УДК 330.45, 519.71, 517.97.5, 519.85
 JEL C61, C72
 DOI 10.25205/2542-0429-2019-19-2-5-18

Модели координации решений в иерархических системах

И. Н. Дубина^{1,2}, Н. М. Оскорбин¹, Д. С. Хвалынский¹

¹ Алтайский государственный университет
 Барнаул, Россия

² Новосибирский государственный университет
 Новосибирск, Россия

Аннотация

Представлен анализ механизмов координации корпоративных решений и проведено исследование ряда механизмов принятия решений и информационных связей с помощью иерархических алгоритмов блочного программирования. Предложена адекватная для проектирования иерархических систем производственных фирм и корпораций типовая задача оптимизации большой размерности, целевая функция и система ограничений, имеющая композиционно-блочную структуру. Для данного класса задач оптимизации разработаны специальные методы блочного программирования, взаимодействие центра и исполнителей в которых соответствует централизованным и децентрализованным механизмам координации решений в экономических системах. Для исследования проблем координации решений в больших системах используется авторская классификация механизмов координации решений в иерархических системах, основой которой выступают уровень информированности центра и способы повышения этого уровня. В системах первого типа центр полностью информирован о параметрах целевой функции элементов системы (подсистем) и множестве допустимых значений координирующих решений либо стремится к такому уровню информированности. В этом случае процесс принятия решений осуществляется в 2 этапа. На первом центр находит оптимальные координирующие переменные, на втором элементы нижнего уровня (блоки) выбирают «технологические» переменные, реализация которых обеспечивает оптимум цели центра. Для высокой исполнимости решений в этих системах центр может использовать такие механизмы контроля, как сильные штрафы. В системах другого типа центр реализует принципы институционального и индикативного управления, т. е. создает институциональную среду (структуры, связи, ограничения и т. д.) для эффективного функционирования элементов (исполнителей) и делегирует им полномочия по принятию решений для достижения целевых параметров (индикаторов), оптимальных с точки зрения центра. Показано, что необходимым условием институциональных методов координации является сходимость последовательностей уточняющих решений исполнителей к оптимальному решению для системы в целом.

Ключевые слова

декомпозиция оптимизационных задач, модели иерархических систем, механизмы координации корпоративных решений

Для цитирования

Дубина И. Н., Оскорбин Н. М., Хвалынский Д. С. Модели координации решений в иерархических системах // Мир экономики и управления. 2019. Т. 19, № 2. С. 5–18. DOI 10.25205/2542-0429-2019-19-2-5-18

Decision-Making Coordination in Hierarchical Systems

I. N. Dubina^{1,2}, N. M. Oskorbin¹, D. S. Khvalynskiy¹

¹ Altai State University
 Barnaul, Russian Federation

² Novosibirsk State University
 Novosibirsk, Russian Federation

Abstract

The work is aimed at analyzing coordination mechanisms of corporate solutions and at studying a number of mechanisms, decision-making processes and information links with the use of hierarchical algorithms of block program-

ming. The work presents a routine task for high dimensional optimization adequate for the design of hierarchical systems of production companies and corporations, an objective function and a restriction system with composition-block structure. The special methods of block programming, where interaction between the center and the performers corresponds to the centralized and decentralized mechanisms of decision-making coordination in economic systems have been developed for this type of optimization problems. For the analysis of decision-making coordination in big systems, the unique classification of the mechanisms of decision-making coordination in hierarchical systems based on the level of information awareness of the center and the ways to increase this level has been applied. In the systems of the first type, the center is fully informed on the parameters of the objective function of the elements of the system (subsystems) and the set of admissible values of decision-making coordination or seeks to achieve such level of awareness. In this case the decision-making process is carried out in 2 stages. On the first stage, the center finds the optimum coordinating variables; on the second stage, the elements of the bottom level (blocks) select 'technological' variables which implementation provides an optimal goal for the center. To achieve greater effectiveness and strict follow-up of the decisions made, the center can use such mechanisms of control as strong penalties. In the systems of another type, the center implements the principles of institutional and indicative management, i.e. it creates an institutional environment (structures, links, restrictions, etc.) for effective functioning of the elements (performers) and delegates it powers on decision-making to achieve the target parameters (indicators) optimal from the point of view of the center. It is shown that the convergence of the sequences of the specifying solutions of performers to an optimal decision-making for a system in general seems to be a necessary condition of institutional coordination methods.

Keywords

decomposition of optimization problems, hierarchical systems, coordination models for decision-making

For citation

Dubina I. N., Oskorbin N. M., Khvalynskiy D. S. Decision-Making Coordination in Hierarchical Systems. *World of Economics and Management*, 2019, vol. 19, no. 2, p. 5–18. (in Russ.) DOI 10.25205/2542-0429-2019-19-2-5-18

Введение

Общая задача координации решений в иерархической системе «центр – исполнители» заключается в нахождении центром условий, при которых решения локальных элементов системы (исполнителей) оптимальны с точки зрения глобальной цели, т. е. в соответствии с критериями оптимальности центра.

Проблемы координации решений в иерархических системах впервые рассмотрены в работе [1]. Фундаментальные подходы к решению этой проблемы для иерархических активных систем представлены в работах [2; 3]. Актуальность и научная значимость создания эффективных механизмов корпоративного управления отмечается многими авторами, в том числе авторами работ [4–6]. В последние годы при организации управления социальными системами приоритетными считаются децентрализованные механизмы управления, однако в крупных корпорациях роль централизованного управления только возрастает.

В данной работе проводится анализ механизмов координации корпоративных решений и исследуется ряд механизмов, процессы принятия решений и информационные связи в которых аналогичны иерархическим алгоритмам блочного программирования.

