УДК 624.07

© С. О. Чепилко, инженер
(ООО «Институт строительных экспертиз»,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: chep-65@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-6-51-65

© S. O. Chepilko, engineer
(«Institut stroitelnykh ekspertyz» LLC,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: chep-65@mail.ru

УТОЧНЕННЫЙ РАСЧЕТ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОМПЛЕКСНЫХ БАЛОК ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ

REFINED CALCULATION OF COMPLEX STEEL-REINFORCED CONCRETE BEAMS BY LIMIT STATES

Рассмотрены вопросы расчета сталежелезобетонных комплексных балок по предельным состояниям на основе нелинейной диаграммы деформирования бетона ϵ – σ . За эталонную диаграмму взята зависимость Сарджина, нормируемая в Еврокодах и российских нормах. Проведено сравнение с расчетом по образованию идеального пластического шарнира. Отмечены значимые (до 11 %) расхождения в некоторых расчетных случаях. Указана возможность использования предложенных формул для расчета обычных железобетонных балок сложного сечения.

Ключевые слова: нелинейный расчет бетона, расчет бетона по предельным состояниям, формула Сарджина, сталежелезобетонные комплексные балки.

The paper considers the issues of calculating complex steel-reinforced concrete beams by the limit states on the basis of the nonlinear diagram of concrete deformation ϵ – σ . Sargin's formula normalized in Eurocodes and Russian norms is taken as a reference diagram. A comparison is made with the calculation for the formation of an ideal plastic hinge. There are pointed out significant discrepancies (up to 11%) in some calculation cases. The possibility of using the proposed formulas for calculating conventional reinforced concrete beams of complicated cross-section is indicated.

Keywords: nonlinear calculation of concrete, calculation of concrete by limit states, Sargin's formula, steel-reinforced concrete complex beams.

Расчет по предельным состояниям 1-й группы является обязательным в современных строительных нормах. В обычной инженерной практике такой расчет проводится по методу предельного равновесия, где за основу берется диаграмма Прандтля как для стали, так и для бетона ([5, 6], а также российские и зарубежные нормы). При этом величины относительных деформаций, возникающих в волокнах рассматриваемого сечения, не рассматриваются. Получаемый результат дает оценку сверху для величины предельной нагрузки, воспринимаемой сечением. Сам по себе расчет не требует применения изощренного математического аппарата, кроме того, он дает достаточную для инженерной практики точность. Возможно, по этой причине анализ получаемых результатов остается на периферии внимания исследователей. Однако сталежелезобетонные (СЖБ) балки имеют свои

«родовые» особенности: их параметры стараются подбирать таким образом, чтобы максимально использовать работу бетона на сжатие, тем самым увеличивая жесткость СЖБ балки. В СЖБ балках при увеличении нагрузки перераспределение внутренних усилий в бетонной плите и стальной балке происходит таким образом, что первыми начинают «течь» волокна в стальной балке [7, 8]. С этого момента можно считать, что в балке начинаются пластические деформации. Понятно, что исчерпание несущей способности будет достигнуто, когда предельные значения относительных деформаций будут достигнуты либо в бетонной плите, либо в стальной балке. Таким образом, в работе сталежелезобетонной балки можно выделить две стадии: 1-я — упругая работа стальной балки; 2-я — пластическая работа стальной балки. Такой подход аналогичен

тому, что используется в расчете стальных конструкций.

Под предельным состоянием СЖБ балки будем понимать такое состояние, когда в крайнем волокне бетонной плиты или стальной балки относительные деформации достигают предельных значений (ε_{b2} или ε_{s2}). Считаем выполненной гипотезу плоских сечений вплоть до достижения предельного состояния. Возможные расчетные схемы представлены на рис. 1 и 2.

Необходимо рассмотреть два варианта:

- 1) нейтральная ось проходит в теле железобетонной плиты;
- 2) нейтральная ось проходит в теле стальной балки.

В каждом из этих расчетных случаев также требуется рассмотреть два варианта:

- 1) первым достигается предельное значение относительной деформации в верхнем волокне бетонной плиты;

- 2) первым достигается предельное значение относительной деформации в нижнем волокне стальной балки.

Растянутый бетон в расчете не учитывается.

Линейность изменения относительных деформаций по высоте сечения можно записать следующим образом:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_b + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_b}{H + h} z, \quad z \in [0; H + h]. \quad (1)$$

Значения ε_b и ε_s задаются с соответствующим знаком. В принятой на рис. 1 и 2 системе координат ε_b берется со знаком «-». Величина относительных деформаций зависит от двух параметров — ε_b и ε_s , поэтому, если считать фиксированным один из них, второй требует определения. Это можно сделать, составив уравнение равновесия:

$$N_b + N_s = 0, \quad (2)$$

где N_b и N_s — интегральные внутренние усилия растяжения-сжатия в бетонном и стальном сечении.

Рис. 1

Рис. 2

Положение нейтральной оси определяется из представления (2), если $\varepsilon(z) = 0$:

$$z_0 = -\frac{H+h}{\varepsilon_s - \varepsilon_b} \varepsilon_b. \quad (3)$$

Величина N_b в зависимости от положения нейтральной оси (см. рис. 1, 2) равна:

$$N_b^I = a \int_0^{z_0} \sigma_{Sr}(\varepsilon(z)) dz \quad (\text{вариант I, см. рис. 1});$$

$$N_b^{II} = a \int_0^h \sigma_{Sr}(\varepsilon(z)) dz \quad (\text{вариант II, см. рис. 2}),$$

где a — ширина плиты; $\sigma_{Sr}(\eta) = R_* \frac{\eta(k-\eta)}{1+(k-2)\eta}$ (формула Сарджина, нормируемая в Еврокодах¹ и отечественных нормах²); $k = \frac{E_b \varepsilon_{b0}}{R_*}$; $\eta = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{b0}}$; ε_{b0} — относительная деформация, соответствующая R_* (табличная величина); E_b — начальный модуль деформации бетона;

$$R_* = \begin{cases} R_{b,ser} & \text{— в расчетах по деформациям;} \\ R_b & \text{— в расчетах по прочности.} \end{cases}$$

Вид кривой Сарджина (для бетона класса В25) приведен на рис. 3.

Интегралы N_b^I и N_b^{II} равны:

$$N_b^I = \frac{R_b a h}{\alpha(\beta-\gamma)} \left(\frac{k-1}{k-2} \right)^2 (\eta_1 - \ln(1+\gamma)); \quad (4)$$

$$\eta_1 = \gamma - \frac{\gamma^2}{2(k-1)^2}; \quad (5)$$

¹ EN 1992 Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings. Brussels: European Committee for Standardization, 2001. 225 p.

