Строительная механика и расчет сооружений

УДК 624:042.12

© Х. М. Ханухов, д-р техн. наук, член-корр. АИН РФ,
ген. директор
(ООО «НПК Изотермик», Москва, Россия)
E-mail: khanukhov48@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-5-70-76

© Kh. M. Khanukhov, Dr. Sci. Tech., Correspondent
Member of Academy of Engineering Sciences
of the Russian Federation, CEO
(LLC «NPK Izotermik», Moscow, Russia)
E-mail: khanukhov48@gmail.com

К РАСЧЕТУ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК НА ПРОЧНОСТЬ

REGARDING THE STRENGTH CALCULATION OF THIN-WALLED SHELLS

На основе анализа закона Паскаля и гидротехнического парадокса применительно к вертикальным цилиндрическим, коническим и шаровым резервуарам, на основе гипотезы плоских сечений по безмоментной теории тонких оболочек делается следующее предложение: давление на стенку по гипотезе плоских сечений производится не всей массой жидкости, ограниченной ее высотой и площадью, а только кольцевой оболочкой, уравновешенной внутренним объемом жидкости. На основании этого в формуле расчета прочности стенок резервуаров предполагается введение поправочных коэффициентов. В случае экспериментального подтверждения данных предположений ожидается экономический эффект в наиболее металлоемкой отрасли промышленности — резервуаростроении и емкостном оборудовании.

Ключевые слова: гипотеза плоских сечений, безмоментная теория тонких оболочек, прочность стенки цилиндрической, конической и шаровой оболочек, закон Паскаля и гидротехнический парадокс, внутренний и внешний объем жидкости, поправочные коэффициенты, уменьшение толщины стенки.

Based on the analysis of Pascal's law and the hydraulic paradox applied to vertical cylindrical, conical and spherical tanks, as well as using the hypothesis of flat sections according to the membrane theory of thin-walled shells, the author makes the following proposal: the pressure on the shell wall, according to the hypothesis of flat sections, is not produced by the entire mass of the liquid, limited by its height and area, but only by an annular shell balanced by the internal volume of the liquid. On this basis, in the formula for calculating the strength of the tank walls, correcting coefficients are supposed to be introduced. In case of these assumptions being confirmed through testing, an economic effect is expected in the most metal-intensive industry, namely, in tank construction and capacitive equipment.

Keywords: hypothesis of flat sections, membrane theory of thin-walled shells, the wall strength of vertical cylindrical, conical and spherical shells, Pascal's law and the hydraulic paradox, internal and external volume of the liquid, correcting coefficients, reduction of the shell wall thickness.

В промышленности большое распространение получили резервуарные конструкции для хранения нефти, нефтепродуктов, сжиженных газов и других взрывопожароопасных веществ. Как правило, их хранят в тонкостенных оболочках вращения — цилиндрических, шаровых, конических [1–5]. Представляет теоретический интерес рассмотрение особенностей давления жидкости на стенки этих резервуаров с учетом гидростатического парадокса, продемонстриро-

ванного Блезом Паскалем [6], и его более раннего математического объяснения, данного Симом Стевином в 1612 г.

К настоящему времени наибольшее распространение получили вертикальные наземные цилиндрические резервуары. Рассмотрим расчет стенки таких резервуаров на прочность. Расчет вертикальных цилиндрических резервуаров ведется на основе гипотезы плоских сечений (ги-

потеза Бернулли) [7] по безмоментной теории тонких оболочек [8, 9] (рис. 1).

Уравнение Лапласа [8] для расчета прочности стенки резервуара:

$$\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} = P, \quad (1)$$

где N_1 и N_2 — соответственно кольцевые и меридиональные усилия; R_1 и R_2 — радиусы кривизны в кольцевом и меридиональном направлении; P — внешние силы, действующие на стенку резервуара, определяемые по формуле

$$P = \rho g (H - x_i), \quad (2)$$

где ρ — плотность продукта, кг/м³; g — ускорение свободного падения (9,81 м/с²); H — высота резервуара, м; x_i — расстояние до исследуемого сечения, м.

