ТЕПЛООБМЕН ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ БОЛЬШИХ ЗНАЧЕНИЯХ МАГНИТНОГО ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА

С.В. Соловьев¹, Т.С. Соловьева²

¹ Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск

² Обнинский институт атомной энергетики – филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Представлены результаты численного моделирования нестационарного конвективного теплообмена и магнитной гидродинамики электропроводной жидкости в сферическом слое при граничных условиях для температуры первого рода. Исследовано влияние величины магнитного числа Рейнольдса на эволюцию структуры течения жидкости, поле температуры, магнитной индукции и распределение чисел Нуссельта.

Ключевые слова: математическое моделирование, нестационарный теплообмен, магнитная гидродинамика, магнитное число Рейнольдса, сферический слой.

ВВЕДЕНИЕ

В ряде областей физики, механики и техники возникает необходимость изучения движений электропроводных жидкостей и газов. К таким областям относятся астрофизика, аэродинамика больших скоростей, МГД генераторы, электромагнитные насосы для перекачки жидких металлов, плазменные ускорители, термоядерные реакторы и т. п. В работах [1-5] обсуждаются возможности проведения лабораторных экспериментов для достижения критического значения магнитного числа Рейнольдса Re_m , при котором начинается генерация магнитного поля механизмом динамо, а также для условий объектов астрофизики, в которых магнитное число Рейнольдса Re_m очень велико (в конвективных потоках плазмы на Солнце Re_m достигает величины 10^8). При изучении магнитной гидродинамики существуют два класса проблем, которые определяются величиной магнитного числа Рейнольдса Re_m : $Re_m \ll 1$ (жидкость с малой проводимостью, например, низкотемпературная плазма) и $Re_m \gg 1$ (жидкость с большой проводимостью или объект с большими размерами, например, высокотемпературная плазма, астрофизические объекты). В работах [6-11] приведены результаты конвективного теплообмена и магнитной гидродинамики электропроводной жидкости между двумя сферами при значениях магнитного числа Рейнольдса $Re_m = 1; 10^2$. С целью расширения диапазона значений магнитного числа Рейнольдса и оценке его влияния на теплообмен и магнитную гидродинамику электропроводной жидкости в сферическом слое в настоящей работе приведены результаты нестационарного теплообмена электропроводной жидкости при больших значениях

магнитного числа Рейнольдса. Учитывалась теплота джоулевой диссипации. Вектор силы тяжести направлен по радиусу к центру сферической прослойки.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Математическая постановка задачи в переменных вихрь ω , функция тока ψ , температура ϑ в сферической системе координат с учетом симметрии по долготе имеет вид [6]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - \frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \right. \\ \left. + \omega \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \right. \\ \left. + \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - \frac{\omega}{r^2 \sin^2 \theta} \right) - \frac{Gr}{Re^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} + \\ + \frac{S}{Re_m} \left(B_r \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial r^2} + 2 \frac{B_r}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{\partial B_r}{\partial r} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} - \right. \\ \left. - \frac{B_r}{r} \frac{\partial^2 B_r}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \right. \\ \left. \frac{2 B_\theta}{r^2} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} - \frac{B_\theta}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} - \frac{\operatorname{ctg} \theta}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = - \omega r \sin \theta, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \right. \\ \left. + \frac{2}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} + \frac{ctg \theta}{r^2} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \right) - \\ - \frac{J}{Pe} \left(\frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} B_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right)^2 = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial B_r}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{B_\theta}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + B_r \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} + \right. \\ \left. + \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{1}{Re_m} \left(\frac{\partial^2 B_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_r}{\partial \theta^2} + \right. \\ \left. + \frac{ctg \theta}{r^2} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} - \frac{2B_r}{r^2} - \frac{2B_\theta ctg \theta}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial B_\theta}{\partial \tau} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(-B_r \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{\partial B_r}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} + \right. \\ \left. + \frac{B_\theta}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{Re_m} \left[\frac{\partial^2 B_\theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{ctg \theta}{r^2} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} - \frac{B_\theta}{r^2 \sin^2 \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим предельный случай, когда $Re_m \rightarrow \infty$ (в этом случае имеет место “вмороженность” магнитных силовых линий в электропроводную среду). Переходя к пределу при $Re_m \rightarrow \infty$ уравнения (1), (4), (5) примут следующий вид (1а), (4а), (5а):

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - \frac{\omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \right. \\ \left. + \omega ctg \theta \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \right. \\ \left. + \frac{ctg \theta}{r^2} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - \frac{\omega}{r^2 \sin^2 \theta} \right) - \frac{Gr}{Re^2} \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} = 0, \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial B_r}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{B_\theta}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \right. \\ \left. + B_r \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} + \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right], \end{aligned} \quad (4a)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{Ho} \frac{\partial B_\theta}{\partial \tau} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(-B_r \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{\partial B_r}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \right. \\ \left. - \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} + \frac{B_\theta}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial B_\theta}{\partial r} \right). \end{aligned} \quad (5a)$$

Заметим, что уравнения (1а), (4а) и (5а) нестационарные, а в уравнении (1а) отсутствуют магнитные силы.