² СП 159.1325800.2014. Сталежелезобетонные пролетные строения автодорожных мостов. Правила расчета. Введ. с 2014-09-01. М.: Минстрой России, ФАУ «ФЦС», 2014.

$$N_b^{II} = \frac{R_b a h}{\alpha(\beta-\gamma)} \left(\frac{k-1}{k-2} \right)^2 \left(\eta_2 + \ln \left(1 + \alpha \frac{\beta-\gamma}{1+\gamma} \right) \right); \quad (6)$$

$$\eta_2 = -(1-\gamma+(k-2)k) \frac{\alpha(\beta-\gamma)}{(k-1)^2} + \frac{\alpha^2(\beta-\gamma)^2}{2(k-1)^2}; \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{h}{H+h}; \quad \beta = \frac{\varepsilon_s(k-2)}{\varepsilon_{b0}}; \quad \gamma = \frac{\varepsilon_b(k-2)}{\varepsilon_{b0}}. \quad (8)$$

Положение нейтральной оси в безразмерных обозначениях (8) примет вид

$$z_0 = -\frac{\gamma}{\alpha(\beta-\gamma)} h. \quad (9)$$

Величина N_s может быть определена следующим образом:

$$N_s = \sum_i A_{si} \sigma_s(z_{si}) + \int_h^{H+h} b(z) \sigma_s(z) dz = U_a + U_s. \quad (10)$$

Первое слагаемое в (10) — это суммарное усилие в арматуре; A_{si} и z_{si} — суммарная площадь сечения арматуры в бетонной полке и координата ее центра тяжести. Второе слагаемое — интегральное усилие в стальной балке, где через $b(z)$ обозначена ширина сечения. В случае двутавра или швеллера зависимость может быть записана в виде

$$b(z) = \sum_{i=1}^3 b_i (\chi(z-z_i) - \chi(z-z_{i+1})); \quad (11)$$

$\chi(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 0; \\ 0, & z < 0, \end{cases}$ — функция Хевисайда; b_i и z_i — ширина и координаты полок и стенки двутавра.

В проведенных расчетах диаграмма $\varepsilon - \sigma$ для стали рассмотрена в двух вариантах:

Рис. 3

1) двухлинейная (по Прандтлю) в соответствии с СП 63.13330.2018³ (п. 6.2.14) и СП 159.1325800.2014 (п. 4.12);

2) обобщенная диаграмма ε – σ в соответствии с СП 16.13330.2017⁴ (Приложение В), представляющая собой кусочно-линейную функцию (рис. 4).

Обобщенная диаграмма ε – σ может быть легко записана в виде суммы при помощи функции Хевисайда:

$$\sigma_s(z) = \sum_{i=1}^9 \sigma_i(z) (\chi(z - \zeta_i) - \chi(z - \zeta_{i+1})); \quad (12)$$

$$\sigma_i(z) = R_i + \frac{R_{i+1} - R_i}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} (z - \zeta_i); \quad (13)$$

$$\zeta_i = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_b}{\varepsilon_s - \varepsilon_b} (H + h); \quad (14)$$

$$\varepsilon_i = \bar{\varepsilon}_i \frac{R_y}{E_s}. \quad (15)$$

Значения R_i и $\bar{\varepsilon}_i$ сведены в табл. 1 (величины $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\sigma}$ берутся из СП 16.13330.2017, табл. В.9).

Ясно, что если положить $\bar{\varepsilon}_{пл} = \bar{\sigma}_p = \bar{\sigma}_b = \bar{\sigma}_{пл} = 1$, то получится двухлинейная диаграмма Прандтля. При учете арматуры в табл. 1 вместо R_y нужно подставить R_s . Также понятно, что диаграмма деформирования стали может быть уточнена при наличии опытных данных на участках А–С и D–E, где она, вообще говоря, нелинейна, но

³ СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 (с Изм. № 1, 2, 3). Введ. с 2018-12-19. М.: Минстрой России, 2018.

⁴ СП 16.13330.2017. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81* (с поправками, с изм. № 1, 2). Введ. с 2017-09-28. М.: Минстрой России, 2017.

представлена на обобщенной диаграмме линейными отрезками. Формулы (12)–(15) легко позволяют аппроксимировать ее кусочно-линейной функцией, не влияя на последующие расчетные формулы. Обобщенная (унифицированная) диаграмма для строительных сталей была предложена в работе Г. Е. Бельского и П. Д. Одесского [1]. На участке А–С можно воспользоваться аппроксимацией, данной проф. И. Д. Грудевым [2]:

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \sigma_m \operatorname{sign} \left| \varepsilon \left(0,8 + k \operatorname{arctg} \left(\frac{|\varepsilon| - 0,8\varepsilon_m}{k\varepsilon_m} \right) \right) \right|, & |\varepsilon| > 0,8\varepsilon_m; \\ \sigma_m \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon}, & \varepsilon \leq \varepsilon_m; \end{cases}$$

$$k = 0,1413; \varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E_s} = \frac{R_y}{E_s}.$$

Недостаток формулы Грудева — на конце участка А–С значение напряжения $\sigma(1,7\varepsilon_m) \neq \sigma_m$.

Хорошей аппроксимации участка А–С обобщенной диаграммы можно добиться, используя функции Крылова–Власова:

$$\sigma(\varepsilon) = R_y \sum_{i=1}^4 A_i \Phi_i(\alpha(\bar{\varepsilon} - 0,8)); \bar{\varepsilon} = \varepsilon \frac{R_y}{E_s};$$

$$\Phi_1(x) = \cosh(x) \cos(x); \Phi_2(x) = \sinh(x) \sin(x);$$

$$\Phi_3(x) = \sinh(x) \cos(x); \Phi_4(x) = \cosh(x) \sin(x);$$

$$\alpha = 0,78483; A_1 = 0,8; A_2 = -1,31332; A_3 = -0,77796;$$

$$A_4 = 1,63884.$$

Расхождение с табличными данными [1] для интегралов, взятых по участку $\left[0,8 \frac{R_y}{E_s}; 1,7 \frac{R_y}{E_s}\right]$ от функции $\sigma(\varepsilon)$, составляет 0,071 %.

