimo najslabšo strategijo, ostale strategije pa igrajo še enkrat v naslednjem krogu. V takšnem turnirju je zmagovalna strategija tista, ki ne izgubi z nobeno izmed preostalih strategij v turnirju.

Struktura članka v nadaljevanju je naslednja: v drugem poglavju podrobneje predstavimo zaporniško dilemo, v tretjem povzamemo igralne strategije in opišemo obe vrsti turnirja, s katerima smo analizirali uspešnosti strategij ter podrobneje opišemo lastno igralno strategijo "PRAKAC", četrto poglavje je namenjeno predstavitvi poskusov in rezultatov, v zadnjem poglavju pa povzamemo opravljeno delo ter predstavimo naše ugotovitve.

2. ZAPORNIŠKA DILEMA

Zaporniška dilema je igra, v kateri nastopata dva igralca, ki se pretvarjata, da sta zapornika. Zaprta sta vsak v svoji

ločeni celici. Med seboj se ne smeta pogovarjati. Policija želi vsaj enega izmed njiju zapreti za dalj časa [4]. Zapor-
nik lahko svoj zločin prizna ali ne. Odločitev posameznega
zapor-
nika se ovrednoti s številom let, ki jih mora preživeti
v zaporu. Cilj obeh zapornikov je, da sta zaprta čim manj
časa.

Analiza izidov klasične zaporniške dileme pokaže, da je za
zapor-
nika najbolje, če izda sojetnika, saj v primeru, da drugi
zapor-
nik ne prizna sodelovanja v zločinu, prvi “namoči” dru-
gega, ki mora odgovarjati za svoje nesodelovanje s policijo,
in sicer z maksimalno kaznijo, prvi pa bo oproščen vsakršne
krivde. Ta igra v večagentnih sistemih predstavlja dilemo,
saj je v nasprotju s tezo, da je sodelovanje med agenti tista
strategija, ki zagotavlja ključ do uspeha.

Vendar pa se izkaže, da sodelovanje postane zmagovalna
strategija, če igro ponavljamo večkrat. V tem primeru imamo
opravka s t.i. iterativno zaporniško dilemo, kjer se zapor-
nika lahko odločata za igranje poljubne strategije. Lahko se
na primer odločita, da bosta vedno izdajala svojega naspro-
tnika ali pa, da bosta vedno sodelovala. Število let zapor-
a se pri iterativni zaporniški dilemi skozi kroge sešteva. S pon-
avljanjem igre dosežemo, da postane sodelovanje racionalna
odločitev. Z igranjem strategije sodelovanja vzpodbujamo,
da tudi nasprotnik igra isto, kar postane na dolgi rok najbolj
profitabilna odločitev za oba igralca.

Igralca (A in B), morata spoštovati naslednja pravila [5]:

- Če igralec A izda igralca B, ta pa njega ne, potem gre
igralec B v zapor za 3 leta, igralec A pa je izpuščen.
- Če zločin priznata oba, gresta oba v zapor za 2 leti.
- Če zločina ne prizna nobeden, bosta oba obsojena na
1 leto zapor-
a.

V Tabeli 1 vidimo prikaz razdelitve točk med igralcema A
in B v primeru sodelovanja oziroma izdaje. Opazimo, da
je za oba igralca dominantna strategija izdajanje (nesode-
lovanje), kajti ne glede na nasprotnikovo odločitev, igralec
največ pridobi z izdajanjem. Stabilnost dosežemo, če oba
igralca hkrati izdajata drug drugega. Takrat sta odločitvi
druga drugi najboljši odgovor. Maksimalna družbena korist
je v primeru, ko oba igralca sodelujeta. Takrat je vsota let,
ki jih oba igralca morata preživeti v zaporu najmanjša.