Радиусы изгибов для РВС:

$$R_1 = R, R_2 \rightarrow \infty.$$

Поэтому уравнение (1) принимает вид

$$\frac{N_1}{R} = P. \quad (3)$$

Согласно гипотезе плоских сечений (рис. 2):

$$PDdx_i = 2\sigma_{\text{кц}} dx_i t, \quad (4)$$

где D — диаметр резервуара; $\sigma_{\text{кц}}$ — кольцевые напряжения в стенке, $\sigma_{\text{кц}} = \sigma_1$ (см. рис. 1, 2); t — толщина оболочки.

Тогда кольцевые напряжения в стенке $\sigma_{\text{кц}}$ определяются по формуле

$$P2Rdx_i = \sigma_{\text{кц}} 2dx_i t, \quad (5)$$

где

$$\sigma_{\text{кц}} = \frac{PR}{t}; \quad (6)$$

$$t = \frac{PR}{\sigma_{\text{max}}},$$

где

$$\sigma_{\text{max}} = R_y; \quad (7)$$

σ_{max} — расчетное напряжение; R_y — расчетное сопротивление материала конструкции.

Подставляя формулу (2) в формулу (6), получим

$$\sigma_{\text{кц}} = \frac{\rho g (H - x_i) R}{t} < \sigma_{\text{max}} = R_y, \quad (8)$$

поэтому толщину стенки t в сечении x_i можно определить по формуле

$$t_i = \frac{\rho g (H - x_i) R}{\sigma_{\text{max}}}. \quad (9)$$

Учитывая избыточное давление газовых паров в резервуаре (см. рис. 1) и вводя в формулу (9) соответствующие коэффициенты, получим

$$t_i = K_n \frac{[\rho g (H - x_i) K_1 + P_{\text{изб}} K_2] R}{K_p R_y}, \quad (10)$$

где t_i — толщина i -го пояса стенки; K_n — коэффициент надежности по ответственности сооружения; x_i — расстояние от днища до нижней кромки i -го пояса; K_1 — коэффициент перегрузки от гидростатического давления; $P_{\text{изб}}$ — избыточное давление газа в пространстве под кровлей резервуара; K_2 — коэффициент надежности по нагрузке от избыточного давления газа; K_p — коэф-

Рис. 1. Расчетная схема вертикального цилиндрического резервуара

Рис. 2. Расчетная схема резервуара по гипотезе плоских сечений

фициент условий работы для режима хранения продукта.

Как следует из формулы (10), толщина стенки в рассматриваемом сечении зависит и пропорциональна только давлению, создаваемому массой жидкости, ограниченной высотой над данным сечением H и площадью жидкости в этом сечении S , ограниченной ее радиусом R . Как следует из закона Паскаля, давление, производимое на жидкость, передается в любую точку без изменения во всех направлениях.

В то же время, согласно гидростатическому парадоксу (парадоксу Паскаля), сила весового давления налитой в сосуд жидкости на дно сосу-

да может отличаться от веса налитой жидкости. В сосудах с увеличивающимся кверху поперечным сечением сила давления на дно сосуда меньше веса жидкости, а в сосудах с уменьшающимся кверху поперечным сечением она больше веса жидкости (рис. 3, а, б).

Математическое объяснение парадокса, данное Симоном Стевином, состоит в том, что по закону Паскаля жидкость давит не только на дно, но и на стенки сосуда. Если стенки сосуда вертикальные, то силы давления жидкости на его стенки направлены горизонтально и не имеют вертикальной составляющей (рис. 3, в). В этом случае сила давления жидкости на дно сосуда равна весу жидкости в сосуде. Если же сосуд имеет наклонные стенки, давление жидкости на них имеет вертикальную составляющую. В расширяющемся кверху сосуде она направлена вверх (см. рис. 3, б), а в сужающемся кверху сосуде — вниз (см. рис. 3, а). А так как вес жидкости в сосуде равен сумме вертикальных составляющих давления жидкости на всей вертикальной площади сосуда, то он и отличается от давления на дно.