Рис. 4

Таблица 1

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{\varepsilon}_i$	$-\bar{\varepsilon}_p$	$-\bar{\varepsilon}_b$	$-\bar{\varepsilon}_{\text{КТ}}$	$-\bar{\varepsilon}_{\text{НТ}}$	$-\bar{\varepsilon}_{\text{ПЦ}}$	$\bar{\varepsilon}_{\text{ПЦ}}$	$\bar{\varepsilon}_{\text{НТ}}$	$\bar{\varepsilon}_{\text{КТ}}$	$\bar{\varepsilon}_b$	$\bar{\varepsilon}_p$
R_i	$-\bar{\sigma}_p R_y$	$-\bar{\sigma}_b R_y$	$-\bar{\sigma}_T R_y$	$-\bar{\sigma}_T R_y$	$-\bar{\sigma}_{\text{ПЦ}} R_y$	$\bar{\sigma}_{\text{ПЦ}} R_y$	$\bar{\sigma}_T R_y$	$\bar{\sigma}_T R_y$	$\bar{\sigma}_b R_y$	$\bar{\sigma}_p R_y$

Сумма в (10) с учетом представления (12) может быть легко выписана:

$$U_a = \sum_j A_{sj} \sigma_s(z_{sj}) = \sum_j A_{sj} \sum_{i=1}^9 \sigma_i(z_{sj}) (\chi(z - \zeta_i) - \chi(z - \zeta_{i+1})). \quad (16)$$

Чтобы произвести интегрирование во втором слагаемом (10), можно воспользоваться прямым интегрированием в системе символьной математики (Mathematica, Maple и т. п.) либо следующим соотношением:

$$\int_a^b f(x) \chi(x - c) dx = \left(\int_a^c f(x) dx \right) \chi(a - c) + \left(\int_c^b f(x) dx \right) \chi(b - c).$$

Пользуясь им, введем функцию

$$\begin{aligned} S_i^{(1)}(u, v) &= \int_u^v \sigma_{si}(z) \chi(z - \zeta_i) dz = \\ &= (\zeta_i - u) \sigma_{si} \left(\frac{u + \zeta_i}{2} \right) \chi(u - \zeta_i) + \\ &+ (v - \zeta_i) \sigma_{si} \left(\frac{\zeta_i + v}{2} \right) \chi(v - \zeta_i). \end{aligned} \quad (17)$$

Тогда для интеграла в (10) имеем

$$U_s = \int_h^{H+h} b(z) \sigma_s(z) dz = \sum_{j=1}^3 b_j \int_{z_j}^{z_{j+1}} \sigma_s(z) dz = \sum_{j=1}^3 b_j U_j^{(s)}; \quad U_j^{(s)} = \sum_i \left(S_i^{(1)}(z_j, z_{j+1}) - S_{i+1}^{(1)}(z_j, z_{j+1}) \right). \quad (18)$$

Принимая во внимание формулы (16) и (18), получаем для интегрального усилия в сечении стальной балки

$$N_s = U_a + b_1 U_1^{(s)} + b_2 U_2^{(s)} + b_3 U_3^{(s)}.$$

Таким образом, нужно рассматривать четыре уравнения:

1) $N_b^{\text{II}} + N_s = 0$ при условии $\varepsilon_b = \varepsilon_{b2}$, требуется определить ε_s ;

2) $N_b^{\text{I}} + N_s = 0$ при условии $\varepsilon_s = \varepsilon_{s2}$, требуется определить ε_b ;

3) $N_b^{\text{II}} + N_s = 0$ при условии $\varepsilon_b = \varepsilon_{b2}$, требуется определить ε_s ;

4) $N_b^{\text{I}} + N_s = 0$ при условии $\varepsilon_s = \varepsilon_{s2}$, требуется определить ε_b ;

Определение корней получающихся нелинейных уравнений в системах компьютерной алгебры (Maple, Mathematica, MathCad) не составляет труда, начальное приближение можно получить, построив графики функций вида $N_b + N_s$. При решении этих уравнений необходимо следить, чтобы определяемые величины не превышали соответствующих предельных значений, а положение нейтральной оси соответствовало решаемому уравнению.

После определения ε_s (или ε_b) можно рассчитать величину предельного момента:

$$\begin{aligned} M_b^{\text{I}} &= a \int_0^{z_0} \sigma_{Sr}(\varepsilon(z)) (z - z_0) dz = \\ &= \frac{Rah^2}{\alpha^2 (\beta - \gamma)^2} \left(\frac{k-1}{k-2} \right)^2 (\xi_1 + \ln(1 + \gamma)); \end{aligned} \quad (19)$$

$$\xi_1 = \gamma \left(-1 + \frac{\gamma}{2} - \frac{\gamma^2}{3(k-1)^2} \right); \quad (20)$$

$$\begin{aligned} M_b^{\text{II}} &= a \int_0^h \sigma_{Sr}(\varepsilon(z)) (z - z_0) dz = \\ &= \frac{Rah^2}{(k-2)^2} \left(\xi_2 - \frac{(k-1)^2}{\alpha^2 (\beta - \gamma)^2} \ln \left(1 + \alpha \frac{\beta - \gamma}{1 + \gamma} \right) \right); \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \xi_2 &= \frac{\alpha(\beta - \gamma)}{3} + \gamma - \frac{1}{2} + k(k-2) \times \\ &\times \left(\frac{1 - \gamma}{\alpha(\beta - \gamma)} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1 - \gamma + \gamma^2}{\alpha(\beta - \gamma)}; \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} M_s &= \sum_i A_{si} (z_{si} - z_0) \sigma_s(z_{si}) + \\ &+ \int_h^{H+h} b(z) (z - z_0) \sigma_s(z) dz = \end{aligned}$$

$$= \sum_i A_{si} z_{si} \sigma_s(z_{si}) + \int_h^{H+h} b(z) z \sigma_s(z) dz - N_s z_0 = V_a + V_s - N_s z_0. \quad (23)$$

$$V_a = \sum_j A_{sj} z_{sj} \sigma_s(z_{sj}) = \sum_j A_{sj} z_{sj} \sum_{i=1}^9 \sigma_i(z_{sj}) (\chi(z - \zeta_i) - \chi(z - \zeta_{i+1})). \quad (24)$$

$$S_i^{(2)}(u, v) = \int_u^v z \sigma_{si}(z) \chi(z - \zeta_i) dz = \left(\frac{\zeta_i^2 - u^2}{2} \right) \sigma_{si} \left(\frac{2}{3} \frac{\zeta_i^3 - u^3}{\zeta_i^2 - u^2} \right) \chi(u - \zeta_i) + \left(\frac{v^2 - \zeta_i^2}{2} \right) \sigma_{si} \left(\frac{2}{3} \frac{v^3 - \zeta_i^3}{v^2 - \zeta_i^2} \right) \chi(v - \zeta_i); \quad (25)$$

$$V_j^{(s)} = \sum_i \left(S_i^{(2)}(z_j, z_{j+1}) - S_{i+1}^{(2)}(z_j, z_{j+1}) \right). \quad (26)$$

$$V_s = \int_h^{H+h} b(z) z \sigma_s(z) dz = b_1 V_1^{(s)} + b_2 V_2^{(s)} + b_3 V_3^{(s)}. \quad (27)$$

