ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ТЯЖЕЛОГО БЕТОНА В УСЛОВИЯХ ДВУХОСНОГО СЖАТИЯ С РАСТЯЖЕНИЕМ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

FORECASTING THE STRENGTH OF HEAVY CONCRETE UNDER CONDITIONS OF BIAXIAL COMPRESSION WITH TENSION ACCORDING TO THE RESULTS OF MODELING

Приводятся данные по результатам моделирования прочностных свойств бетона при двухосном сжатии с растяжением. Модель разработана на основе анализа задач теории протекания. Прочность узлов решетки определена по результатам одноосных испытаний бетона сжимающей нагрузкой. Элементы структуры моделируются случайными величинами, распределенными по нормальному закону распределения. Из анализа модели представлены результаты, указывающие на влияние порядка приложения нагрузок различного знака на конечные результаты. Выполнено сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными.

Ключевые слова: теория протекания, дискретная решетка, случайная величина, элементы структуры, параметрические точки, двухосное сжатие, двухосное растяжение, напряжения растяжения и сжатия.

The article presents data on the results of modeling the strength properties of concrete under biaxial compression with tension. The model is developed on the basis of the analysis of the problems theory of percolation. The strength of the lattice nodes is determined by the results of uniaxial tests of concrete under compressive load. The elements of the structure are modeled by random variables distributed according to the normal distribution law. From the analysis of the model, there are presented the results indicating the influence of the order of applying the loads of different signs on the final results. The simulation results are compared with experimental data.

Keywords: theory of percolation, discrete lattice, random variable, structural elements, parametric points, biaxial compression, biaxial tension, tension and compression stresses.

Проведение испытаний бетона в условиях двухосного сжатия с растяжением является сложным процессом, включающим не только создание самих испытательных установок, но и выполнение замеров прочностных и деформационных показателей. Вероятно, именно из-за таких сложностей данный вид напряженного состояния представлен в исследованиях в очень ограниченном объеме. Причем порядок проведения испытаний примерно одинаков — двухосное сжатие образцов до определенного уровня с последующим разрушением растягивающей нагрузкой.

Наиболее подробно процесс испытаний, состав испытательных установок и методика выполнения измерений представлены в Рекомендациях по определению прочностных и деформационных характеристик бетона при не одноосных напряженных состояниях (далее — Рекомендации НИИЖБ)¹. Однако и в этом случае (в связи низкой прочностью бетона при растяжении) к образцу прикладывалась сжимающая нагрузка определенного уровня с последующим догрузением до разрушения растягивающей на-

¹ Рекомендации по определению прочностных и деформационных характеристик бетона при не одноосных напряженных состояниях. М.: НИИЖБ, 1985. 72 с.

грузкой. Вместе с тем в обобщенных критериях прочности (например, [3]) форма графика для случая двухосного сжатия с растяжением существенно отлична от графиков, представленных в Рекомендациях НИИЖБ. Можно предположить, что тип нагрузки при догрузении образца до разрушения может изменять и характер самих зависимостей.

В данной статье выполнен анализ данного напряженного состояния по результатам моделирования с целью определения прочности бетона при различных типах разрушающей нагрузки.

В модели используются подходы, применяемые в так называемой теории протекания. Теория протекания, или теория просачивания, — математическая теория, используемая в физике, химии и других областях для описания возникновения связных структур в случайных средах, состоящих из отдельных элементов. Ряд задач формулируется путем представления среды в виде дискретной решетки. Можно выборочно случайным образом отмечать узлы решетки, считая долю отмеченных узлов основным независимым параметром и полагая, что отмеченные узлы можно соединить непрерывной цепочкой с соседними отмеченными узлами. Например, таким образом рассматривается задача с изолятором: если все узлы не отмечены или закрыты, модель является изолятором, но при каком-то критическом значении отмеченных или открытых узлов произойдет перколяционный переход и модель станет проводником.