Для температуры на внутренней Γ_1 ($r = 1$) и на внешней Γ_2 ($r = r_2$) поверхности сферического слоя задавались граничные условия первого рода

(внутренняя поверхность более нагрета) $\vartheta|_{\Gamma_1} = 1$; $\vartheta|_{\Gamma_2} = 0$. На оси симметрии ставилось

$$\text{условие: } \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0, \pi} = 0.$$

Граничные условия для функции тока, вихря и магнитной индукции имели следующий вид [6]:

$$\psi|_{\Gamma_1} = \psi|_{\theta=0, \pi} = \omega|_{\theta=0, \pi} = 0; \quad \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0, \pi} = \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0, \pi} = 0;$$

$$B_r|_{\Gamma_1} = B_r|_{\Gamma_2} = 0; \quad B_\theta|_{\Gamma_1} = -0,01 \sin \theta; \quad B_\theta|_{\Gamma_2} = 0,01 \sin \theta.$$

Локальные и осредненные числа Нуссельта на поверхности внутренней и наружной сферы рассчитывались по формулам:

$$Nu_1 = - \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{\Gamma_1}, \quad Nu_2 = - r_2 \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \Big|_{\Gamma_2}.$$

$$\overline{Nu_1} = - \frac{1}{2} \int_0^\pi \left[\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right]_{\Gamma_1} \sin \theta d\theta, \quad \overline{Nu_2} = - \frac{r_2}{2} \int_0^\pi \left[\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right]_{\Gamma_2} \sin \theta d\theta.$$

Обозначения величин, используемых при записи системы уравнений (1)-(5), приведены в работах [6-11].

Численное решение задачи (1)-(5) осуществлялось методом конечных элементов. По времени применялась неявная разностная схема с шагом по времени $\Delta \tau = 0,01$. В начальный момент времени значения расчетных функций приняты равными нулю.

Результаты расчетов нестационарного теплообмена электропроводной жидкости в сферическом слое были получены для следующих безразмерных критериев подобия: $d/D = 1/1,5$; $Gr = 10^3$; $Re_m = 1; 10; 18; 10^2; 10^3; 10^4$; $Re = S = 1$; $Pe = 10$; $G = 1$; $Ho = 1$.

На рис. 1-6 приведены результаты расчетов поля температуры, функции тока, вихря, магнитной индукции и распределений чисел Нуссельта для различных значений магнитного числа Рейнольдса.

На рис. 1 приведены результаты расчетов для $Re_m = 1$ в моменты времени (здесь и далее): 1 - $\tau = 0,2$; 2 - $\tau = 0,5$; 3 - $\tau = 1$; 4 - $\tau = 2$; 5 - $\tau = 3$; 6 - $\tau = 4$; 7 - $\tau = 5$; 8 - $\tau = 7$.

Теплообмен в слое для $\tau = 0,2; 0,5; 1$ осуществляется теплопроводностью.

Рис. 1. Поля температуры (а), функции тока (б), вихря (в), радиальной (г) и меридиональной (д) составляющих магнитной индукции, распределение чисел Нуссельта (е)

Изотермы представляют собой концентрические окружности (на рис. 1а поле температуры не приводится). С течением времени ($\tau = 3$) в слое жидкости начинает развиваться конвективный механизм передачи тепла (рис. 1а, 5; рис. 1е, 5), интенсивность которого при $\tau = 4; 5; 6$ увеличивается, а поле температуры принимает вид, представленный на рис. 1а, 6, 7, 8. Максимальное значение

температуры жидкости в слое (здесь и далее) $\vartheta_{\max} = 1$. На рис. 1е приведены распределения чисел Нуссельта (на внутренней поверхности – красная линия, на внешней – зеленая). Распределения локальных чисел Нуссельта для $\tau = 4; 5; 6$ (рис. 1е, 6, 7, 8) на внутренней поверхности слоя имеют три максимума и два минимума, а на внешней – два максимума и три минимума. Локальные и осредненные числа Нуссельта принимают следующие значения:

- 1 – $Nu_1 = \overline{Nu}_1 = 5,016$; $Nu_2 = \overline{Nu}_2 = 0,362$.
 - 2 – $Nu_1 = \overline{Nu}_1 = 3,547$; $Nu_2 = \overline{Nu}_2 = 1,432$.
 - 3 – $Nu_1 = \overline{Nu}_1 = 3,056$; $Nu_2 = \overline{Nu}_2 = 1,926$.
 - 4 – $Nu_1 = \overline{Nu}_1 = 2,975$; $Nu_2 = \overline{Nu}_2 = 2,008$.
 - 5 – $\overline{Nu}_1 = 2,979$; $\overline{Nu}_2 = 2,021$; $2,252 \leq Nu_1 \leq 3,219$; $1,843 \leq Nu_2 \leq 2,681$.
 - 6 – $\overline{Nu}_1 = 4,242$; $\overline{Nu}_2 = 2,885$; $0,664 \leq Nu_1 \leq 7,466$; $0,544 \leq Nu_2 \leq 10,897$.
 - 7 – $\overline{Nu}_1 = 5,053$; $\overline{Nu}_2 = 3,444$; $0,723 \leq Nu_1 \leq 8,149$; $0,482 \leq Nu_2 \leq 10,936$.
 - 8 – $\overline{Nu}_1 = 5,350$; $\overline{Nu}_2 = 3,630$; $0,831 \leq Nu_1 \leq 8,191$; $0,524 \leq Nu_2 \leq 10,764$.
- ($\tau = 6,01$) – $\overline{Nu}_1 = 5,352$; $\overline{Nu}_2 = 3,631$;
 $0,832 \leq Nu_1 \leq 8,192$; $0,525 \leq Nu_2 \leq 10,761$.