Окончательно предельный момент определяется с учетом формул (19)–(27):

$$M_{ult} = M_b + M_s = M_b^{I,II} + V_a + b_1 V_1^{(s)} + b_2 V_2^{(s)} + b_3 V_3^{(s)} - N_s z_0. \quad (28)$$

Использование функции Хевисайда позволяет не заниматься подробным рассмотрением ветвящихся условных переходов вида «если...»,

то...», а сразу оперировать выражениями формульного типа. Содержащиеся в них условные переходы, реализуемые функцией Хевисайда, обрабатываются уже внутри систем символьной математики. Это позволяет уменьшить возможность появления ошибок при написании вычислительных процедур.

Если ограничиться обычным в инженерной практике рассмотрением перехода бетона в пластику по теории предельного равновесия, т. е. рассмотрением прямоугольной эпюры напряжений в бетоне вместо криволинейной по формуле Сарджина, то формулы (4), (6), (19), (21) значительно упростятся:

$$N_b^I = R_b a z_0; \quad (28)$$

$$N_b^{II} = R_b a h; \quad (29)$$

$$M_b^I = R_b a \frac{z_0^2}{2}; \quad (30)$$

$$M_b^{II} = R_b a h \left(\frac{h}{2} - z_0 \right). \quad (31)$$

Еще большего упрощения можно добиться, если пренебречь учетом упругих деформаций в стальной балке и рассматривать образование идеального пластического шарнира в сечении СЖБ балки. При таком подходе нужно рассмотреть три варианта положения в сечении пластического шарнира:

Рис. 5

Рис. 6

- нейтральная ось проходит в теле бетона;
- нейтральная ось проходит в верхней полке двутавра;
- нейтральная ось проходит в теле стенки двутавра.

Если нейтральная ось проходит в теле бетонной плиты, то инженерная оценка величины предельного момента, воспринимаемого сечением СЖБ балки (без учета арматуры), имеет весьма простой вид:

$$\begin{aligned} x &= \frac{R_y A_s}{R_b a}; \\ M_{ult,0} &= R_b a x \left(\frac{H}{2} + h - \frac{x}{2} \right) = \\ &= R_b a \frac{R_y A_s}{R_b a} \left(\frac{H}{2} + h - \frac{1}{2} \frac{R_y A_s}{R_b a} \right) = \\ &= R_y A_s \left(\frac{H}{2} + h - \frac{1}{2} \frac{R_y A_s}{R_b a} \right). \end{aligned} \quad (32)$$

Варианты расположения нейтральной оси в теле двутавра показаны на рис. 5 и 6.

По рис. 4 имеем

$$\begin{aligned} R_b a h + R_y b \Delta_1 &= R_y A_s - R_y b \Delta_1 \Rightarrow \\ \Delta_1 &= \frac{R_y A_s - R_b a h}{2 R_y b}; \\ M_{ult,1} &= R_y A_s \frac{H+h}{2} - 2 R_y b \Delta_1 \frac{h+\Delta_1}{2} = \\ &= R_y A_s \frac{H+h}{2} - R_y b \Delta_1 (h+\Delta_1). \end{aligned} \quad (33)$$

Аналогично по рис. 5 получается

$$\begin{aligned} R_b a h + R_y b t + R_y (\Delta_2 - t) s &= R_y b t + R_y (H - t - \Delta_2) \Rightarrow \\ \Delta_2 &= \frac{R_y H s - R_b a h}{2 R_y s}; \\ M_{ult,1} &= R_y A_s \frac{H+h}{2} - 2 R_y b t \frac{h+t}{2} - \\ &- 2 R_y (\Delta_2 - t) s \frac{h+t+\Delta_2}{2} = \\ &= R_y A_s \frac{H+h}{2} - R_y b t (h+t) - \\ &- R_y (\Delta_2 - t) s (h+t+\Delta_2). \end{aligned} \quad (34)$$

Формулы (32), (33) и (34) можно объединить в одну:

$$\begin{aligned} M_{ult}^{pls} &= M_{ult,0} \chi \left(h - \frac{R_y A_s}{R_b a} \right) + \\ &+ (M_{ult,1} \chi (t - \Delta_1) + M_{ult,2} \chi (\Delta_2 - t)) \chi \left(\frac{R_y A_s}{R_b a} - h \right). \end{aligned} \quad (35)$$

В содержательном плане представление (35) ничего нового не добавляет, но оно удобно для систем символьной математики. Учет армирования не составляет особых трудностей.

Предлагаемый подход для определения предельного момента в СЖБ балках может быть реализован также и для обычных железобетонных балок. В этом случае интегральное усилие в бетонной балке в общем случае определяется следующим образом:

$$N_b = \int_0^{z_0} b(z) \sigma_{Sr}(z) dz.$$

Если балка прямоугольного сечения, то $b(z) = b = \text{const}$, однако для более сложных сечений, таких, например, как у ригелей сложной формы, появляется необходимость задавать ширину сечения в виде функции $b(z)$. Интегральное усилие в арматуре

$$N_s = \sum_i A_{si} \sigma_s(z_{si}).$$

Положение нейтральной оси находится из уравнения (считая отсутствующими внешние силы)

$$\begin{aligned} \int_0^{z_0} b(z) \sigma_{Sr}(z) dz + \sum_{i=1}^m A_{si} \sigma_s(z_{si}) &= 0; \\ z_0 &= -\frac{h}{\epsilon_{sm} - \epsilon_b}. \end{aligned}$$

Величина предельного момента:

$$\begin{aligned} M_{ult} &= \int_0^{z_0} b(z) (z - z_0) \sigma_{Sr}(z) dz + \\ &+ \sum_i A_{si} (z_{si} - z_0) \sigma_s(z_{si}) = \\ &= \int_0^{z_0} z b(z) \sigma_{Sr}(z) dz + \sum_i z_{si} A_{si} \sigma_s(z_{si}). \end{aligned}$$

Примеры расчета по определению предельного момента

Рассматриваются СЖБ балки со следующими параметрами:

1. Стальная балка: двутавр I30Б2 по ГОСТ Р57837-2017, сталь с245 ($R_y = 235$ МПа); второй вариант — сталь с390 ($R_y = 370$ МПа); $H = 300$ мм; $b = 150$ мм; $t = 9$ мм; $s = 6,5$ мм; $A_s = 46,78$ см²; $I_s = 7209$ см⁴.