Так как жидкость внутри цилиндрического сосуда находится в равновесии, предположим, что это равновесие реализуется между одинаковыми массами жидкости, которые для одного «плоского сечения» зависят только от его площади S [10]. Это согласуется с предположением Симона Стевина в работе «Принципы равновесия» (1586 г.), в которой он заново открыл законы равновесия жидкостей, исходя из двух предположений. Одно из них состояло в том, что можно рассматривать отдельные части жидкости как

Рис. 3. Силы давления на стенки оболочек вращения

«замороженные» (не изменяющие форму и не взаимодействующие с жидкостью) и находящиеся при этом в равновесии. То есть предположим, что на стенку давит только пристеночная часть этого объема. А внутренний столб жидкости уравновешен с ним (рис. 3, в, 4). В общем случае такими одинаковыми объемами обладают внутренний круг $(S_{кр})_r$ и опоясывающее его кольцо $(S_{кц})_R$. В нашем случае, как это видно на рис. 3, в, 4, это полукруг $(S_{пкр})_r$ и полукольцо $(S_{пкц})_R$.

Таким образом,

$$(S_{пкц})_R = (S_{пкр})_r, \text{ или } S_{пкц} = S_{пкр}, \quad (11)$$

где $(S_{пкц})_R$ — площадь полукольца с радиусом R ; $(S_{пкр})_r$ — площадь полукруга с радиусом r .

Тогда

$$S_{пкц} = (S_{пкр})_R - (S_{пкр})_r = (S_{пкр})_r, \quad (12)$$

или

$$S_{пкц} = \frac{\pi R^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi r^2}{2}; \quad \frac{\pi R^2}{2} = \pi r^2; \quad (13)$$

$$r = \frac{R}{\sqrt{2}} = 0,71 R. \quad (14)$$

Таким образом, величина радиуса полукольца $S_{пкц}$, давящая на стенку резервуара, будет равна

$$R_{пкц} = R - r = R - 0,71R = 0,29R. \quad (15)$$

Таким образом, формула (6) принимает следующий вид:

$$\sigma_{кц} = \frac{PR_{пкц}}{t} = 0,29 \frac{PR}{t}, \quad (16)$$

Рис. 4. Давление пристеночного объема продукта $S_{пкц}$ на стенку цилиндрического резервуара

а толщина стенки для $\sigma_{кц} = \sigma_{max}$ соответственно будет равна

$$t = 0,29 \frac{PR}{\sigma_{max}}. \quad (17)$$

Таким образом, формулы (14) и (15) имеют общий вид, и при использовании соответствующих коэффициентов, отражающих специфику продукта хранения, конструктивные особенности, условия работы и внешних воздействий, формула (10) с коэффициентом 0,29 может быть использована при расчете прочности стенки вертикального цилиндрического резервуара из любых конструкционных материалов.

Применительно к шаровым и коническим оболочкам внутреннее гидростатическое давление на стенку P , с учетом гидростатического парадокса, зависит: для конических оболочек — от величины и угла наклона стенки (см. рис. 3, а, б), а для шаровых — от расположения рассматриваемого сечения: выше или ниже экваториальной линии [3].

Таким образом, равнопрочные конические и шаровые оболочки должны иметь переменную толщину. Это подтверждает и строение природных конструкций. Так, в наиболее близких по форме к сферическим оболочкам куриных яиц толщина скорлупы от острого конца к тупому может изменяться на 12–22 % (ГОСТ 31654–2012¹). А отношение толщины скорлупы к взаимно перпендикулярным внешним контурам (0,003–0,0095) значительно меньше, чем в шаровых металлических резервуарах объемом 600 м³ (0,032) и 2000 м³ (0,01) (РД 03-380-00²).

Однако из технологических соображений толщина всей конструкции принимается постоянной из расчета по наиболее нагруженному сечению.

Рассмотрим напряжение в шаровой оболочке от внутреннего в экваториальном сечении давления $\sigma_{экр}$ вдали от заделки днища и опорных точек. В этом случае влияние гидростатического парадокса отсутствует. Согласно формуле Лапласа

$$\sigma_{экр} = \sigma_1 = \sigma_2 = \frac{PR}{2t}, \quad (18)$$

где R — кривизны сферической оболочки.

¹ Межгосударственный стандарт. ГОСТ 31654–2012. Группа С78. Яйца куриные пищевые. Технологические условия. МКС 67.120.20.

² РД 03-380-00. Инструкция по обследованию шаровых резервуаров и газгольдеров для хранения сжиженных газов под давлением.