Начиная с $\tau = 6,01$ (из сравнения значений чисел Нуссельта при $\tau = 6$ и $\tau = 6,01$) теплообмен в слое жидкости стабилизируется, достигая своего квазистационарного состояния (расчеты для $\tau = 5,01; 5,02; 6,01$ проводились с целью уточнить начало наступления квазистационарного состояния). В слое жидкости при $\tau = 0,2$ зарождаются две конвективные ячейки и два вихря (рис. 1б, в, 1). С течением времени с полем функции тока происходят изменения. При $\tau = 0,5$ в слое образуются две конвективные ячейки – с отрицательным значением функции тока в северном полушарии (синий цвет, жидкость движется по часовой стрелке) и с положительным значением (красный цвет, жидкость движется против часовой стрелки) в южном полушарии (рис. 1б, 2). При $\tau = 1$ в слое образуются четыре конвективные ячейки – две мелкомасштабные в области полюсов и две крупномасштабные в основной области; знаки величин функции тока от северного полюса к южному изменяются в следующей последовательности: “+”, “–”, “+”, “–” (рис. 1б, 3). При $\tau = 4-6$ (для $\tau = 2; 3$ поля функции тока и вихря еще не сформировались) в слое образуются шесть конвективных ячеек; знаки величин функции тока от северного полюса к южному изменяются в следующей последовательности: “+”, “–”, “+”, “–”, “+”, “–” (рис. 1б, 6-8). Эволюция поля вихря,

приведенная на рис. 1в, качественно аналогична эволюция поля функции тока. Максимальные значения функции тока и вихря принимают следующие значения: $|\Psi_{max}| = 1,15 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\Psi_{max}| = 3,54 \cdot 10^{-1}$ ($\tau = 4$); $|\Psi_{max}| = 4,17 \cdot 10^{-1}$ ($\tau = 5; 6; 6,01$); $|\omega_{max}| = 5,63 \cdot 10^{-3}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\omega_{max}| = 2,62 \cdot 10$ ($\tau = 4$); $|\omega_{max}| = 2,67 \cdot 10$ ($\tau = 5; 6; 6,01$). Поля радиальной и меридиональной составляющих магнитной индукции приведены на рис. 1г и 1д соответственно. Для $\tau = 0,2-3$ поле радиальной составляющей магнитной индукции качественно практически не изменяется (рис. 1г, 1-5). С течением времени ($\tau = 4-6$) в слое образуются двенадцать (по шесть у внешней и внутренней поверхности слоя) “магнитных ячеек” разного масштаба (рис. 1г, 6-8). Знаки величин “магнитных ячеек” радиальной составляющей магнитной индукции у внешней поверхности слоя от северного полушария к южному изменяются в следующей последовательности: “-”, “-”, “+”, “-”, “+”, “+”, а у внутренней поверхности – “+”, “+”, “-”, “+”, “-”, “-”. Максимальные значения радиальной составляющей магнитной индукции принимают следующие значения: $|B_{rmax}| = 1,49 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|B_{rmax}| = 2,39 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 2; 3; 4$); $|B_{rmax}| = 2,97 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 5; 6; 6,01$). На рис. 1д приведено поле меридиональной составляющей магнитной индукции, которое с течением времени, как качественно, так и количественно практически не изменяется. Значения меридиональной составляющей магнитной индукции положительные у внешней поверхности слоя и отрицательные у внутренней (рис. 1д). Максимальное значение меридиональной составляющей магнитной индукции для рассмотренных моментов времени принимает значение $|B_{\theta max}| = 10^{-2}$.

На рис. 2 приведены результаты расчетов для $Re_m = 10$.

Теплообмен в жидкости для $\tau = 0,2; 0,5; 1; 2; 3$ осуществляется теплопроводностью. Начиная с $\tau = 4$ (рис. 2а, е, 6-9) в слое жидкости устанавливается конвективный механизм теплообмена.

Рис. 2. Поля температуры (а), функции тока (б), вихря (в), радиальной (г) и меридиональной (д) составляющих магнитной индукции, распределение чисел Нуссельта (е)

Для $\tau = 5-7$ (рис. 2а, 7-9) в поле температуры образуются четыре тепловых плюма в областях, расположенных при значениях угла широты θ : 0° и 180° (полюсы), 45° и 135° . На рис. 2е приведены распределения чисел Нуссельта. Для $\tau = 4-7$ (рис. 2е, 6-9) распределения локальных чисел Нуссельта на внутренней поверхности слоя имеют три максимума и два минимума, а на внешней – два максимума и три минимума. Значения чисел Нуссельта для $\tau = 0,2; 0,5$;

1 такие же, как для режима при $Re_m = 1$. Для остальных моментов времени числа Нуссельта принимают следующие значения:

4 – $\overline{Nu}_1 = 2,974$; $\overline{Nu}_2 = 2,008$; $2,973 \leq Nu_1 \leq 2,975$; $2,008 \leq Nu_2 \leq 2,010$.

5 – $\overline{Nu}_1 = 2,970$; $\overline{Nu}_2 = 2,014$; $2,944 \leq Nu_1 \leq 2,978$; $2,008 \leq Nu_2 \leq 2,032$.

6 – $\overline{Nu}_1 = 3,007$; $\overline{Nu}_2 = 2,039$; $1,833 \leq Nu_1 \leq 3,516$; $1,674 \leq Nu_2 \leq 3,323$.