Tabela 1: Točkovanje

A \ B	Sodelovanje	Izdaja
Sodelovanje	A in B dobita po 1 leto zapor- a (-1 tč.)	A: 3 leta (-3 tč.) B: izpuščen (0 tč.)
Izdaja	A: izpuščen (0 tč.) B: 3 leta (-3 tč.)	A in B dobita po 2 leti zapor- a (-2tč.)

Vsak igralec se mora odločiti, katero igralno strategijo bo
igral. Igralec A lahko sodeluje in pri tem upa, da bo sode-
loval tudi njegov nasprotnik. S tem bi oba igralca dobila po

1 leto zapor-
a. V primeru, da igralec A izda igralca B, je
igralec A izpuščen, igralec B pa dobi 3 leta zapor-
a. Če se
katerikoli izmed igralcev odloči za izdajanje, lahko v najslab-
šem primeru dobi 2 leti zapor-
a. Seveda pa igralec, ki izdaja
upa, da bo nasprotnik sodeloval. Tako bi se sam izognil ka-
zni, nasprotnik pa bi dobil 3 leta zapor-
a. S ponavljanjem
igre želimo dokazati, da kljub temu, da je za oba igralca
dominantna strategija izdajanje, se na dolgi rok splača so-
delovanje.

3. IGRALNO OKOLJE

Igro iterativna zaporniška dilema smo implementirali z upo-
rabo označevalnega jezika HTML in programskega jezika Ja-
vaScript kot spletno aplikacijo¹. Grafični prikaz igre lahko
vidimo na Sliki 2. Možne igralne strategije so opisane v na-
slednjem podpoglavju. Znotraj aplikacije lahko določimo:
(1) koliko igralcev bo igralo na turnirju, (2) koliko itera-
cij bodo igrali in (3) katero vrsto turnirja bodo uporabljali.
Končne rezultate nato prikažemo v tabeli, ki je sortirana po
najnižji količini kazni, ki jo je posameznik z določeno stra-
tegijo pridobil in tako razglasimo zmagovalca. Zmagovalna
strategija je tista, ki je kaznovana z najmanjšim številom let
zapor-
a.

3.1 Opis igralnih strategij

Strategije, ki smo jih izbrali, so ene izmed najbolj znanih v
zaporniški dilemi. Nekatere so enostavnejše, druge pa bolj
sophisticirane. V naši študiji smo uporabili naslednje:

- “ALL-D” - v tej strategiji igralec nikoli ne sodeluje,
temveč vedno izdaja. Igralec torej v najboljšem pri-
meru ne gre v zapor, v najslabšem pa gre v zapor za
dve leti [6].
- “RANDOM” - igralec se naključno odloči ali bo sode-
loval ali izdajal svojega soigralca [7].
- “TIT-FOR-TAT” - v prvem krogu igralec sodeluje, v
vseh ostalih pa ponovi zadnjo soigralčevo odločitev [8].
- “TESTER” - strategija izkorišča sisteme, ki neprestano
sodelujejo; v prvem krogu igralec izdaja, nato pa po-
navlja zaporedje “sodelujem, sodelujem, izdajam”. Če
tudi soigralec medtem kdaj ne sodeluje, nadaljujemo z
igranjem strategije “TIT-FOR-TAT” [9].
- “JOSS” - strategija je namenjena izkoriščanju “šibkih”
nasprotnikov; zelo podobna je strategiji “TIT-FOR-
TAT”, razlika je le v tem, da v 10% primerov namesto
sodelovanja izbire izdajanje [10].

Poleg že znanih strategij smo razvili tudi lastno strategijo
“PRAKAC”, ki jo predstavljamo v nadaljevanju poglavja.