Объем шарового резервуара

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3. \quad (19)$$

Тогда, согласно нашему предположению [10] о равновесии между внутренним объемом шаровых оболочек с радиусом r и наружным пристеночным объемом с радиусом R , получаем

$$\frac{4\pi R^3}{3} - \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi r^3}{3}; \quad (20)$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{8}{3} \pi r^3; r^3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{8} R^3; \quad (21)$$

$$r = R \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \text{ в экваториальном сечении; } \quad (22)$$

$$r = 0,79R. \quad (23)$$

Тогда величина радиуса пристеночного шарового объема будет равна

$$R_{\text{прист}} = R - r = R - 0,79R = 0,21R. \quad (24)$$

Таким образом, формула (16) принимает следующий вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{PR_{\text{прист}}}{2t} = 0,21 \frac{PR}{2t}. \quad (25)$$

Толщина стенки в экваториальном (расчетном) сечении для $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_{\text{max}}$ соответственно будет равна

$$t = 0,21 \frac{PR}{2\sigma_{\text{max}}}. \quad (26)$$

Рассмотрим наше предположение [10] о равновесии между внутренним и наружным объемом применительно к конической оболочке (рис. 5).

Объем конической оболочки

$$V = \frac{1}{3} SH = \frac{1}{3} \pi R^2 H, \quad (27)$$

где $S = \pi R^2$ — площадь основания конуса.

Тогда объем внутреннего конуса равен

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h. \quad (28)$$

Согласно нашему предположению [10]:

$$V - V_1 = V_1; \quad (29)$$

$$\frac{1}{3} \pi R^2 H - \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 h, \quad (30)$$

$$R^2 = 2r^2 \frac{h}{H}; \quad (31)$$

$$R = r \sqrt{\frac{2h}{H}}. \quad (32)$$

Рис. 5. Давление пристеночного объема продукта на стенку конической оболочки

Из подобия секущих треугольников

$$\frac{h}{H} = \frac{r}{R}; \quad (33)$$

$$R = r \sqrt{\frac{2r}{R}}; \quad (34)$$

$$R\sqrt{R} = r\sqrt{2r}. \quad (35)$$

Возведем обе части уравнения (35) в квадрат:

$$R^3 = 2r^3, \quad (36)$$

тогда

$$R = r \sqrt[3]{2}; \quad (37)$$

$$R = 1,26r; \quad (38)$$

$$r = \frac{R}{1,26} = 0,79R. \quad (39)$$

Тогда величина радиуса пристеночного конуса будет равна

$$R_{\text{кон}}^{\text{прист}} = R - r = R - 0,79R = 0,21R. \quad (40)$$

Как и у цилиндрических, продольные напряжения $\sigma_{\text{пр}}$ в два раза меньше кольцевых $\sigma_{\text{к}}$ (см. рис. 5). Вдоль образующей напряжения увеличиваются в сторону к большему основанию прямо пропорционально R_x и достигают максимального значения около большего основания, где

$$\sigma_{\text{кк}} = \sigma_{\text{max}} = \frac{PR}{t \cos \alpha}. \quad (41)$$

Тогда при давлении P требуемая толщина оболочки t_x в зависимости от радиуса R_x , с учетом поправочного коэффициента 0,21, будет равна

$$t_x = 0,21 \frac{PR_x}{\sigma_{\text{max}} \cos \alpha}. \quad (42)$$

А максимальная толщина стенки и максимальное напряжение в основании конуса равны

$$t = \frac{PR_{\text{кон}}^{\text{прист}}}{\sigma_{\text{max}} \cos \alpha} = 0,21 \frac{PR}{\sigma_{\text{max}} \cos \alpha}; \quad (43)$$

$$\sigma_{\text{кк}} = \sigma_{\text{max}} = 0,21 \frac{PR}{t \cos \alpha}. \quad (44)$$

Таким образом, формулы (16), (17), (25), (26), (43), (44) имеют общий вид и могут быть использованы в прочностных расчетах тонкостенных оболочек из любых материалов как при гидростатическом нагружении, так и при избыточном внутреннем давлении с использованием, как было отмечено выше, соответствующих коэффициентов, отражающих специфику продуктов хранения, конструктивные особенности, условия изготовления, работы и внешних воздействий.

Данные предположения нуждаются в экспериментальной проверке.