7 – $\overline{Nu}_1 = 5,432$; $\overline{Nu}_2 = 3,731$; $0,920 \leq Nu_1 \leq 8,232$; $0,554 \leq Nu_2 \leq 10,531$.

8 – $\overline{Nu}_1 = 5,460$; $\overline{Nu}_2 = 3,702$; $1,040 \leq Nu_1 \leq 8,319$; $0,583 \leq Nu_2 \leq 10,083$.

9 – $\overline{Nu}_1 = 5,465$; $\overline{Nu}_2 = 3,706$; $1,113 \leq Nu_1 \leq 8,349$; $0,554 \leq Nu_2 \leq 9,770$.

При $\tau = 7$ теплообмен в слое жидкости практически становится квазистационарным. Структура течения жидкости в слое (для $\tau = 2; 3$ поля функции тока и вихря еще не сформировались), представленная на рис. 2б, в, качественно практически аналогична результату, приведенному на рис. 1б, в. Максимальные значения функции тока и вихря: $|\Psi_{max}| = 1,22 \cdot 10^{-5}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\Psi_{max}| = 4,75 \cdot 10^{-2}$ ($\tau = 4$); $|\Psi_{max}| = 4,96 \cdot 10^{-1}$ ($\tau = 5; 6; 7$); $|\omega_{max}| = 1,68 \cdot 10^{-3}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\omega_{max}| = 6,98$ ($\tau = 4$); $|\omega_{max}| = 2,66 \cdot 10$ ($\tau = 5; 6; 7$). Поля радиальной и меридиональной составляющих магнитной индукции, приведенные на рис. 2г, д, в значительной степени отличаются от результатов, представленных на рис. 1г, д. В особенности для радиальной (рис. 2г, 7-9 и рис. 1г, 7, 8) и меридиональной составляющей магнитной индукции (рис. 2д, 7-9 и рис. 1д, 7, 8). Максимальные значения радиальной и меридиональной составляющих магнитной индукции: $|B_{rmax}| = 1,40 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|B_{rmax}| = 3,05 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 2; 3; 4$); $|B_{rmax}| = 2,45 \cdot 10^{-3}$ ($\tau = 5; 6; 7$); $|B_{\theta max}| = 10^{-2}$.

На рис. 3 приведены результаты расчетов для $Re_m = 18$.

Известно [3-5], что магнитное число Рейнольдса определяет порог самогенерации магнитного поля, например, динамо Пономаренко [4] имеет самый низкий (из известных) порог генерации $\approx 17,7$. Поэтому в работе был рассмотрен режим с $Re_m = 18$.

Теплообмен в жидкости для $\tau = 0,2; 0,5; 1; 2$ осуществляется теплопроводностью. Для $\tau = 5-7$ поле температуры и распределения чисел Нуссельта (рис. 3а, е, 7-9) аналогичны результату, приведенному на рис. 2а, е, 7-9.

Рис. 3. Поля температуры (а), функции тока (б), вихря (в), радиальной (г) и меридиональной (д) составляющих магнитной индукции, распределение чисел Нуссельта (е)

Числа Нуссельта для $\tau = 0,2; 0,5; 1; 2$ принимают такие же значения как для режима с $Re_m = 1$. Для остальных моментов времени числа Нуссельта принимают следующие значения:

5 – $\overline{Nu}_1 = 2,970$; $\overline{Nu}_2 = 2,014$; $2,954 \leq Nu_1 \leq 2,975$; $2,010 \leq Nu_2 \leq 2,025$.

6 – $\overline{Nu}_1 = 2,984$; $\overline{Nu}_2 = 2,023$; $2,211 \leq Nu_1 \leq 3,300$; $1,795 \leq Nu_2 \leq 2,746$.

7 – $\overline{Nu}_1 = 5,419$; $\overline{Nu}_2 = 3,748$; $0,911 \leq Nu_1 \leq 8,221$; $0,558 \leq Nu_2 \leq 10,573$.

8 – $\overline{Nu}_1 = 5,460$; $\overline{Nu}_2 = 3,703$; $1,040 \leq Nu_1 \leq 8,319$; $0,583 \leq Nu_2 \leq 10,083$.

9 – $\overline{Nu}_1 = 5,465$; $\overline{Nu}_2 = 3,706$; $1,113 \leq Nu_1 \leq 8,349$; $0,554 \leq Nu_2 \leq 9,769$.

Структура течения жидкости в слое (для $\tau = 2$; 3 поля функции тока и вихря еще не сформировались), представленная на рис. 3б, в, качественно практически аналогична результату, приведенному на рис. 2б, в. Максимальные значения функции тока и вихря: $|\Psi_{max}| = 8,07 \cdot 10^{-6}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\Psi_{max}| = 2,97 \cdot 10^{-2}$ ($\tau = 4$); $|\Psi_{max}| = 4,96 \cdot 10^{-1}$ ($\tau = 5; 6; 7$); $|\omega_{max}| = 1,57 \cdot 10^{-3}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\omega_{max}| = 4,31$ ($\tau = 4$); $|\omega_{max}| = 2,66 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 5; 6; 7$). Поле радиальной составляющей магнитной индукции (рис. 3г, 1-6) аналогично результату, приведенному на рис. 2г, 1-6. С течением времени с радиальной составляющей (рис. 3г, 7-9) происходят значительные изменения по сравнению с результатом, приведенным на рис. 2г, 7-9. Максимальные значения радиальной составляющей магнитной индукции: $|B_{rmax}| = 1,18 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|B_{rmax}| = 2,89 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 2; 3; 4$); $|B_{rmax}| = 3,31 \cdot 10^{-2}$ ($\tau = 5; 6; 7$). Поле меридиональной составляющей магнитной индукции (рис. 3д, 1-6) аналогично результату, приведенному на рис. 2д, 1-6. С течением времени с полем меридиональной составляющей (рис. 3д, 7-9) происходят значительные качественные и количественные изменения по сравнению с результатом, приведенным на рис. 2д, 7-9.