3.2 Predlagana strategija “PRAKAC”

Na podlagi delovanja prej opisanih strategij smo implemen-
tirali lastno strategijo in z njo poskušali dobiti čim boljše
rezultate. Naša strategija se imenuje “PRAKAC” in teme-
lji na maščevanju. Pri tej strategiji v prvem krogu izdamo
nasprotnika. S to potezo upamo, da strategija pridobi proti

¹<http://betrayal-simulator.praznikbor.now.sh/>

Iterative prisoners dilemma

Slika 1: Nastavitve spletne aplikacije

strategijam, ki v prvem krogu sodelujejo. V nadaljnjih potezah spremljamo zadnjo nasprotnikovo odločitev. V primeru, da v zadnji potezi nasprotnik sodeluje, v naslednji potezi sodelujemo tudi mi. To storimo z upanjem, da bo tudi v naslednji potezi nasprotnik sodeloval, ker je to za oba najboljša poteza. Če nas nasprotnik kadarkoli izda, ga mi v naslednjih dveh potezah izdamo in tako upamo, da pridobimo nazaj izgubljene točke. Strategija je najbolj uspešna proti tistim strategijam, ki izmenično sodelujejo in izdajajo, ima pa tudi dobre rezultate proti bolj sofisticiranim strategijam.

Algoritem 1 Strategija PRAKAC

```

1:  $N \leftarrow$  current turn
2:  $X \leftarrow$  cooperate
3: if  $N = 1$  or  $(N - 1 \text{ or } N - 2) = \text{betrayed}$  then
4:    $X \leftarrow$  betray
5: end if
6: return  $X$ 

```

V Algoritmu 1 vidimo postopek izbire odločitve pri strategiji "PRAKAC". Najprej inicializiramo spremenljivko N , v katero shranjujemo nasprotnikove odločitve. Vrednost spremenljivke X hrani našo trenutno odločitev. Privzeto jo nastavimo na sodelovanje. Potem s pogojnim stavkom pogledamo, če je bila nasprotnikova zadnja ali predzadnja odločitev izdajanje. Če pogojni stavek drži, nastavimo vrednost spremenljivke X na izdajanje. Kot rezultat algoritma vrnemo vrednost spremenljivke X .

3.3 Turnir s krožnim dodeljevanjem

Pri turnirju s krožnim dodeljevanjem vsak posameznik tekmuje z vsemi ostalimi [11]. V našem primeru smo to vrsto turnirja uporabili za testiranje učinkovitosti posameznih strategij. V turnir smo vključili poljubno število igralcev, ki igrajo eno od opisanih strategij. Igralec je nato tekmoval z ostalimi in glede na uspešnost pridobival leta, ki jih mora preživeti v zaporu. Na koncu smo pridobili rezultat v obliki števila let, ki jih dobi igralec, če uporablja določeno strategijo. Kot najbolj uspešna strategija se smatra tista, ki

igralcu pridobi najnižjo število let v zaporu [12].

V to vrsto turnirja smo dodali še dodatno pravilo izločanja, ki na koncu vsakega turnirja izloči najslabšega igralca (tistega, ki bi moral v zaporu preživeti največje število let) in ponovili celotni turnir s preostalimi igralci. Kadar izločimo strategije, ki jih je preprosto izkoriščati, lahko pri tem ugotovimo, katere strategije so v povprečju najboljše.

4. POSKUSI IN REZULTATI

Strategije smo med sabo primerjali z uporabo implementirane spletne aplikacije, na kateri lahko nastavimo število iteracij, število tekmovalcev, ki predstavljajo določeno strategijo ter način izvajanja turnirja (z izločanjem ali brez). Za primerjavo strategij smo v obeh vrstah turnirja izpisovali rezultate za 10, 100, 500 in 1000 iteracij. Tako lahko ugotovimo, katere strategije so boljše na krajši in katere na daljši igralni rok. Število igralcev, ki predstavljajo določeno strategijo smo nastavili najprej na 1, nato na 5 in na koncu še na 10. Če pri turnirju z izločanjem vsako strategijo predstavlja samo 1 igralec, se lahko zgodi, da bo strategija, ki v povprečju dosega zelo dobre rezultate, že v začetku turnirja igrala z močnejšo strategijo in bo izpadla zelo hitro. Z večjim številom igralcev na vsako strategijo ta problem omilimo. Za verodostojne rezultate smo vsem strategijam vedno nastavili enako število igralcev.