Подходы к изучению принципов координации корпоративных решений в больших системах на примерах организации вычислительных процессов при решении задач оптимизации большой размерности являются традиционными, начиная с публикации метода разложения Данцига – Вульфа в блочном линейном программировании [7]. Современные приложения и модификации этих подходов довольно широко представлены в современной зарубежной [8–13] и российской [14; 15] литературе.

Процесс координации решений в методе Данцига – Вульфа следует его определению в работе [1], однако оставалось неясным, какой метод (цен или заданий) использует центр при согласовании решений. Кроме того, центр для поиска решения исходной задачи на заключительном этапе пользуется информацией нижнего уровня, нарушая принцип полной стратификации двухуровневого описания объекта управления. Эти противоречия разрешаются путем модельных исследований механизмов корпоративного управления, модификации алгоритма Данцига – Вульфа и описаны в работе [16]. Такой методический подход к исследованию проблем координации решений в больших системах используется и в данной рабо-

те, где применяется авторская классификация механизмов координации решений в иерархических системах, основой которой выступают уровень информированности центра и способы повышения этого уровня [6; 17]. В системах первого типа (тип А) центр полностью информирован о параметрах целевой функции элементов системы (подсистем) и множестве допустимых значений координирующих решений либо стремится к такому уровню информированности. Тогда процесс принятия решений осуществляется в 2 этапа. На первом центр находит оптимальные координирующие переменные, на втором элементы нижнего уровня (блоки) выбирают «технологические» переменные, реализация которых обеспечивает оптимум цели центра. Для высокой исполнительности решений в этих системах центр может использовать эффективные механизмы контроля [17], включая сильные штрафы. Варианты систем типа А связаны с неполной информированностью центра, в том числе с нулевой информированностью, как в блочном программировании [16]. Специальные механизмы информационного взаимодействия центра и блоков в условиях доброжелательности элементов к целям центра разработаны в блочном программировании [16], а в условиях несовпадения интересов и противодействия – в рамках теории активных систем [2; 5]. В этих случаях система сохраняет свой тип, и роль блоков на заключительном этапе состоит в точном исполнении заданий центра.

В системах другого типа (тип Б) центр реализует принципы институционального и индикативного управления, т. е. создает институциональную среду (структуры, связи, ограничения и т. д.) для эффективного функционирования элементов (исполнителей) и делегирует им полномочия по принятию решений для достижения целевых параметров (индикаторов), оптимальных с точки зрения центра, т. е. для системы в целом. В отличие от директивного планирования и управления, индикативное планирование осуществляет информационно-координирующую, информационно-ориентирующую, мотивационную, целеопределяющую и направляющую функции [18]. Мы рассмотрим эти способы координации решений на примере алгоритмов локализации в блочном программировании [16]. Примером систем типа Б является рыночная экономика, функционирующая на основе рыночных механизмов с элементами государственного управления. В данном случае системы типа А возникают, когда правительство переходит на режим «ручного» управления отдельными экономическими процессами.

Выделим еще один класс систем, который исследован в работе [6] и назван в ней «системы с устраняемой неопределенностью», как некий «промежуточный» класс между системами типа А и Б. Система принятия решений в условиях неполной информированности центра функционирует по типу А, но полной информацией обладают или будут обладать при реализации решений только элементы нижних уровней. В этих системах центр делегирует блокам право коррекции координирующих решений и использует их стимулирование по конечным результатам, которые он оценивает самостоятельно.

Таким образом, основной задачей статьи является исследование двух механизмов координации решений в больших системах: первого, основанного на приоритете центра, который сводит роль нижнего уровня к чисто исполнительской, и второго, при котором центр создает институциональные условия выбора элементами нижнего уровня оптимальных решений для системы в целом.

В данной статье исследование механизмов координации решений в системах типа А и Б с привлечением методов блочного программирования проводится в следующем порядке:

- 1) рассматривается глобальная нелинейная задача оптимизации как модель принятия решений в большой системе; для такой задачи предлагаются ее декомпозиция и ряд иерархических алгоритмов поиска оптимальных решений;
- 2) рассматриваются варианты иерархических алгоритмов, аналогичные по процессам системам типа А (отдельные алгоритмы являются новыми);
- 3) предлагается новый иерархический алгоритм, который конструктивно аналогичен процессам в системах типа Б;

4) на примерах иерархических алгоритмов блочного программирования проводится сравнительный анализ моделей координации решений в больших системах.

Отдельные результаты исследований получены с использованием имитационного моделирования задач координации решений в среде MS Excel.

Композиционно-блочные задачи оптимизации большой размерности и их декомпозиция

В этом разделе рассматриваются двухуровневые иерархические системы, в которых формальная совокупность задач принятия решений для всех элементов получается декомпозицией глобальной задачи оптимизации. Декомпозиционный подход к проектированию иерархических систем предложен в работе [1], а некоторые аспекты его использования на практике обоснованы, например, в работах [8–16].

Схема декомпозиционного подхода проектирования иерархических систем состоит в следующем. Проводится обоснование глобальной задачи оптимизации как модели принятия решений в большой системе. Предполагается, что носителем глобальной цели является центр, который выбирает механизм принятия решений в системе и определяет роли элементов нижних уровней (блоков). Эта особая функция центра названа в [1] «координация в большом».

Приоритет центра в данном подходе проявляется и в том, что он выбирает значения координирующих переменных, сводя роль блоков к исполнению этого решения. Указанный способ решения задач большой размерности реализован в известных методах декомпозиции: Данцига – Вульфа, Корнаи – Липтака и др.