Максимальное значение меридиональной составляющей магнитной индукции $|B_{\theta max}| = 10^{-2}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1; 2; 3; 4$). Для $\tau = 5; 6; 7$ значения B_{θ} находятся в интервале $B_{\theta} \in [-2,80 \cdot 10^{-2}; 10^{-2}]$.

На рис. 4 приведены результаты расчетов для $Re_m = 10^2$.

Рис. 4. Поля температуры (а), функции тока (б), вихря (в), радиальной (г) и меридиональной (д) составляющих магнитной индукции, распределение чисел Нуссельта (е)

Поле температуры и распределения чисел Нуссельта (рис. 4а, е) аналогичны результатам, приведенным на рис. 3а, е. Числа Нуссельта для $\tau = 0,2; 0,5; 1$ принимают такие же значения как для режима с $Re_m = 1$. Для остальных моментов времени числа Нуссельта принимают следующие значения:

4 – $Nu_1 = \overline{Nu}_1 = 2,978$; $Nu_2 = \overline{Nu}_2 = 2,008$.

5 – $\overline{Nu}_1 = 2,970$; $\overline{Nu}_2 = 2,013$; $2,960 \leq Nu_1 \leq 2,973$; $2,011 \leq Nu_2 \leq 2,021$.

6 – $\overline{Nu}_1 = 2,975$; $\overline{Nu}_2 = 2,017$; $2,489 \leq Nu_1 \leq 3,170$; $1,876 \leq Nu_2 \leq 2,429$.

7 – $\overline{Nu}_1 = 5,336$; $\overline{Nu}_2 = 3,716$; $0,892 \leq Nu_1 \leq 8,132$; $0,566 \leq Nu_2 \leq 10,626$.

($\tau = 5,01$) – $\overline{Nu}_1 = 5,350$; $\overline{Nu}_2 = 3,724$; $0,895 \leq Nu_1 \leq 8,143$; $0,565 \leq Nu_2 \leq 10,619$.

($\tau = 5,02$) – $\overline{Nu}_1 = 5,362$; $\overline{Nu}_2 = 3,731$; $0,898 \leq Nu_1 \leq 8,153$; $0,564 \leq Nu_2 \leq 10,611$.

Структура течения жидкости (для $\tau = 2$; 3 поля функции тока и вихря еще не сформировались), представленная на рис. 4б, в, качественно практически аналогична результату, приведенному на рис. 3б, в. Максимальные значения функции тока и вихря: $|\Psi_{max}| = 7,52 \cdot 10^{-6}$ ($\tau = 0,2$; 0,5; 1); $|\Psi_{max}| = 1,84 \cdot 10^{-2}$ ($\tau = 4$); $|\omega_{max}| = 4,67 \cdot 10^{-1}$ ($\tau = 5$; 6; 7); $|\omega_{max}| = 1,57 \cdot 10^{-3}$ ($\tau = 0,2$; 0,5; 1); $|\omega_{max}| = 4,31$ ($\tau = 4$); $|\omega_{max}| = 2,66 \cdot 10^{-2}$ ($\tau = 5$; 5,01; 5,02). Поля радиальной и меридиональной составляющих магнитной индукции, представленные на рис. 4г, 1-6 и рис. 4д качественно аналогичны соответствующим результатам, приведенным на рис. 3г, 1-6 и рис. 3д. Отличия имеют место для радиальной составляющей магнитной индукции (рис. 4г, 7 и рис. 3г, 7-9). Максимальные значения радиальной и меридиональной составляющих магнитной индукции: $|B_{rmax}| = 6,26 \cdot 10^{-5}$ ($\tau = 0,2$; 0,5; 1); $|B_{rmax}| = 2,92 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 2$; 3; 4); $|B_{rmax}| = 1,23 \cdot 10^{-2}$ ($\tau = 5$; 5,01; 5,02); $|B_{\theta max}| = 10^{-2}$.

На рис. 5 приведены результаты расчетов для $Re_m = 10^3$.

Рис. 5. Поля температуры (а), функции тока (б), вихря (в), радиальной (г) и меридиональной (д) составляющих магнитной индукции, распределение чисел Нуссельта (е)

Поле температуры и распределения чисел Нуссельта (рис. 5а, е) аналогичны результатам, приведенным на рис. 4а, е. Числа Нуссельта для $\tau = 0,2$; 0,5; 1 принимают такие же значения как для режима с $Re_m = 1$. Для остальных моментов времени числа Нуссельта принимают следующие значения:

4 – $Nu_1 = \overline{Nu}_1 = 2,976$; $Nu_2 = \overline{Nu}_2 = 2,008$.

5 – $\overline{Nu}_1 = 2,970$; $\overline{Nu}_2 = 2,013$; $2,961 \leq Nu_1 \leq 2,973$; $2,011 \leq Nu_2 \leq 2,020$.