Два варианта размеров бетонной плиты:

- $h = 90$ мм; $a = 1230$ мм;
- $h = 120$ мм; $a = 1590$ мм.

Варианты классов бетона:

- В15; $R_b = 8,5$ МПа; $E_b = 24\,000$ МПа;

- В25; $R_b = 14,5$ МПа; $E_b = 30\,000$ МПа;
- В35; $R_b = 19,5$ МПа; $E_b = 34\,500$ МПа.

Варианты армирования:

- нет армирования;
- симметричное армирование сетками $\emptyset 5Bp1-100 \times 100$, $R_{sc} = 435$ МПа; $a_{sc0} = 20$ мм.

2. Стальная балка: двутавр I40B1 по ГОСТ P57837-2017, сталь с245 ($R_y = 235$ МПа); второй вариант — сталь с390 ($R_y = 370$ МПа); $H = 396$ мм; $b = 199$ мм; $t = 11$ мм; $s = 7$ мм; $A_s = 71,16$ см²; $I_s = 20\,019$ см⁴.

Два варианта размеров бетонной плиты:

- $h = 90$ мм; $a = 1200$ мм;
- $h = 120$ мм; $a = 1500$ мм.

Варианты классов бетона:

- В15; $R_b = 8,5$ МПа; $E_b = 24\,000$ МПа;
- В25; $R_b = 14,5$ МПа; $E_b = 30\,000$ МПа;
- В35; $R_b = 19,5$ МПа; $E_b = 34\,500$ МПа.

Варианты армирования:

- нет армирования;
- верхнее армирование $\emptyset 8$ А500С, шаг 150, $R_{sc} = 435$ МПа; $a_{sc0} = 20$ мм.

Таблица 2

Балка 30Б2, сталь с245

Армирование		Армирования нет			Армирование есть		
Класс бетона		B15	B25	B35	B15	B25	B35
Толщина плиты 9 см							
Двухлинейная диаграмма стали	ε_b	-0,00212	-0,00158	-0,00134	-0,00197	-0,00152	-0,00132
	ε_{s2}	0,00714					
	z_0 , м	0,08915	0,07044	0,06178	0,08421	0,06836	0,06065
	M_{ult} , кН·м	197,386	213,852	221,485	202,459	216,118	223,033
	Вариант расчета	1	1	1	1	1	1
Обобщенная диаграмма стали	ε_{b2}	-0,0035					
	ε_s	0,01197	0,01625	0,02187	0,01303	0,01766	0,02271
	z_0 , м	0,08824	0,06911	0,05380	0,08258	0,06452	0,05201
	M_{ult} , кН·м	198,845	222,492	233,483	207,235	226,976	238,245
	Вариант расчета	3	3	3	3	3	3
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,pl}$, м	0,09225	0,06164	0,04583	0,09076	0,05575	0,41450
	$M_{ult,pl}$, кН·м	207,064	229,958	238,646	214,576	235,823	243,680
Толщина плиты 12 см							
Двухлинейная диаграмма стали	ε_b	-0,00192	-0,00137	-0,00114	-0,00183	-0,00135	-0,00115
	ε_s	0,00714					
	z_0 , м	0,08905	0,06741	0,058	0,08551	0,06672	0,05816
	M_{ult} , кН·м	238,125	256,519	262,655	243,102	260,551	266,809
	Вариант расчета	1	1	1	1	1	1
Обобщенная диаграмма стали	ε_{b2}	-0,0035					
	ε_s	0,013	0,0232	0,03117	0,01399	0,02302	0,03071
	z_0 , м	0,08911	0,05506	0,04241	0,08404	0,05544	0,04297
	M_{ult} , кН·м	254,229	266,005	278,737	251,563	271,355	282,321
	Вариант расчета	3	3	3	3	3	3
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,pl}$, м	0,07129	0,04758	0,03546	0,07129	0,04179	0,03108
	$M_{ult,pl}$, кН·м	252,109	270,609	277,330	263,064	279,279	285,170

Таблица 3

Балка 40Б1, сталь с245

Армирование		Армирования нет			Армирование есть		
Класс бетона		B15	B25	B35	B15	B25	B35
Толщина плиты 9 см							
Двухлинейная диаграмма стали	ε_b	-0,00226	-0,00164	-0,00141	-0,00203	-0,00156	-0,00136
	ε_s	0,00714					
	z_0 , м	0,11694	0,09059	0,08033	0,10768	0,08696	0,07774
	M_{ult} , кН · м	359,080	382,509	394,687	370,011	388,243	399,009
	Вариант расчета	2	1	1	2	1	1
Обобщенная диаграмма стали	ε_b	-0,0035					
	ε_s	0,01201	0,0161	0,01854	0,01349	0,01721	0,01994
	z_0 , м	0,10966	0,08677	0,07717	0,10012	0,08214	0,07257
	M_{ult} , кН · м	360,481	389,097	408,428	375,539	402,159	420,435
	Вариант расчета	4	3	3	4	3	3
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,pr}$, м	0,0983	0,0914	0,07247	0,0965	0,08740	0,06499
	$M_{ult,pr}$, кН · м	373,837	406,140	426,934	387,372	418,644	437,646
Толщина плиты 12 см							
Двухлинейная диаграмма стали	ε_b	-0,00205	-0,00153	-0,00131	-0,00188	-0,00145	-0,00125
	ε_s	0,00714					
	z_0 , м	0,11491	0,09086	0,07979	0,10774	0,087	0,07262
	M_{ult} , кН · м	406,458	439,657	455,002	421,229	446,573	459,403
	Вариант расчета	1	1	1	1	1	1
Обобщенная диаграмма стали	ε_b	-0,0035					
	ε_s	0,01231	0,01692	0,02296	0,01344	0,01978	0,02657
	z_0 , м	0,11423	0,08843	0,06825	0,10662	0,07759	0,06005
	M_{ult} , кН · м	410,204	456,567	478,362	432,88	470,808	493,852
	Вариант расчета	3	3	3	3	3	3
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,pr}$, м	0,1218	0,07800	0,05797	0,11585	0,06791	0,05050
	$M_{ult,pr}$, кН · м	427,414	473,146	490,096	449,770	490,416	505,181

3. Стальная балка: сварной двутавр I00Б, сталь с245 ($R_y = 235$ МПа); второй вариант — сталь с390 ($R_y = 370$ МПа); $H = 1006$ мм; $b = 320$ мм; $t = 30$ мм; $s = 18$ мм; $A_s = 362$ см²; $I_s = 584\,000$ см⁴.