Za demonstracijo smo našo strategijo primerjali z ostalimi implementiranimi strategijami v igri s stotimi iteracijami. V Tabeli 2 vidimo rezultate lastne strategije v igri ena proti ena, z že obstoječimi igralnimi strategijami. Za dvoboj smo dodelili 100 iteracij, z namenom da imajo strategije ki temeljijo na odzivanju možnost blesteti. Opazimo, da strategija "PRAKAC" premaga vse strategije in pridobi najmanjšo število let v zaporu, z izjemo "ALL-D", s katero odigra izenačen rezultat.

Na Sliki 2 vidimo grafično predstavitev rezultatov lastne strategije v igri ena na ena proti ostalim strategijam. Opazimo, da je rezultat v primerjavi s strategijami "ALL-D", "TIT-FOR-TAT" in "TESTER" precej izenačen, medtem ko

Tabela 2: Rezultati strategije PRAKAC 1 proti 1 s 100 iteracijami.

	PRAKAC
ALL-D	200
RANDOM	124
TIT-FOR-TAT	197
TESTER	198
JOSS	120

Slika 2: Grafična predstavitev strategije PRAKAC v primerjavi z ostalimi strategijami.

v je rezultat v primerjavi s strategijami "RANDOM" in "JOSS" občutno boljši v prid strategije "PRAKAC".

4.1 Turnir s krožnim dodeljevanjem brez izločanja

Najprej smo v turnir vključili po enega igralca za vsako strategijo, nato po pet igralcev za vsako strategijo in na koncu še po deset igralcev za vsako strategijo (Tabela 3). Pri turnirju s krožnim dodeljevanjem brez izločanja, se pri enem igralcu na vsako strategijo izkaže, da prevladuje strategija "ALL-D", ki je odlična za izkoriščanje naivnih strategij, katerih je pri naši postavitvi vedno dovolj, da strategija nadvladuje.

Na drugem mestu se vedno pojavi naša strategija "PRAKAC", ki je prav tako dobra v izkoriščanju naivnih strategij. Tretje mesto se pri enem igralcu na strategijo spreminja. Pri desetih iteracijah vidimo na tretjem mestu celo strategijo "RANDOM", ki s svojim kaotičnim pristopom pretenta bolj sofisticirane metode, preden jo imajo le-te možnost premagati. Pri stotih iteracijah se na tretjem mestu pojavi strategija "TESTER", kadar pa povečamo iteracije na petsto in več, pa tretje mesto okupira strategija "TIT-FOR-TAT".

Ko imamo pri vsaki strategiji več igralcev, ki zastopajo dolo-

čeno strategijo, začnejo prevladovati igralci strategije "ALL-D". Slednja strategija se je izkazala za najboljšo v tej vrsti turnirja.

4.2 Turnir s krožnim dodeljevanjem in izločanjem

Enak turnir ponovimo še enkrat, le da tokrat v vsakem krogu izločimo strategijo, ki ima najslabši rezultat. Turnir izvajamo tako dolgo, dokler ne dobimo skupnega zmagovalca. Pri turnirju, kjer imamo samo enega predstavnika vsake strategije, dobimo več zmagovalcev. Pri desetih iteracijah sta zmagovalca strategiji "ALL-D" in "PRAKAC", pri večjem številu iteracij pa strategiji "TIT-FOR-TAT" in "TESTER" (Tabela 4). Ugotovimo, da pri enem igralcu na strategijo prevladuje "ALL-D", pri večih igralcih na strategijo pa "TIT-FOR-TAT". Iz tega lahko razberemo, da je strategija "ALL-D" odlična za izkoriščanje simplističnih strategij, ki ne poskušajo predvidevati nasprotnikove poteze (npr. "JOSS" in "RANDOM"). Ko te strategije izpadejo iz turnirja, pa začnejo prevladovati bolj sofisticirane strategije, kot je "TIT-FOR-TAT".