6 – $\overline{Nu}_1 = 2,974$; $\overline{Nu}_2 = 2,017$; $2,525 \leq Nu_1 \leq 3,154$; $1,887 \leq Nu_2 \leq 2,392$.

7 – $\overline{Nu}_1 = 5,299$; $\overline{Nu}_2 = 3,694$; $0,886 \leq Nu_1 \leq 8,098$; $0,569 \leq Nu_2 \leq 10,635$.

$$(\tau = 5,01) - \overline{Nu}_1 = 5,317; \overline{Nu}_2 = 3,705;$$

$$0,889 \leq Nu_1 \leq 8,113; 0,568 \leq Nu_2 \leq 10,629.$$

$$(\tau = 5,02) - \overline{Nu}_1 = 5,333; \overline{Nu}_2 = 3,715;$$

$$0,893 \leq Nu_1 \leq 8,127; 0,566 \leq Nu_2 \leq 10,623.$$

Поля функции тока и вихря (для $\tau = 2; 3$ поля функции тока и вихря еще не сформировались), представленные на рис. 5б, в, качественно аналогичны результатам, приведенным на рис. 4б, в. Максимальные значения функции тока и вихря: $|\Psi_{max}| = 7,39 \cdot 10^{-6}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\Psi_{max}| = 1,70 \cdot 10^{-2}$ ($\tau = 4$); $|\Psi_{max}| = 4,66 \cdot 10^{-1}$ ($\tau = 5; 5,01; 5,02$); $|\omega_{max}| = 1,45 \cdot 10^{-3}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\omega_{max}| = 2,40$ ($\tau = 4$); $|\omega_{max}| = 2,64 \cdot 10$ ($\tau = 5; 5,01; 5,02$). Поле радиальной составляющей магнитной индукции (для $\tau = 2; 3$ еще не сформировалось), представленное на рис. 5г, значительно отличается от результата, приведенного на рис. 4г. Значения радиальной составляющей магнитной индукции в северном полушарии положительные вблизи внутренней поверхности и отрицательные вблизи внешней; в южном полушарии тенденция противоположная (рис. 5г, 2, 3). Для $\tau = 4$ (рис. 5г, 6) образуются двенадцать (по шесть у внешней и внутренней поверхности слоя) “магнитных ячеек”. Знаки величин “магнитных ячеек” у внешней поверхности слоя от северного полушария к южному изменяются в последовательности: “+”, “-”, “+”, “-”, “+”, “-”, а у внутренней поверхности: “-”, “+”, “-”, “+”, “-”, “+”. С течением времени с полем радиальной составляющей происходят дальнейшие изменения (рис. 5г, 7). Максимальные значения радиальной составляющей магнитной индукции: $|B_{rmax}| = 7,42 \cdot 10^{-6}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|B_{rmax}| = 2,03 \cdot 10^{-4}$ ($\tau = 4$); $|B_{rmax}| = 3,48 \cdot 10^{-1}$ ($\tau = 5; 5,01; 5,02$). Значения меридиональной составляющей магнитной индукции (рис. 5д, 1-6) положительные у внешней поверхности слоя и отрицательные у внутренней. С течением времени с полем меридиональной составляющей происходят дальнейшие изменения (рис. 5д, 7). Максимальное значение меридиональной составляющей магнитной индукции $|B_{\theta max}| = 10^{-2}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1; 2; 3; 4$); значения B_{θ} находятся в интервале $B_{\theta} \in [-3,67 \cdot 10^{-1}; 6,33 \cdot 10^{-2}]$ ($\tau = 5; 5,01; 5,02$).

На рис. 6 приведены результаты расчетов для $Re_m = 10^4$. Поле температуры и распределения чисел Нуссельта (рис. 6а, е) аналогичны результатам, приведенным на рис. 5а, е.

Рис. 6. Поля температуры (а), функции тока (б), вихря (в), радиальной (г) и меридиональной (д) составляющих магнитной индукции, распределение чисел Нуссельта (е)

Числа Нуссельта для $\tau = 0,2; 0,5; 1; 4; 5$ принимают такие же значения как для режима с $Re_m = 10^3$. Для остальных моментов времени числа Нуссельта принимают следующие значения:

$6 - \overline{Nu}_1 = 2,974; \overline{Nu}_2 = 2,016; 2,544 \leq Nu_1 \leq 3,145;$
 $1,892 \leq Nu_2 \leq 2,374.$

$7 - \overline{Nu}_1 = 5,281; \overline{Nu}_2 = 3,682; 0,883 \leq Nu_1 \leq 8,082;$
 $0,570 \leq Nu_2 \leq 10,640.$