Размер бетонной плиты:

- $h = 150$ мм; $a = 2000$ мм.

Варианты классов бетона:

- B35; $R_b = 19,5$ МПа; $E_b = 34\,500$ МПа;

- B50; $R_b = 27,5$ МПа; $E_b = 38\,000$ МПа;

- B60; $R_b = 33$ МПа; $E_b = 39\,500$ МПа.

Варианты армирования:

- нет армирования;

- верхнее армирование $\varnothing 10$ A500С, шаг 150, $R_{sc} = 435$ МПа; $a_{sc0} = 25$ мм.

Расчет по определению предельного момента проводился по формулам (19)–(27) и (28)–(35),

Таблица 4

Балка 30Б2, сталь с390

Армирование		Армирования нет			Армирование есть		
Класс бетона		B15	B25	B35	B15	B25	B35
Толщина плиты 9 см							
Двухлинейная диаграмма стали	ε_b	-0,00321	-0,00217	-0,00182	-0,0028	-0,00206	-0,00176
	ε_s	0,0078					
	z_0 , м	0,11379	0,08479	0,07367	0,10316	0,08143	0,0717
	M_{ult} , кН·м	285,63	312,998	326,339	295,097	317,398	329,017
	Вариант расчета	2	1	1	2	1	1
Обобщенная диаграмма стали	ε_b	-0,0035					
	ε_s	0,00856	0,01273	0,0152	0,00997	0,01355	0,0159
	z_0 , м	0,11315	0,0841	0,07299	0,10135	0,08007	0,07036
	M_{ult} , кН·м	285,83	316,116	334,113	296,525	324,132	340,6
	Вариант расчета	4	3	3	4	3	3
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,pl}$, м	0,09712	0,09113	0,07216	0,09617	0,09019	0,06778
	$M_{ult,pl}$, кН·м	299,161	331,790	352,953	307,213	339,213	359,370
Толщина плиты 12 см							
Двухлинейная диаграмма стали	ε_b	-0,00271	-0,00189	-0,00158	-0,00251	-0,00184	-0,00156
	ε_s	0,0078					
	z_0 , м	0,10806	0,08212	0,07072	0,10235	0,07446	0,06997
	M_{ult} , кН·м	338,727	373,778	388,94	349,116	379,336	393,526
	Вариант расчета	1	1	1	1	1	1
Обобщенная диаграмма стали	ε_b	-0,0035					
	ε_s	0,01001	0,01392	0,01913	0,01059	0,01434	0,01926
	z_0 , м	0,10882	0,08441	0,06495	0,1043	0,08238	0,0646
	M_{ult} , кН·м	341,25	397,117	404,271	350,048	404,241	411,347
	Вариант расчета	3	3	3	3	3	3
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,pl}$, м	0,12098	0,07508	0,05583	0,11802	0,06918	0,05145
	$M_{ult,pl}$, кН·м	356,883	402,360	419,019	370,625	412,590	428,242

и результаты сведены в табл. 2–6. При этом для каждого случая рассматривалось три варианта расчета: по двухлинейной диаграмме стали с предельным нормируемым значением величины ε_{s2} , по обобщенной диаграмме стали и по образованию идеального пластического шарнира. В таблицах через z_0 , M_{ult} обозначены положение нейтральной оси и величина предельного момента, вычисленные по более точным формулам (19)–(27), т. е. с учетом зависимости Сарджина для бетона, а через $z_{0,pl}$, $M_{ult,pl}$ — положение нейтральной оси и величина предельного мо-

мента, вычисленная по инженерным формулам (28)–(35).

В графе «Вариант расчета» цифрами от 1 и 4 обозначены следующие уравнения равновесия, определяющие положение нейтральной оси:

- 1) $N_b^I + N_s = 0$ при условии $\varepsilon_s = \varepsilon_{s2}$, определяется ε_b ;
- 2) $N_b^II + N_s = 0$ при условии $\varepsilon_s = \varepsilon_{s2}$, определяется ε_b ;
- 3) $N_b^I + N_s = 0$ при условии $\varepsilon_b = \varepsilon_{b2}$, определяется ε_s ;
- 4) $N_b^II + N_s = 0$ при условии $\varepsilon_b = \varepsilon_{b2}$, определяется ε_s .

Таблица 5

Балка 40Б1, сталь с390

Армирование		Армирования нет			Армирование есть		
Класс бетона		B15	B25	B35	B15	B25	B35
Толщина плиты 9 см							
Двухлинейная раммдиага стали	ε_b	-0,00356	-0,0024	-0,00193	-0,00319	-0,00221	-0,00184
	ε_s	0,0078					
	z_0 , м	0,15245	0,11444	0,09662	0,14127	0,10728	0,09291
	M_{ult} , кН · м	529,019	568,449	589,018	545,928	579,175	595,998
	Вариант расчета	2	2	2	2	2	2
Обобщенная диаграмма стали	ε_b	-0,0035					
	ε_s	0,00761	0,012	0,01496	0,00879	0,01323	0,01586
	z_0 , м	0,15315	0,10977	0,09215	0,13841	0,10167	0,08786
	M_{ult} , кН · м	528,678	570,743	595,262	557,262	584,917	607,68
	Вариант расчета	4	4	4	4	4	3
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,pl}$, м	0,1006	0,0948	0,0903	0,0992	0,0934	0,083804
	$M_{ult,pl}$, кН · м	572,412	615,008	647,102	586,361	631,210	662,528
Толщина плиты 12 см							
Двухлинейная диаграмма стали	ε_b	-0,00301	-0,00209	-0,00175	-0,00268	-0,00197	-0,00168
	ε_s	0,0078					
	z_0 , м	0,14385	0,10899	0,09476	0,12434	0,09793	0,09135
	M_{ult} , кН · м	589,901	644,115	670,585	612,343	658,409	678,751
	Вариант расчета	2	1	1	2	1	1
Обобщенная диаграмма стали	ε_b	-0,0035					
	ε_s	0,00916	0,01317	0,01567	0,01013	0,0169	0,01643
	z_0 , м	0,14258	0,10832	0,09423	0,13247	0,10379	0,09062
	M_{ult} , кН · м	590,526	652,812	689,994	610,598	667,985	704,78
	Вариант расчета	4	3	3	4	3	3
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,pl}$, м	0,1277	0,1204	0,09128	0,1263	0,11270	0,08380
	$M_{ult,pl}$, кН · м	616,032	685,232	727,180	639,428	707,328	745,906