В работе [16] предложена адекватная для проектирования иерархических систем производственных фирм и корпораций типовая задача оптимизации большой размерности, целевая функция и система ограничений которой имеет композиционно-блочную структуру. Запишем эту T -блочную задачу оптимизации в следующем виде:

$$\max_{\substack{x_t \in X_t \\ t=1, \dots, T}} f(\tilde{z}_1(x_1), \dots, \tilde{z}_T(x_T)); \quad (1)$$

$$g(\tilde{z}_1(x_1), \dots, \tilde{z}_T(x_T)) \leq B, \quad (2)$$

где X_t – множество допустимых планов блока t , которое можно задать так: $X_t = \{x_t \in R^{n_t} \mid g_t(x_t) \leq B_t; x_t \geq 0\}$; $z_t = \tilde{z}_t(x_t)$ – m_t -мерная функция, определенная на множестве X_t со значениями на множестве $Z_t \subset R^{m_t}$, которая устанавливает зависимость координирующих переменных центра от технологических переменных блока t , $t=1, \dots, T$. Примером координирующих переменных центра может быть совокупность экономических параметров (номенклатура и объемы производства изделий, ценовая политика, уровни запасов и др.) в производственной системе, а выбор технологий, оперативных планов и др. осуществляют технологи и менеджеры низовых уровней управления.

Приведем две задачи блочного программирования, которые можно преобразовать к виду задачи оптимизации (1)–(2). Первая – это классическая задача блочного линейного программирования, рассмотренная в [7]:

$$\max_{\substack{x_t \in X_t \\ t=1, \dots, T}} \sum_{t=1}^T p_t x_t; \sum_{t=1}^T \bar{A}_t x_t \leq B, \quad X_t = \{x_t \in R^{n_t} \mid A_t x_t \leq B_t; x_t \geq 0\}, \quad t=1, \dots, T \quad (3)$$

Вторая – нелинейная задача блочного программирования, близкая к (3), предлагается нами для исследования в данной работе:

$$\max_{\substack{x_t \in X_t \\ t=1, \dots, T}} \sum_{t=1}^T -(P_t^H - p_t x_t)^2; \sum_{t=1}^T \bar{A}_t x_t \leq B, \quad X_t = \{x_t \in R^{n_t} \mid A_t x_t \leq B_t; x_t \geq 0\}, \quad t=1, \dots, T \quad (4)$$

где P_t^H – индикаторное значение прибыли, установленное в системе для блока t , $t = 1, \dots, T$. Целевая функция в этой задаче предполагает минимизацию отклонений прибыли блока t от соответствующего индикаторного значения, в том числе в большую сторону. Эта функция используется в качестве примера для иллюстрации нашего подхода и не обязательно отражает реальную практику индикативного управления.

Определим для задач (3) и (4) следующие агрегаты для блока t (P_t, S_t) и их математические выражения (функции типа $z_t = \tilde{z}_t(x_t)$): $P_t = p_t x_t$; $S_t = \bar{A}_t x_t$. Здесь $S_t = \bar{A}_t x_t$ используется при задании ресурсных ограничений. Тогда эти задачи имеют композиционно-блочную структуру задач (1)–(2).

На практике задачи (1)–(2), (3), (4) можно рассматривать как модели производственного планирования объединения T производственных систем. Критерием оптимизации в задаче (3) выступает прибыль объединения, а в нелинейной задаче (4) – минимальное в сумме отклонение прибыли исполнителей от заданных индикаторных значений. Множество допустимых планов определяется локальными ограничениями (заданы множествами X_t) и межблочными ресурсными ограничениями объединения (заданы неравенством $\sum_{t=1}^T \bar{A}_t x_t \leq B$).

Множества допустимых планов блоков в моделях производственного планирования – замкнутые многогранные множества, и их допустимые множества при линейных функциях агрегатов также являются многогранниками с конечным числом угловых точек. Далее это свойство задач (3), (4) потребуется для доказательства конечной сходимости иерархических алгоритмов их решения.

При обосновании иерархических алгоритмов решения композиционно-блочных задач (1)–(2) используется ее эквивалентное преобразование (декомпозиция) к следующей совокупности $(T + 1)$ оптимизационных (экстремальных) задач.

Задача центра:

$$\max_{\substack{z_t \in Z_t \\ t=1, \dots, T}} f(z_1, \dots, z_T); g(z_1, \dots, z_T) \leq B. \quad (5)$$

Задача блока t , $t = 1, \dots, T$:

$$\delta_t = \min_{\substack{x_t \in X_t \\ t=1, \dots, T}} \|z_t^* - \tilde{z}_t(x_t)\| = 0, \quad (6)$$

где z_t^* – решение задачи центра для блока t , $t = 1, \dots, T$. Здесь z_t^* отражает целевые параметры (индикаторы), а $\tilde{z}_t(x_t)$ – экономическую оценку возможности их достижения элементом t .

Особенность этой системы задач в том, что множества $Z_t \subset R^{m_t}$ в задаче (5) неизвестны центру. Более того, при построении иерархических алгоритмов блочного программирования отсутствует даже начальная информация относительно математических условий задания этих множеств, кроме размерности пространства, которому они принадлежат. При известных множествах $Z_t \subset R^{m_t}$ центр решает координирующую задачу (5), оптимальные значения агрегатов z^* передаются блокам. Далее решаются T задач (6), и искомое решение исходной задачи найдено. Анализ ролей элементов при поиске решения глобальной задачи (1)–(2) показывает, что (5)–(6) – система типа А.