$(\tau = 5,01) - \overline{Nu}_1 = 5,301; \overline{Nu}_2 = 3,695;$

$0,886 \leq Nu_1 \leq 8,099; 0,569 \leq Nu_2 \leq 10,634.$

$(\tau = 5,02) - \overline{Nu}_1 = 5,318; \overline{Nu}_2 = 3,706;$

$0,890 \leq Nu_1 \leq 8,114; 0,567 \leq Nu_2 \leq 10,628.$

Поля функции тока и вихря (для $\tau = 2; 3$ поле функции тока и вихря еще не сформировалось), представленные на рис. 6б, в, качественно аналогичны результатам, приведенным на рис. 5б, в. Максимальные значения функции тока и вихря: $|\Psi_{max}| = 7,42 \cdot 10^{-6}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\Psi_{max}| = 1,63 \cdot 10^{-2}$ ($\tau = 4$); $|\Psi_{max}| = 4,65 \cdot 10^{-1}$ ($\tau = 5; 5,01; 5,02$); $|\omega_{max}| = 1,45 \cdot 10^{-3}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|\omega_{max}| = 2,29$ ($\tau = 4$); $|\omega_{max}| = 2,64 \cdot 10$ ($\tau = 5; 5,01; 5,02$). Поля радиальной (для $\tau = 2; 3$ еще не сформировалось), и меридиональной составляющих магнитной индукции (рис. 6г, д) аналогичны результатам, приведенным на рис. 5г, д. Небольшие различия в масштабе “магнитных ячеек” радиальной составляющей магнитной индукции имеют место для $\tau = 4$ (рис. 6г, 6 и рис. 5г, 6). $|B_{rmax}| = 8,32 \cdot 10^{-7}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1$); $|B_{rmax}| = 4,80 \cdot 10^{-5}$ ($\tau = 4$); $|B_{rmax}| = 6,68 \cdot 10^{-2}$ ($\tau = 5; 5,01; 5,02$). $|B_{\theta max}| = 10^{-2}$ ($\tau = 0,2; 0,5; 1; 2; 3; 4$). Значения B_{θ} ($\tau = 5; 5,01; 5,02$) находятся в интервале $B_{\theta} \in [-9,55 \cdot 10^{-2}; 1,77 \cdot 10^{-2}]$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. На начальной стадии ($\tau = 0,2; 0,5; 1$) теплообмен в сферическом слое жидкости для всех рассмотренных значений магнитного числа Рейнольдса Re_m осуществляется теплопроводностью;
2. Для значения магнитного числа Рейнольдса $Re_m = 1$ теплообмен в слое жидкости осуществляется конвекцией при $\tau \geq 5$; Для значений магнитного числа Рейнольдса $Re_m = 1; 10; 18; 10^2; 10^3; 10^4$ теплообмен в слое жидкости осуществляется конвекцией при $\tau \geq 6$;
3. Оказалось, что для всех рассмотренных моментов времени и значений магнитного числа Рейнольдса интенсивность теплообмена на внутренней поверхности сферического слоя жидкости значительно больше, чем на внешней поверхности;

4. Распределения локальных чисел Нуссельта на внутренней и внешней поверхности сферического слоя имеют:

– $Re_m = 1$: две точки пересечения ($\tau = 3$); шесть точек ($\tau = 4; 5; 6$);

– $Re_m = 10; 18$: две точки пересечения ($\tau = 4$); шесть точек ($\tau = 5; 6; 7$);

– $Re_m = 10^2; 10^3; 10^4$: шесть точек пересечения ($\tau = 4; 5$).

Эти точки пересечения характеризуется равенством локальных чисел Нуссельта на внутренней и внешней поверхностях сферического слоя;

5. Структура течения жидкости в сферическом слое является зеркально-асимметричной. Для всех значений Re_m в северном полушарии вихрей с положительными значениями больше, чем с отрицательными, а в южном полушарии – обратная ситуация. Полученный результат согласуется с предположением Паркера [3], в котором он считал, что в северном полушарии течения должны содержать больше вихрей, вращающихся в правую сторону, а в южном полушарии – в левую. Позднее предположением Паркера было обосновано в работе [5];

6. Для всех рассмотренных моментов времени и значений магнитного числа Рейнольдса в слое жидкости имела место генерация радиальной составляющей магнитной индукции;

7. Генерация меридиональной составляющей магнитной индукции имела место:

– $Re_m = 18$ при $\tau = 5; 6; 7$;

– $Re_m = 10^3; 10^4$ при $\tau = 5; 5,01; 5,02$.

8. Полученные нестационарные результаты позволяют оценить влияние магнитного числа Рейнольдса на теплообмен и магнитную гидродинамику электропроводной жидкости в сферическом концентрическом слое.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Соколов, Д.Д. Динамо: на пути от астрофизических моделей к лабораторному эксперименту / Д.Д. Соколов, Р.А. Степанов, П.Г. Фрик П.Г. // Успехи физических наук. –2014. – Т.184. – № 3. – С.313-335.
2. Соколов, Д.Д. Современное состояние и перспективы лабораторного динамо-эксперимента / Д.Д. Соколов // МГУ. Соросовский образовательный журнал. –2001. Т.7. – №4. – С. 111-115.
3. Соколов, Д.Д. Космический магнетизм приходит в лабораторию / Д.Д. Соколов, Р.А. Степанов, П.Г. Фрик П.Г. // Екатеринбург: РИО УрО РАН, ЭТЮДЫ О МЕХАНИКЕ. –2017. – С. 7-16.
4. Пономаренко, Ю.Б. К теории гидродинамического динамо / Ю.Б. Пономаренко // ПМТФ. – 1973. – № 6. – С. 47-51.
5. Steenbeck M, Krause F, Rädler K-H Z. Naturforsch. – 1966. – A 21 369.
6. Соловьев, С.В. Моделирование нестационарного теплообмена электропроводной жидкости в сферическом слое. Часть I / С.В. Соловьев // Южно-Сибирский научный вестник. – 2018. – № 3(23). – С. 54-59.