Подтверждение наших предположений может иметь положительный экономический эффект, обусловленный уменьшением толщины поясов стенок этих наиболее металлоемких резервуарных конструкций в случае определения их расчетной толщины по прочности.

Библиографический список

1. Лессиг Е. Н., Лилеев А. Ф., Соколов А. Г. Листовые металлические конструкции. М.: Стройиздат, 1970. 487 с.
2. Стрелецкий Н. С., Беленя Е. И., Ведеников Г. С., Лессиг Е. И., Муханов К. К. Металлические конструкции. Специальный курс / под общ. ред. Н. С. Стрелецкого. М.: Стройиздат, 1965. 370 с.
3. Металлические конструкции. В 3 т. / под общ. ред. В. В. Кузнецова. М.: АСВ, 1998. Т. 2. Стальные конструкции зданий и сооружений. 512 с. (Справочник проектировщика). 512 с.
4. Котляревский В. А., Шаталов А. А., Ханухов Х. М. Безопасность резервуаров и трубопроводов. М.: Экономика и информатика, 2000. 555 с.
5. Мустафин Ф. М., Жданов Р. А., Каравайченко М. Г. и др. Резервуары для нефти и нефтепродуктов. СПб.: Недра, 2010. Т. 1. Конструкции и оборудование. 476 с.
6. Бутиков Е. И., Кондратьев А. С., Бобкин В. В. Физика. М.: Наука, 1994. Кн. 1. Механика. 367 с.
7. Работнов Ю. Н. Соппротивление материалов. М.: Физматгиз, 1962. 456 с.
8. Власов В. З. Избранные труды. М.: Изд-во АН СССР, 1962. Т. 1. Общая теория оболочек. 528 с.
9. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1976. 512 с.
10. Khanukhov Kh. M. On strength calculation of thin-walled shells // Proceedings of the International Conference «Process Management and Scientific Developments» (Birmingham, United Kingdom, January 13, 2021). Pp. 113–119.

References

1. Lessig E. N., Lileev A. F., Sokolov A. G. *Listovye metallicheskie konstruksii* [Steel plate structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1970, 487 p.
2. Streletskiy N. S., et al. *Metallicheskie konstruksii. Spetsial'nyy kurs* [Metal structures. Special course]. Ed. by Streletskiy N. S. Moscow, Stroyizdat Publ., 1965, 370 p.
3. *Metallicheskie konstruksii* [Metal structures]. In 3 vols. Ed. by Kuznetsov V. V. Vol. 2. *Stal'nye konstruksii zdaniy i sooruzheniy* [Steel designs of buildings and

structures]. (*Spravochnik proektirovshchika* [Designer's reference book]). Moscow, ASV Publ., 1998, 512 p.

4. Kotlyarevskiy V. A., Shatalov A. A., Khanukhov Kh. M. *Bezopasnost' rezervuarov i truboprovodov* [Safety of tanks and pipelines]. Moscow, *Ekonomika i informatika* [In: Economics and Informatics], 2000, 555 p.

5. Mustafin F. M., et al. *Rezervuary dlya nefi i nefteproduktov* [Tanks for oil and petroleum products]. Vol. 1, *Konstruktsii i oborudovanie* [Constructions and equipment]. St. Petersburg, Nedra Publ., 2010, 476 p.

6. Butikov E. I., Kondrat'ev A. S., Bobkin V. V. *Fizika* [Physics]. Moscow, Nauka Publ., 1994, pt. 1, *Mekhanika* [Mechanics], 367 p.

7. Rabotnov Yu. N. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962, 456 p.

8. Vlasov V. Z. *Izbrannye trudy* [Selected works]. Vol. 1. *Obshchaya teoriya obolochek* [General theory of shells]. Moscow, AN SSSR Publ., 1962, 528 p.

9. Gol'denveyzer A. L. *Teoriya uprugikh tonkikh obolochek* [Theory of elastic thin-walled shells]. 2-nd ed., revised. Moscow, Nauka Publ., 1976, 512 p.

10. Khanukhov Kh. M. *On strength calculation of thin-walled shells*. Proceedings of the International Conference «Process Management and Scientific Developments» (Birmingham, United Kingdom, January 13, 2021), pp. 113–119.