В реальных системах центр имеет начальную информацию о допустимых значениях множества агрегатов, поэтому в отдельных информационных состояниях совокупность задач (5), (6) является моделью механизма функционирования иерархических систем. Но даже в этом случае оптимальность механизма или оценка погрешности решения глобальной задачи требуют дополнительных исследований.

Далее рассмотрим способы решения информационной проблемы центра и рассмотрим два способа аппроксимации множеств $Z_t \subset R^{m_t}$ последовательностью множеств Z_t^k снаружи ($Z_t^k \supseteq Z_t$) и изнутри ($Z_t^k \subseteq Z_t$).

Декомпозиционные модели иерархических систем типа А

Пусть иерархическим алгоритмом выстраивается последовательность множеств Z_t^k , $t=1, \dots, T$; $k=1, \dots$ такая, что $Z_t^k \supseteq Z_t$. Перепишем формальную систему (5)–(6), учитывая, что задача центра решается на множествах Z_t^k .

Задача центра:

$$\max_{\substack{z_t \in Z_t^k \\ t=1, \dots, T}} f(z_1, \dots, z_T); g(z_1, \dots, z_T) \leq B. \quad (7)$$

Задача блока t , $t=1, \dots, T$:

$$\delta_t^k = \min_{\substack{x_t \in X_t \\ t=1, \dots, T}} \|z_t^k - \tilde{z}_t(x_t)\| \geq 0, \quad (8)$$

где z_t^k – решение задачи центра для блока t , $t=1, \dots, T$.

В задаче (8) значение δ_t^k может быть строго положительное, поскольку z_t^k может не принадлежать множеству Z_t . Рассмотрим случай, когда при решении задачи (8) получены нулевые значения δ_t^k для всех блоков. Тогда ее решение $x^k = (x_1^k, \dots, x_T^k)$ является решением x^* глобальной задачи (1)–(2), а $z^k = (z_1^k, \dots, z_T^k)$ – решение z^* координирующей задачи (5).

Этот результат дает конструктивное условие окончания процесса решения задачи итерационным иерархическим алгоритмом.

Иерархические алгоритмы решения композиционно-блочных задач при внешней аппроксимации допустимых множеств задачи центра записываются в следующем виде.

Шаг 1 (запуск алгоритма). Задаем множества $Z_t^1 \supseteq Z_t$, $t=1, \dots, T$. Примем $k=1$.

Шаг 2. Находим решение задачи (7).

Шаг 3. Находим решение задач блоков (8). Если $\delta_t^k = 0 \forall t$, то решение исходной задачи найдено, идем к шагу 5, иначе выполняем шаг 4.

Шаг 4. Переходим к множествам Z_t^{k+1} , $t=1, \dots, T$. Принимаем $k=k+1$, идем к шагу 2.

Шаг 5. Записываем решение исходной задачи.

Некоторые исследования этого алгоритма при выполнении шага 4 методом отсечения проведены в работе [16], при этом доказано, что точка $z_t^{kp} = \tilde{z}_t(x_t^k)$ является проекцией z_t^k на искомое множество Z_t , и для выпуклых множеств Z_t можно воспользоваться известной теоремой отделимости.

Механизм координации решений по типу рассмотренного алгоритма блочного программирования в реальных системах широко используется, но требует высокого уровня как административной власти, так и подчиненности. Поэтому этот механизм используется, например, в военизированных организациях, при ликвидации чрезвычайных ситуаций и т. п. Для уточнения границ допустимых значений координирующих переменных можно привлекать внешних аналитиков, и в этом случае координирующий центр может ограничить итерационный процесс приближения допустимых множеств в задаче (7).

Рассмотрим второй способ приближения множеств Z_t ($t=1, \dots, T$), т. е. приближение Z_t последовательностью множеств Z_t^k , вложенных в Z_t . Пусть $z^k = (z_1^k, \dots, z_T^k)$ – решение задачи центра, которая записана условиями (7), где $Z_t^k \subseteq Z_t$, $t=1, \dots, T$.

Это значит, что в любом направлении, исходящем из точки z^k , нельзя найти точку $z \in Z^k = \times \prod_{t=1}^T Z_t^k$, в которой бы значение целевой функции задачи (7) возросло. Если это условие выполнено также на множестве Z , то точка z^k – решение задачи (7), в противном случае существует точка $z^{kp} \in Z$ и $z^{kp} \notin Z^k$, которую можно использовать для расширения множества Z^k , т. е. для перехода к множеству Z^{k+1} .

Указанная идея аппроксимации множеств Z_t реализована в классическом методе Данцига – Вульфа для задачи оптимизации (3). Иерархические алгоритмы решения композиционно-блочных задач при внутренней аппроксимации допустимых множеств задачи центра записываются в следующем виде.

Шаг 1 (запуск алгоритма). Задаем множества Z_t^1 , удовлетворяющие условиям $Z_t^1 \subseteq Z_t$; $\times \prod_{t=1}^T Z_t^1 = Z^1 \cap \{z \mid g(z) \leq B\} \neq \emptyset$. Полагаем $k=1$.

Шаг 2. Решаем задачу центра в постановке (2). Находим z^k и возможные направления проверки оптимальности этого решения на множестве Z .

Шаг 3. Проверяем условие оптимальности точки z^k на множестве Z , используя возможные направления проверки. Если точка z^k оптимальна на множестве Z , идем к шагу 5. Иначе находим точку z^{kp} , в которой условия оптимальности на множестве Z нарушаются.

Шаг 4. Переходим к множеству Z^{k+1} , примем $k = k + 1$ и идем к шагу 2.

Шаг 5 (поиск решения). Для z_t^k решаем задачу (8), при этом $\delta_t^k = 0$, так как $z_t^k \in Z_t$.