7. Соловьев, С.В. Моделирование нестационарного теплообмена электропроводной жидкости в сферическом слое. Часть II / С.В. Соловьев, Е.А. Глазкова // Южно-Сибирский научный вестник. – 2018. – № 4. – С. 73-78.

8. Соловьев, С.В. Моделирование теплообмена жидкости в сферическом слое / С.В. Соловьев, А.В. Чернышев // Южно-Сибирский научный вестник. – 2019. – № 1. – С. 114-122.

9. Соловьев, С.В. Моделирование теплообмена жидкости в сферической прослойке / С.В. Соловьев // Южно-Сибирский научный вестник. – 2019. – № 4. – С. 3-9.

10. Соловьев, С.В. Моделирование теплообмена и магнитной гидродинамики жидкости в замкнутом объеме / С. В. Соловьев, Е.Н. Ломакина // Вестник Тихоокеанского государственного университета. – 2017. – № 3(46). – С. 41-50.

11. Соловьев, С. В. Влияние внутренних источников и стоков тепла на теплообмен электропроводной жидкости в сферическом слое / С.В. Соловьев, Т.С. Соловьева // Южно-Сибирский научный вестник. – 2020. – № 1(29). – С. 15-23.

Соловьев Сергей Викторович – д.ф.-м.н., профессор кафедры прикладной математики Тихоокеанского государственного университета ФГБОУ ВПО ТОГУ, г. Хабаровск, тел. (4212)375188, e-mail: solovjovsv@rambler.ru.

Соловьева Татьяна Сергеевна – ст. преподаватель кафедры лингвистической подготовки института атомной энергетики НИЯУ МИФИ, г. Обнинск, e-mail: tatjanasolovjova@rambler.ru.

HEAT EXCHANGE OF ELECTRIC CONDUCTIVE LIQUID AT LARGE VALUES OF THE REYNOLD'S MAGNETIC NUMBER

S.V. Solovjov¹, T.S. Solovjova²

¹*Pacific national university, Khabarovsk*

²*Institute for nuclear power engineering, Obninsk*

Abstract – The results of numerical simulation of unsteady convective heat transfer and magneto hydrodynamics of an electrically conductive fluid in a spherical layer under boundary conditions for a temperature of the first kind are presented. The influence of the value of the magnetic Reynolds number on the evolution of the structure of the fluid flow, the field of temperature, magnetic induction and the distribution of Nusselt numbers is investigated.

Index terms: mathematical modeling, non-stationary heat transfer, magnetic hydrodynamics, magnetic Reynolds number, spherical layer.

REFERENCES

1. Sokolov D.D., Stepanov R.A., Frik P.G. "Dinamo: ot astrofizicheskix modelej k laboratornomu e'ksperimentu," *uspexi fizicheskix nauk*, vol. 184, no. 3, pp. 313-335, 2014.
2. Sokolov D.D. "Sovremennoe sostoyanie i perspektivy laboratornogo dynamo-e'ksperimenta," *MGU. Sorovskij obrazovatel'nyj zhurnal*, vol. 7, no. 4, pp. 111-115, 2014.
3. Sokolov D.D., Stepanov R.A., Frik P.G. "Koamicheskij magnetizm prixodit v laboratoriyu," *Ekaterinburg: RIO UrO RAN, E'TYUDY' O MEXANIKE*, pp. 7-16, 2017.
4. Ponomarenko Yu.B. "K teorii gidrodinamicheskogo dynamo," *PMTF*, no. 6, pp.47-51, 1973.
5. Steenbeck M, Krause F, Rädler K-H Z. *Naturforsch, A* **21** 369, 1966.
6. Solov'yov S.V. "Simulation of non-stationary heat exchange of electrically conductive fluid in a spherical layer. Part I," *yuzhno-sibirskij nauchnyj vestnik*, no. 3(23), pp. 54-59, 2018.
7. Solov'yov S.V., Glazkova E.A "Simulation of non-stationary heat exchange of electrically conductive fluid in a spherical layer. Part II," *yuzhno-sibirskij nauchnyj vestnik*, no. 4(24), pp. 73-78, 2018.
8. Solovjov S. V., Chernyshev A.V. "Simulation of heat transfer in a spherical layer," *Yuzhno-sibirskij nauchnyj vestnik*, no.1, pp.114-122, 2019.
9. Solov'yov S.V., kuchma A.V. "Simulation heat exchange of liquid in the spherical interlay", *yuzhno-sibirskij nauchnyj vestnik*, no. 3, pp. 3-9, 2019.
10. Solov'yov S.V., Lomakina E.N. "Modelirovanie teploobmena i magnitnoj gidrodinamiki zhidkosti v zamknutom ob'eme" / S.V. Solovjov, E.N. Lomakina // *Vestnik Tixookeanskogo gosudarstvennogo universiteta*. – 2017. – № 3(46). – С. 41-50.
11. Solov'ev S.V., Solov'eva T. S. "Influence of internal sources and sinks of heat on heat exchange of electrically conductive liquid in the spherical layer," *Yuzhno-sibirskij nauchnyj vestnik*, no.1(29), pp. 15-23, 2020.

Solovyov Sergey Viktorovich – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Applied Mathematics of the Pacific State University, Khabarovsk, tel. (4212) 375188, e-mail: solovjovsv@rambler.ru.

Solovyova Tat'yana Sergeevna – Senior Lecturer of the Department of Linguistic Training of the Institute for nuclear power engineering, Obninsk, e-mail: tatjanasolovjova@rambler.ru.