Pod drobnogled smo vzeli variantni turnir s krožnim dodeljevanjem z enim igralcem na strategijo. V Tabeli 5 lahko vidimo, kdaj je katera strategija izpadla pri določenem številu iteracij. Opazimo, da je, glede na povprečno mesto izpada, najboljša strategija "TIT-FOR-TAT". Precej podobne rezultate je pridobila strategija "TESTER", vendar ima slednja slabše povprečje, zaradi rezultata pri igri z desetimi iteracijami (izpade kot druga strategija). Naša strategija "PRAKAC" v tej vrsti tekmovanja zasede sprejemljivo tretje mesto. Najslabše se izkaže strategija "JOSS". Presenetljivo jo premaga tudi naivna strategija "RANDOM", ki jo premaga s pomočjo sreče, kajti "RANDOM" naključno izbira svoje odločitve. Zato lahko v določenih primerih doseže zelo dobre rezultate, v drugih primerih pa porazne.

4.3 Diskusija

Z izvajanjem raznih turnirjev smo ugotovili, da s prirejenim turnirjem s krožnim dodeljevanjem pridobimo zanimivejše rezultate. Medtem ko v turnirju brez izločanja vedno prevladuje strategija, ki izkorišča naivne metode, v turnirju z izločanjem prevladajo bolj sofisticirane strategije (Tabela 3).

V Tabeli 5 lahko opazimo, da naivne strategije vedno izpadejo v prvih krogih, nato izpadejo strategije, ki so preživele le z izkoriščanjem le-teh, na koncu pa imamo samo "pametne" strategije. Strategije, ki prevladujejo v turnirju z izločanjem, so takšne, ki temeljijo na sodelovanju, ampak ne brezpogojnem.

5. ZAKLJUČEK

V raziskavi smo analizirali pet obstoječih igralnih strategij v zaporniški dilemi. Razvili smo tudi lastno igralno strategijo in jo primerjali z ostalimi. Strategije smo med seboj primerjali v turnirju s krožnim dodeljevanjem brez izločanja in turnirju z izločanjem.

Ugotovili smo, da so rezultati strategij zelo odvisni od vrste turnirja, ki ga uporabimo. Določena strategija lahko doseže v nekem turnirju zelo dober rezultat, v drugem pa pogori. Zanimivo je dejstvo, da naša strategija "PRAKAC"

Tabela 3: Turnir s krožnim dodeljevanjem brez izločanja.

	1 igralec na strategijo	5 igralcev na strategijo	10 igralcev na strategijo
10 iteracij	1. ALL-D 2. PRAKAC 3. RANDOM	1. ALL-D 2. ALL-D 3. ALL-D	1. ALL-D 2. ALL-D 3. ALL-D
100 iteracij	1. ALL-D 2. PRAKAC 3. TESTER	1. ALL-D 2. ALL-D 3. ALL-D	1. ALL-D 2. ALL-D 3. ALL-D
500 iteracij	1. ALL-D 2. PRAKAC 3. TIT-FOR-TAT	1. ALL-D 2. ALL-D 3. ALL-D	1. ALL-D 2. ALL-D 3. ALL-D
1000 iteracij	1. ALL-D 2. PRAKAC 3. TIT-FOR-TAT	1. ALL-D 2. ALL-D 3. ALL-D	1. ALL-D 2. ALL-D 3. ALL-D

Tabela 4: Turnir s krožnim dodeljevanjem in izločanjem.

	1 igralec na strategijo	5 igralcev na strategijo	10 igralcev na strategijo
10 iteracij	ALL-D, PRAKAC	TIT-FOR-TAT	TIT-FOR-TAT
100 iteracij	TIT-FOR-TAT, TESTER	TIT-FOR-TAT	TIT-FOR-TAT
500 iteracij	TIT-FOR-TAT, TESTER	TIT-FOR-TAT	TIT-FOR-TAT
1000 iteracij	TIT-FOR-TAT, TESTER	TIT-FOR-TAT	TIT-FOR-TAT

Tabela 5: Turnir s krožnim dodeljevanjem in izločanjem, 1 igralec na strategijo, skupno mesto.