Рассмотрим шаг 3 алгоритма. Координирующая задача (5) в рассматриваемом случае имеет вид

$$\max_{(P,S)} \left\{ \sum_{t=1}^T - (P_t^H - P_t)^2 \mid (P_t, S_t) \in Z_t, t=1, \dots, T; \sum_{t=1}^T S_t \leq B \right\}. \quad (9)$$

Пусть на итерации k алгоритма найдены множества $Z_t^k \subseteq Z_t$, а при решении задачи (7) на этих множествах получены точки $z_t^k \in Z_t$ и двойственные переменные u^k . Согласно [16] найденная точка будет оптимальной для соответствующего блока t задачи (9), если для всех $z_t \in Z_t$ будет справедливо неравенство

$$2(P_t^H - P_t^k)(P_t - P_t^k) + u^k(S_t - S_t^k) \leq 0. \quad (10)$$

Если неравенства (10) выполнены для всех $t=1, \dots, T$, то решение задачи (9) найдено.

Введем обозначения: $\alpha_t^k = 2(P_t^H - P_t^k)$; $\gamma_t^k = \alpha_t^k P_t^k$; $\beta_t^k = u^k S_t^k$. Тогда при переходе к исходным переменным задачи (4) неравенство (10) для блока t эквивалентно неравенству, в котором выражение в квадратных скобках – задача линейного программирования:

$$\delta_t^k = \left[\max_{x_t \in X_t} (\alpha_t^k p_t + u^k \bar{A}_t) x_t - (\gamma_t^k + \beta_t^k) \right] \leq 0. \quad (11)$$

Таким образом, для нелинейной задачи (7) найден индикатор оптимальности текущего решения (шаг 2 алгоритма), и эту проверку можно провести отдельным решением задач блоков. При точных вычислениях имеем конечную скорость сходимости поиска решения задачи (4), т. е. нахождение точного решения за конечное число итераций. Конечная сходимость подобных алгоритмов блочного программирования при точных вычислениях доказывается, например, в работе [16] с учетом того, что на каждой глобальной итерации решается

задача линейного программирования на фиксированном многогранном множестве с конечным числом угловых точек.

Исследование нелинейного аналога метода Данцига – Вульфа и предложенной его реализации в виде иерархического алгоритма проведено в среде Excel на примере задачи производственного планирования (4) для объединения, состоящего из 5 предприятий ($T = 5$). Точное решение задачи получено обычным инструментом (поиск решения) в среде Excel. При декомпозиционном подходе обмен информацией центра и блоков осуществлялся только по текущим и оптимальным значениям агрегатов и вектора теневых цен ограниченных ресурсов объединения, т. е. значениям переменных $P_i^k; S_i^k; u^k$. Как уже отмечалось, роль нижних уровней на шаге 5 алгоритма является чисто исполнительской, поскольку ценовая координата согласно (9) не позволяет находить решение T задач (6). Этот эффект аналогичен классическому методу Данцига – Вульфа, однако в нашем случае поиск искомого решения не требует для центра знания переменных нижних уровней. Для всех рассмотренных числовых примеров задачи (4) предложенным алгоритмом получены ее точные решения за конечное число глобальных итераций.

Сравнение приведенных иерархических систем типа А показывает, что они являются сходными на процедурах поиска решения исходной задачи при оптимальных значениях агрегатов, найденных центром. Сходство состоит в том, что проверка оптимальности решений на текущих итерациях возможна только в информационном пространстве блоков. Центр может оценивать погрешность путем сравнения динамики целевых функций, что и используется на практике в реальных системах. Однако анализ алгоритмов блочного программирования показывает, что эти оценки могут существенно отличаться от истинных значений.

Существенное отличие этих методов состоит в организации информационного взаимодействия центра и блоков на этапе аппроксимации множеств Z_i . При внутренней аппроксимации этих множеств необходим высокий уровень доброжелательности блоков к целям центра. Анализ показывает, что в этом классе систем авторитарный подход центра в отношении к элементам нижнего уровня усиливает организационное противодействие блоков. Такие иерархические системы можно, в частности, эффективно использовать при обосновании инновационных решений [19], в организации аукционов и при обосновании состава и ролей участников выполнения государственных и муниципальных заказов [20; 21].

Декомпозиционные модели иерархических систем типа Б

До сих пор конструирование и обоснование иерархических алгоритмов проводилось без существенного использования свойств максимизирующих последовательностей. Здесь под максимизирующими последовательностями понимаются последовательности $\{x^k\}_{k=1}^{\infty}$, предельная точка которых является искомым решением глобальной задачи.

Отметим, что не все иерархические алгоритмы выстраивают последовательности $\{x^k\}_{k=1}^{\infty}$, обладающие отмеченным свойством. Выше это показано на примере алгоритма метода Данцига – Вульфа, в котором для аппроксимации множества допустимых агрегатов используются решения задач линейного программирования (11), а искомое решение находим решением T задач (6). Проведенный анализ позволяет выделить два различных класса иерархических алгоритмов: восстановление и локализацию.

В алгоритмах восстановления информационное взаимодействие центра и блоков реализуется механизмами систем типа А и направлено на восстановление всех или существенных условий задачи центра. По своему содержанию проблема восстановления близка к проблеме синтеза агрегированных систем, т. е. систем с информационно-независимыми задачами центра. В большинстве случаев восстановленная задача центра, при небольших изменениях ее параметров, позволяет без дополнительной информации решать исходные задачи.

Алгоритмы локализации, выстраивая максимизирующие последовательности, реализуют информационный обмен, не всегда связанный с восстановлением условий задачи центра.