В соответствии с п. 4.12 СП 159.1325800.2014 величина предельной относительной деформации для конструкционной стали определяется как $\varepsilon_{s2} = \frac{R_y}{E_s} + 0,006$. Для стали с245 она составит $\varepsilon_{s2} = 0,00714$, для стали с390 — $\varepsilon_{s2} = 0,0078$. Основной расчет производился именно по нормируемой величине ε_{s2} . Кроме того, в расчете рассматривался также случай, когда относитель-

ные деформации в стальной балке учитывались в соответствии с полной обобщенной диаграммой деформирования стали, изменяясь в существенно более широких пределах.

Римские верхние индексы I и II соответствуют интегральным усилиям в бетоне, вычисленным по неполному сечению (от положения нейтральной оси до верха плиты), если нейтральная ось находится в теле бетона, и по пол-

Таблица 6

Балка 100Б, толщина плиты 15 см

Армирование		Армирования нет			Армирование есть		
Класс бетона		B35	B50	B60	B35	B50	B60
Сталь с245							
Двухлинейная диаграмма стали	ϵ_b	-0,00165	-0,00134	-0,00124	-0,00157	-0,00131	-0,00121
	ϵ_s	0,00714					
	z_0 , м	0,21607	0,18289	0,17077	0,20833	0,17868	0,16757
	M_{ult} , кН · м	4590,47	4701,13	4748,68	4628,12	4724,91	4768,23
	Вариант расчета	2	2	2	2	2	2
Обобщенная диаграмма стали	ϵ_b	-0,0035					
	ϵ_s	0,01854	0,02271	0,02462	0,01965	0,02354	0,02543
	z_0 , м	0,18359	0,15435	0,1439	0,17476	0,14961	0,13985
	M_{ult} , кН · м	4681,78	4890,73	5006,79	4757,31	4964,43	5078,84
	Вариант расчета	2	2	1	2	1	1
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,пр}$, м	0,1677	0,1517	0,1289	0,1677	0,14639	0,12199
	$M_{ult,пр}$, кН · м	4697,49	4900,85	5010,27	4761,81	4958,48	5062,43
Сталь с390							
Двухлинейная диаграмма стали	ϵ_b	-0,00273	-0,00201	-0,00177	-0,00256	-0,00193	-0,00171
	ϵ_s	0,0078					
	z_0 , м	0,2996	0,23699	0,21298	0,28603	0,22905	0,20767
	M_{ult} , кН · м	6838,52	7116,05	7222,79	6925,33	7166,36	7259,26
	Вариант расчета	2	2	2	2	2	2
Обобщенная диаграмма стали	ϵ_b	-0,0035					
	ϵ_s	0,01027	0,01548	0,01831	0,01131	0,01651	0,01924
	z_0 , м	0,29391	0,21315	0,1855	0,27321	0,20217	0,17794
	M_{ult} , кН · м	6833,34	7178,72	7309,3	6943,64	7254,25	7376,57
	Вариант расчета	4	4	4	4	4	4
Расчет по СП (прямоуг. эпюры)	$z_{0,пр}$, м	0,1819	0,1717	0,1648	0,1799	0,1698	0,1628
	$M_{ult,пр}$, кН · м	7053,46	7305,05	7458,96	7131,68	7371,46	7522,21

ному сечению, если нейтральная ось находится в стальной балке. Таким образом, условия 1 и 2 отвечают достижению предельных деформаций в бетоне, а 3 и 4 — в стальной балке. Серым цветом в таблицах выделены ячейки с предельными значениями относительных деформаций, превышающими величины $\epsilon_{кт} = \frac{14R_y}{E_s} = 0,01597$ (сталь с245) и $\epsilon_{кт} = \frac{17R_y}{E_s} = 0,03053$ (сталь с390) (СП 16.13330.2017). В этих случаях деформации в стали покидают площадку текучести C–D

и поднимаются по участку D–E, вообще говоря, нелинейному (см. рис. 4). При этом происходит рост напряжений в стальной балке, что ведет к увеличению предельного момента.

Из приведенных таблиц видно, что во всех расчетных случаях, кроме одного, первыми достигались предельные относительные деформации в стальной балке. Однако для балки I40Б1 (сталь с390) с толщиной полки 9 см из бетона класса В15 в расчете по предельным деформациям в стали максимальная относительная деформация в бетоне превысила величину $\epsilon_{b2} = 0,0035$

Рис. 7

(см. табл. 5, выделено темно-серым цветом). Из таблиц также видно, что расхождение в определении величины предельного момента по инженерным формулам (28)–(35) в сравнении с формулами (19)–(27) в расчете по ε_{s2} , основанными на зависимости Сарджина, может быть ощутимым: для балки I30Б2 максимальная погрешность 11,1 %, для балки I40Б1 максимальная погрешность 9,7 %, для балки I100Б — 6 %.

Величина предельного момента, вычисленная с использованием обобщенной диаграммы деформирования стали, близка к идеальному пластическому моменту вовсе не во всех расчетных случаях, как можно было бы ожидать, исходя из того, что в этих расчетах относительные деформации в стали практически не лимитировались. Максимальное расхождение составляет 9,8 %, что также можно считать существенным

(см. табл. 5, балка I40Б1, бетон В35, армированная плита толщиной 9 см). При этом в случае балки I100Б величина предельного момента, вычисленная с использованием обобщенной диаграммы деформирования стали, даже превышает величину идеального пластического момента (см. табл. 6, выделено темно-серым цветом). Это можно объяснить тем обстоятельством, что деформации в стали попадают на возрастающий участок диаграммы деформирования, идущий после участка текучести.

Кроме того, необходимо отметить, что максимальная величина предельного момента в расчете по формулам с использованием функции Сарджина может быть достигнута в случае, когда предельные относительные деформации в бетоне не достигают $\varepsilon_{b2} = 0,0035$. Например, в случае балки I30Б2 (сталь c245, бетон В15, $h = 0,15$ м)

Рис. 8

максимальный предельный момент составит $M_{sup} = 198,891 \text{ кН} \cdot \text{м}$ при $\varepsilon_b = 0,0031$, в то время как при $\varepsilon_{b2} = 0,0035$ значение предельного момента $M_{ult} = 198,845 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Разница полученных значений невелика, тем не менее этот факт имеет место. Зависимость предельного момента от ε_b вблизи $\varepsilon_{b2} = 0,0035$ для указанной балки приведена на рис. 7.