	10 iteracij	100 iteracij	500 iteracij	1000 iteracij	POVPREČJE
TIT-FOR-TAT	3.	1.	1.	1.	1,5
TESTER	5.	1.	1.	1.	2
PRAKAC	1.	3.	3.	3.	2,5
ALL-D	1.	4.	4.	4.	3,25
RANDOM	4.	6.	5.	5.	5
JOSS	6.	5.	6.	6.	5,75

dosega najboljši rezultat v igri ena na ena, na implementiranih turnirjih pa dosega povprečne rezultate. Vidimo tudi, da je naša strategija najbolj učinkovita v manjšem številu sočnanj, torej strategija v nasprotju z strategijo "TIT-FOR-TAT" gleda na kratkoročni dobiček.

Rezultati so odvisni tudi od točkovanja, ki ga uporabimo med tekmovanjem. Med raziskovanjem tematike smo opazili, da raziskovalci igre ne uporabljajo fiksnega točkovanja, temveč si ga določajo po svoje. Pri turnirju s krožnim dodeljevanjem brez izločanja smo ugotovili, da je najboljša strategija "ALL-D". Pri turnirju z izločanjem je najboljša strategija "TIT-FOR-TAT", ki je med bolj sofisticiranimi strategijami in je sposobna izkoriščati ostale pametne strategije. Strategijo, ki bi dosegala solidne rezultate ne glede na vrsto turnirja, je zelo težko implementirati, saj v enem turnirju prevladujejo strategije, ki so namenjene izkoriščanju naivnih pristopov, v drugem turnirju pa prevladajo bolj sofisticirane strategije.

Čeprav obstaja že ogromno strategij, menimo, da je na voljo še veliko maneverskega prostora za izboljšave obstoječih strategij in implementacij novih. V prihodnje bi lahko v spletno aplikacijo, s katero smo delali analizo, vključili še več igralnih strategij in več vrst turnirjev. S tem bi lahko naredili raziskavo še obsežnejšo.

6. LITERATURA

- [1] J. Roberts R. Wilson D. M. Kreps, P. Milgrom. Rational cooperation in the finitely repeated prisoners' dilemma. In *Journal of Economic Theory*, pages 245–252, 1982.
- [2] R. Axelrod. The evolution of strategies in the iterated prisoner's dilemma. In *The Dynamics Of Norms*, 1997.
- [3] R. Axelrod. Effective choice in the prisoner's dilemma. In *Journal of Conflict Resolution*, 1980.
- [4] C. Tóke G. Szabó. Evolutionary prisoner's dilemma game on a square lattice. In *American Physical Society*, pages 58–69, 1998.
- [5] WD. Hamilton R. Axelrod. The evolution of cooperation. In *Science*, pages 58–69, 1998.
- [6] J. R. Stevens D. W. Stephens, C. M. McLinn. Discounting and reciprocity in an iterated prisoner's dilemma. In *Science*, pages 2216–2218, 2002.
- [7] R. Axelrod. More effective choice in the prisoner's dilemma. In *Sage journals*, 1980.
- [8] K. Sigmund M. A. Novak. Tit for tat in heterogeneous populations. In *Nature*, 1992.
- [9] P. Mathieu J. Delahaye. Complex strategies in the iterated prisoner's dilemma. In *Semantic Scholar*, 1994.
- [10] R. Axelrod. Effective choice in the prisoner's dilemma. In *Sage journals*, 1980.

- [11] L. Moser F. Harary. The theory of round robin tournaments. In *The American Mathematical Monthly*, 2018.
- [12] X. Yao P. J. Darwen. On evolving robust strategies for iterated prisoner's dilemma. In *EvoWorkshops*, 1994.