Различие алгоритмов восстановления и локализации проявляется также в обосновании оценок процесса сходимости. Алгоритмы локализации могут рассматриваться как модели механизмов координации решений в системах типа Б.

Приведем пример алгоритма локализации для решения композиционно-блочных задач. В качестве глобальной задачи при проектировании иерархической системы рассматривается задача (4), композиционно-блочная структура которой задается введением агрегатов (P_t, S_t) для блока t . Задача центра при декомпозиции (4) записана в агрегатах выражением (9).

Для итерационного решения задачи (4) в данной работе мы предлагаем новый алгоритм локализации, который несущественно отличается от модифицированного алгоритма Данцига – Вульфа, рассмотренного выше. В данном случае проверка оптимальности текущего решения координирующей задачи проводится непосредственно путем проверки модифицированного неравенства (10).

Пусть на итерации k алгоритма найдены множества $Z_t^k \subseteq Z_t$, а при решении задачи (9) на этих множествах получены точка $z_t^k \in Z_t$ и двойственные переменные u^k . Считаем, что найденная точка будет оптимальной для соответствующего блока задачи (9), если для всех $z_t \in Z_t$ будет справедливо следующее неравенство:

$$2(P_t^H - P_t)(P_t - P_t^k) + u^k(S_t - S_t^k) \leq 0. \quad (12)$$

Введем обозначения: $\beta_t^k = u^k S_t^k$. Тогда при переходе к исходным переменным неравенство (12) эквивалентно следующему неравенству:

$$\delta_t^k = \left[\max_{x_t \in X_t} \left\{ -2(p_t x_t - P_t^H)(p_t x_t - P_t^k) + u^k \bar{A}_t x_t \mid x_t \in X_t \right\} - \beta_t^k \right] \leq 0. \quad (13)$$

В сравнении с рассмотренной выше реализацией иерархического алгоритма решения задачи (4), в которой индикатор оптимальности (10) сводился к задачам линейного программирования (11), в предлагаемой модификации осуществляется переход от (10) к (12), и проверка неравенств (12) проводится решением задач квадратичного программирования (13). В этом случае при выполнении условия $\delta_t^k \leq 0$ для всех блоков мы получаем решение исходной задачи (4), что является отличительной особенностью иерархических алгоритмов локализации. В предложенном алгоритме блочного программирования при внутренней аппроксимации множеств допустимых агрегатов шаг 5 отсутствует, а решение исходной задачи получаем на шаге 3. Таким образом, предложенная модификация метода Данцига – Вульфа для решения задачи (4) не приводит к усложнению процедур координации решений и применима для решения задач оптимизации, аналогичных по сложности и размерности. Отметим, что эта модификация в работах других авторов ранее не рассматривалась.

На тестовых задачах проверена сходимость данного алгоритма, т. е. проверено, что рассчитывается последовательность $\{z^k\}_{k=1}^{\infty}$, которая сходится к z^* – решению координирующей задачи (9), а соответствующие последовательности $\{x^k\}_{k=1}^{\infty}$ сходятся к x^* – решению задачи (4). Еще одно отличие предложенного алгоритма от алгоритма Данцига – Вульфа состоит в необходимости задания требуемой точности решения задачи (4), поскольку он не обладает свойством конечной сходимости.

Рассмотренный алгоритм для задачи квадратичного программирования (4) реализован в среде MS Excel, и проведено исследование его работоспособности. Числовые данные условий задачи (4) генерировались как равномерно распределенные псевдослучайные числа на заданных интервалах для матриц коэффициентов прибыли блоков P_t , норм потребления локальных A_t и объединенных $\bar{A}_t$ ресурсов, предельных объемов этих ресурсов B_t, B . Тестовые задачи отличались интервалами и размерностями матриц при $T = 5$. Индикаторное

значение прибыли P_t^H для блока t , принималось равным максимальному значению при неограниченных ресурсах объединения. Задачи центра и блоков программировались на отдельных листах MS Excel, а обмен информацией между ними ограничивался рамками исследуемых иерархических алгоритмов. Решение локальных, координирующих задач и для сравнения задачи (4) в целом проводилось инструментом «Поиск решения».

На тестовых задачах определена скорость сходимости по числу глобальных итераций и показано, что предложенный алгоритм по этому показателю не существенно отличается от алгоритма Данцига – Вульфа для этой задачи (4). Так, задача (4) с 12 переменными и 24 ограничениями при двух видах ресурсов объединения на четырех начальных итерациях имела оценки погрешности по функционалу в 46,59; 30,43; 0,88; –0,02 % соответственно. Изменение знака оценки погрешности на последней итерации свидетельствует о том, что расчеты уже проводятся в окрестности ошибок вычислений.

Характеристики приведенной модификации классического алгоритма позволяют утверждать, что она может быть использована для решения задач таких же размерностей, как и классический алгоритм Данцига – Вульфа.

Заключение

В работе проведен анализ механизмов координации корпоративных решений для иерархических систем типа А и Б, и выполнены исследования ряда механизмов координации, процессы принятия решений и информационные связи в которых аналогичны иерархическим алгоритмам блочного программирования.

Исследование проведено для двухуровневых иерархических систем, формальная совокупность задач принятия решений для всех элементов которых получается декомпозицией глобальной задачи оптимизации. Предложена адекватная для проектирования иерархических систем производственного типа типовая задача оптимизации большой размерности, целевая функция и система ограничений которой имеет композиционно-блочную структуру.

Для данного класса задач оптимизации разработаны специальные методы блочного программирования, алгоритмические реализации которых аналогичны процессам обоснования оптимальных решений в реальных иерархических системах.