Расхождение больше 5–6 % уже можно считать значительным и точность инженерных формул — недостаточной. Кроме того, использование формул (19)–(27) дает понимание, где именно будут достигнуты первыми предельные относительные деформации — в бетонной плите или стальной балке, а также позволяет дать оценку величины этих относительных деформаций. Зная величину относительной деформации в бетоне, можно оценить по формуле Сарджина и напряжения в бетоне. Поскольку с вычислительной точки зрения особой разницы, по каким формулам считать, нет, то использование формул (19)–(27) вполне оправданно.

Необходимо отметить, что в опытах образцы сталежелезобетонных балок со сжатой плитой разрушались при моменте, примерно на 10 % большем теоретического пластического момента (см. [4], с. 190).

Поведение бетона в растянутой зоне — нетривиальный вопрос, поскольку все конструктивные мероприятия по обеспечению совместной работы бетонной плиты и стальной балки — постановка жестких упоров на бетон, стад-болтов и т. п. — предполагают обеспечение работы бетона на сжатие. В предельном состоянии нейтральная ось может подниматься в тело бетона, вследствие чего в массиве бетонной плиты появляется область растянутого бетона, где возможно трещинообразование (рис. 8). Кроме того, за счет смятия бетона на упорах, на концевых участках балки на контакте «сталь–бетон» происходит скачок в деформациях бетона и стали (проскальзывание) и, как утверждается в работах [3, 4], расщепление нейтральной оси на две: одна в теле бетона, вторая в стальной балке. При этом полученные расчеты показывают, что положение нейтральной оси, вычисленное по идеальному пластическому шарниру, может находиться в стальной балке, а с использованием формулы

Сарджина — в теле бетонной плиты, т. е. не все бетонное сечение работает на сжатие.

Исходя из этого, можно сделать вывод о желательности постановки нижнего продольного армирования для обеспечения более полной работы бетона между трещинами. Кроме того, изложенные соображения позволяют утверждать, что формулами по определению предельного момента нужно пользоваться с известной осторожностью. Если в процессе расчета будет получена сравнительно малая величина сжатой зоны бетона по отношению к общей толщине плиты, возможно необходимо переосмыслить конструкцию и изменить параметры СЖБ плиты. Увеличения сжатой зоны бетона можно достичь снижением класса бетона и/или увеличением марки стали. Общее снижение изгибной жесткости при снижении класса бетона по прочности компенсируется более полной его работой на сжатие.

Библиографический список

1. Бельский Г. Е., Одесский П. Д. О едином подходе к использованию диаграмм работы строительных сталей // Промышленное строительство. 1980. № 7. С. 4–6.
2. Грудев И. Д. Устойчивость стержневых элементов в составе стальных конструкций. М.: МИК, 2005. 320 с.
3. Замалиев Ф. С., Биккинин Э. Г. Экспериментальные исследования сталежелезобетонных балок таврового сечения // Известия КазГАСУ. 2014. № 4 (30). С. 134–138.
4. Замалиев Ф. С., Шаймарданов Р. И. Экспериментальные исследования сталежелезобетонных конструкций на крупномасштабных моделях // Известия КазГАСУ. 2008. № 2 (10). С. 47–52.
5. Корнеев М. М. Сталежелезобетонные мосты. Пособие по проектированию мостов. СПб.: ПГУПС, 2015. 400 с.
6. Корнеев М. М. Стальные мосты. Теоретическое и практическое пособие по проектированию мостов: В 2 т. Киев, 2010. Т. 2. 489 с.
7. Чепилко С. О. Расчет сталежелезобетонной балки при мгновенном нагружении с учетом нелинейности диаграммы ε – σ бетона // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 2 (79). С. 85–94.
8. Чепилко С. О. Нелинейная ползучесть в сталежелезобетонной балке // Вестник гражданских инженеров. 2020. № 5 (82). С. 108–116.

References

1. Bel'skiy G. E., Odesskiy P. D. *O edinom podkhode k ispol'zovaniyu diagramm raboty stroitel'nykh staley* [Regarding the unified approach to the use of diagrams illustrating the construction steel performance]. *Promyshlennoe stroitel'stvo – Industrial Construction*, 1980, no. 7, pp. 4–6.
2. Grudev I. D. *Ustoychivost' sterzhnevyykh elementov v sostave stal'nykh konstruktsiy* [Stability of core elements in steel structures]. Moscow, MIK Publ., 2005, 320 p.
3. Zamaliev F. S., Bikinin E. G. *Ekspperimental'nye issledovaniya stalezhelezobetonnykh balok tavravogo secheniya* [Experimental studies of steel-reinforced concrete beams of T-section]. *Izvestiya KazGASU – Bulletin of KSUAE*, 2014, no. 4 (30), pp. 134–138.
4. Zamaliev F. S., Shaymardanov R. I. *Ekspperimental'nye issledovaniya stalezhelezobetonnykh konstruktsiy na krupnomasshtabnykh modelyakh* [Experimental studies of steel-reinforced concrete structures presented in large-scale models]. *Izvestiya KazGASU – Bulletin of KSUAE*, 2008, no. 2 (10), pp. 47–52.
5. Korneev M. M. *Stalezhelezobetonnye mosty. Posobie po proektirovaniyu mostov* [Steel-reinforced concrete bridges. Manual on bridge design]. St. Petersburg, PGUPS Publ., 2015, 400 p.
6. Korneev M. M. *Stal'nye mosty. Teoreticheskoe i prakticheskoe posobie po proektirovaniyu mostov* [Steel bridges. Theoretical and practical guide to bridge design]. In 2 vols. Kiev, 2010, vol. 2, 489 p.
7. Chepilko S. O. *Raschet stalezhelezobetonnoy balki pri mgnovennom zagruzhении s uchetom nelineynosti diagrammy ε – σ betona* [Calculation of steel-reinforced concrete beam for instant loading taking into account the non-linearity of the concrete diagram ε – σ]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2020, no. 2 (79), pp. 85–94.
8. Chepilko S. O. *Nelineynaya polzuchest' v stalezhelezobetonnoy balke* [Nonlinear creep in a steel-reinforced concrete beam]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2020, no. 5 (82), pp. 108–116.