Отдельные иерархические алгоритмы для блочной задачи квадратичного программирования реализованы в среде MS Excel, проведено исследование их работоспособности. На тестовых задачах определены скорости сходимости по числу глобальных итераций и показано, что предложенные алгоритмы по этому показателю несущественно отличаются от алгоритма Данцига – Вульфа в блочном линейном программировании.

Достоинство алгоритмов локализации состоит в возможности реализации центром институциональных методов координации решений в больших системах. Например, при организации аукционов и конкурсов на выполнение государственных контрактов [20; 21] не возникает необходимость создания иерархических систем типа А. Механизмы функционирования в этих случаях могут быть организованы на рыночных принципах путем ограниченного числа корректировок центром значений координирующих переменных, т. е. с использованием механизмов координации решений систем Б.

Список литературы

1. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Экономика, 1973. 344 с.
2. Бурков В. Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. 255 с.
3. Клейнер Г. Б. Экономика. Моделирование. Математика. Избранные труды. М.: Изд-во ЦЭМИ РАН, 2016. 856 с.

4. Горелик В. А., Горелов М. А., Кононенко А. Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. М.: Радио и связь, 1991. 288 с.
5. Губко М. В., Новиков Д. А. Теория игр в управлении организационными системами. М., 2005. 168 с.
6. Алгазин Г. И. Модели системного компромисса в социально-экономических исследованиях. Барнаул: Азбука, 2009. 239 с.
7. Dantzig G. B., Wolfe P. Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, 1960, vol. 8, iss. 1, p. 101–111.
8. Chung W. Solving transportation network equilibrium models with the Dantzig – Wolfe decomposition method. In: Proc. of the 13th International Conference of Hong Kong Society for Transportation Studies: Transportation and Management Science, 2000, p. 845–854.
9. Chung W. A general method to apply Dantzig – Wolfe decomposition for variational inequalities with affine constraints. In: IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, 2007, 4419321, p. 898–902.
10. Chung W. Approximation methods in Dantzig – Wolfe decomposition of variational inequalities – a review and extension. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2019, vol. 513, p. 333–342.
11. Frangioni A., Gendron B. A stabilized structured Dantzig – Wolfe decomposition method. *Mathematical Programming*, 2013, vol. 140, iss. 1, p. 45–76.
12. Enamorado J. C., Ramos A., Gómez T. Multi-area decentralized optimal hydro-thermal coordination by the Dantzig – Wolfe decomposition method. In: Proc. of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference, 2000, vol. 4, p. 2027–2032.
13. Gunnerud V., Foss B., Torgnes E. Parallel Dantzig – Wolfe decomposition for real-time optimization – Applied to a complex oil field. *Journal of Process Control*, 2010, vol. 20, iss. 9, p. 1019–1026.
14. Волошинов В. В., Лемтюжникова Д. В., Цурков В. И. Распараллеливание на GRID задач дискретной оптимизации с матрицами квазиблочной структуры // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2017. № 6. С. 35–40.
15. Леонов В. Ю., Тизик А. П., Торчинская Э. В., Цурков В. И. Декомпозиционный метод для класса задач транспортного типа с квадратичной целевой функцией // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2017. № 5. С. 46–52.
16. Oskorbin N., Khvalynskiy D. Decomposition algorithms for mathematical programming and generalization of the Dantzig – Wolfe method. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2018, vol. 661, p. 31–37.
17. Dubina I. N., Oskorbin N. M. Game-theoretic models of incentive and control strategies in social and economic systems. *Cybernetics and Systems: An International Journal*, 2015, vol. 46, iss. 5, p. 303–319.
18. Осипова М. Ю., Буторина О. В. Теоретические основы индикативного управления экономическим развитием // Вестник ПНИПУ. Социально-экономические науки. 2014. № 3. С. 116–123.
19. Лычагин М. В., Мкртчян Г. М., Лычагин А. М., Попов И. Ю. Новое в исследовании инноваций в 2006–2013 годах: библиометрический анализ на основе EconLit // Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки. 2014. Т. 14, № 3. С. 150–162.
20. Бессонова О. Э. Институциональное развитие России: переход к контрактному раздатку // Мир экономики и управления. 2018. Т. 18, № 2. С. 21–34.
21. Анчишкина О. В. Контрактные основы российской экономики: сфера государственного, муниципального и регулируемого заказа // Вопросы экономики. 2017, № 11. С. 93–110.

References

1. **Mesarovich M., Maco D., Takahara I.** Teoriya ierarchicheckich mnogourovnevnykh system [The theory of multi-level hierarchical systems]. Moscow, Economics Publ., 1973, 344 p. (in Russ.)
2. **Burkov V. N.** Osnovy matematicheskoy teorii aktivnykh system [The fundamentals of the theory of active systems]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 255 p. (in Russ.)
3. **Kleiner G. B.** Economics. Modeling. Mathematics. Moscow, Central Economics and Mathematics Institute RAS Publ., 2016, 856 p. (in Russ.)
4. **Gorelik V. A., Gorelov M. A., Kononenko A. F.** Analiz konfliktnykh situatsiy v sistemakh upravleniya [The analysis of conflicts in management systems]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1991, 288 p. (in Russ.)
5. **Gubko M. V., Novikov D. A.** Teoriya igr v upravlenii organizatsionnymi sistemami [Game theory in management of organizational systems]. Moscow, 2005, 168 p. (in Russ.)
6. **Algazin G. I.** Modeli sistemnogo kompromissa v sotsialno-economiceskikh issledovaniyakh [Models of systemic compromise in social and economic research]. Barnaul, Azbuka Publ., 2009, 239 p. (in Russ.)
7. **Dantzig G. B., Wolfe P.** Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, 1960, vol. 8, iss. 1, p. 101–111.
8. **Chung W.** Solving transportation network equilibrium models with the Dantzig – Wolfe decomposition method. In: Proc. of the 13th International Conference of Hong Kong Society for Transportation Studies: Transportation and Management Science, 2000, p. 845–854.
9. **Chung W.** A general method to apply Dantzig – Wolfe decomposition for variational inequalities with affine constraints. In: IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, 2007, 4419321, p. 898–902.
10. **Chung W.** Approximation methods in Dantzig – Wolfe decomposition of variational inequalities – a review and extension. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2019, vol. 513, p. 333–342.
11. **Frangioni A., Gendron B.** A stabilized structured Dantzig – Wolfe decomposition method. *Mathematical Programming*, 2013, vol. 140, iss. 1, p. 45–76.
12. **Enamorado J. C., Ramos A., Gómez T.** Multi-area decentralized optimal hydro-thermal coordination by the Dantzig – Wolfe decomposition method. In: Proc. of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference, 2000, vol. 4, p. 2027–2032.
13. **Gunnerud V., Foss B., Torgnes E.** Parallel Dantzig – Wolfe decomposition for real-time optimization – Applied to a complex oil field. *Journal of Process Control*, 2010, vol. 20, iss. 9, p. 1019–1026.
14. **Voloshinov V. V., Lemtyuzhnikova D. V., Tsurkov V. I.** Grid parallelizing of discrete optimization problems with quasi-block structure matrices. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2017, vol. 56, no. 6, p. 930–936.
15. **Leonov V. Yu., Tizik A. P., Torchinskaya E. V., Tsurkov V. I.** Decomposition method for a class of transport-type problems with a quadratic objective function. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2017, vol. 56, no. 5, p. 796–802.
16. **Oskorbin N., Khvalynskiy D.** Decomposition algorithms for mathematical programming and generalization of the Dantzig – Wolfe method. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2018, vol. 661, p. 31–37.
17. **Dubina I. N., Oskorbin N. M.** Game-theoretic models of incentive and control strategies in social and economic systems. *Cybernetics and Systems: An International Journal*, 2015, vol. 46, iss. 5, p. 303–319.
18. **Osipova M. Yu., Butorina O. V.** Teoreticheskie osnovy indikativnogo upravleniya [Theoretical fundamentals of indicative management]. *Vestnik PNPu*, 2014, vol. 3, no. 24, p. 116–123. (in Russ.)

19. **Lychagin M. V., Mkrtchyan G. M., Lychagin A. M., Popov E. Yu.** New directions in the study of innovation in 2006–2013: bibliometric analysis based on EconLit. *Vestnik NSU. Series: Social and Economic Sciences*, 2014, vol. 14, № 3, p. 150–162. (in Russ.)
20. **Bessonova O. E.** The Institutional Development of Russia: Transition to Contractual Razdatok. *World of Economics and Management*, 2018, vol. 18, no. 2, p. 21–34. (in Russ.)
21. **Anichkina O. V.** Kontraktnye osnovy rossiyskoï ekonomiki [Contract basis of the Russian economy]. *Voprosy ekonomiki*, 2017, no. 11, p. 93–110. (in Russ.)

Материал поступил в редколлегию

Received

13.03.2019

Сведения об авторах

Дубина Игорь Николаевич, доктор экономических наук, профессор кафедры международной экономики, математических методов и бизнес-информатики, Алтайский государственный университет (пр. Ленина, 61, Барнаул, 656049, Россия); профессор кафедры применения математических методов в управлении и планировании, Новосибирский государственный университет (ул. Пирогова, 1, Новосибирск, 630090, Россия)

igor_dubina@yahoo.com

i.dubina@g.nsu.ru

ORCID 0000-0002-62410932

Researcher ID K-4139-2013

Scopus author ID 15072808400

Оскорбин Николай Михайлович, доктор технических наук, профессор кафедры теоретической кибернетики и прикладной математики, Алтайский государственный университет (пр. Ленина, 61, Барнаул, 656049, Россия)

osk46@mail.ru

ORCID 0000-0003-2902-0964

Scopus author ID 6506547833

Хвалынский Дмитрий Сергеевич, кандидат экономических наук, доцент кафедры международной экономики, математических методов и бизнес-информатики, Алтайский государственный университет (пр. Ленина, 61, Барнаул, 656049, Россия)

hvalynski@mail.ru

ORCID 0000-0002-2206-6882

Scopus author ID 57195721771

Information about the Authors

Igor N. Dubina, Doctor of Sciences (Economics), Professor of International Economics, Mathematical Methods and Business-Informatics, Altai State University (61 Lenin Ave., Barnaul, 656049 Russian Federation); Professor of Applied Mathematical Methods in Economics and Planning, Novosibirsk State University (1 Pirogov Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

igor_dubina@yahoo.com

i.dubina@g.nsu.ru

ORCID 0000-0002-62410932

Researcher ID K-4139-2013

Scopus author ID 15072808400

Nikolay M. Oskorbin, Doctor of Sciences (Economics), Professor of Theoretical Cybernetics and Applied Mathematics, Altai State University (61 Lenin Ave., Barnaul, 656049, Russian Federation)

osk46@mail.ru

ORCID 0000-0003-2902-0964

Scopus author ID 6506547833

Dmitriy S. Khvalynskiy, Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, International Economics, Mathematical Methods and Business-Informatics, Altai State University (61 Lenin Ave., Barnaul, 656049, Russian Federation)

hvalynski@mail.ru

ORCID 0000-0002-2206-6882

Scopus author ID 57195721771