Использование данной задачи для моделирования процесса разрушения бетона потребовало привязать выключение узлов к какой-либо характеристике бетона, контролируемой при испытаниях, например, прочности. Тогда, задавая числовые значения «внешнего воздействия», узлы с меньшим значением «прочности» будут выключаться, образуя тем самым цепочку взаимосвязанных узлов. Разрушение — это появление цепочки взаимосвязанных узлов, пересекающих исходную решетку.

При испытании бетона на осевое сжатие, наряду с прочностью бетона, фиксируются параметрические точки. Нижняя параметрическая точка, отвечающая за появление первых дефектов в бетоне, называется R_T^0 . В качестве закона распределения прочности узлов может быть принято

нормальное распределение случайной величины (в нашем случае случайная величина — «прочность» узлов решетки). Нормальное распределение характеризуется средним значением случайной величины и средним квадратическим отклонением. В качестве среднего значения может быть принято значение напряжений сжатия при разрушении — R_b . Величина среднего квадратического отклонения (D) определена из условия, что для обычных бетонов величина R_T^0 составляет $0,3R_b$, тогда $D = (R_b - R_T^0)/2$, т. е. по правилам «трех сигм» в диапазоне от R_T^0 до $-(2R_b - R_T^0)$ находится 95 % всех значений «прочности» узлов структуры бетона.

Данное предположение подтверждается в работах профессора Ю. В. Зайцева [2].

По представленному алгоритму была составлена программа, с помощью которой в узлы правильной решетки ставились значения, полученные из выборки нормального распределения с указанными выше характеристиками. Задавая численное значение внешнего воздействия, при его превышении «прочности» узла данный узел считается выключенным: взаимосвязанная цепочка проявлялась при количестве разрушенных узлов, составляющем 50 % от общего числа [4].

Таким образом, получается следующий порядок построения модели:

1. При осевом сжатии появление первых трещин фиксируется при значениях сжимающих напряжений $\sigma_{1c} = R_T^0$, разрушение — при напряжениях, равных $\sigma_{1c} = R_b$. Тогда минимальное значение прочности элементов структуры бетона, при котором начинается рост трещин, для конкретного образца соответствует $r_i = R_T^0$, а наибольшее — $r_i = R_b$ [4].

2. Прочность элементов структуры является случайной величиной r_i и распределена по нормальному закону со следующими характеристиками: математическое ожидание $M = R_b$, в диапазоне от $r_i = R_T^0$ до $r_i = (2R_b - R_T^0)$ располагается не менее 95,5 % (согласуется с [4]) всех возможных значений r_i , следовательно, среднее квадратическое отклонение $D = (R_b - R_T^0)/2$.

3. Из выборки с указанными в п. 2 характеристиками случайным образом берутся значения r_i , которые помещаются в узлы квадратной решетки. Далее последовательно задается условное «внешнее воздействие» σ_i .

4. При росте «внешнего воздействия», когда $\sigma_i > r_p$, происходит последовательное «разрушение» отдельных узлов решетки.

5. При напряжениях сжатия, равных R_b , количество «разрушенных» узлов составляет примерно 50 % от общего числа всех узлов решетки. Появление цепочки взаимосвязанных узлов, пересекающих исходную решетку, означает «разрушение» бетона. Этот процесс описывает поведение бетона при одноосном сжатии, а «разрушение» исходной решетки будет называться неориентированным [4].

6. При двухосном сжатии имеет место четко определенное направление разрушения — трещины располагаются в плоскости действия сжимающих напряжений. «Разрушение» решетки в этом случае будет называться ориентированным. Следует отметить, что количество «разрушенных» узлов при ориентированном разрушении превышает количество «разрушенных» узлов [4] в случае неориентированного разрушения более чем на 40 %. Тогда и наибольшее значение $r_i = r_{\max}$ соответствует прочности бетона при двухосном сжатии R_{b2} , причем $R_{b2} > R_b$. Более высоким значениям R_T^0 (бетоны высокого класса) соответствуют меньшие значения R_{b2} / R_b .

7. Для расчетов следует принимать решетку размером не менее 20×20 (общее количество узлов не менее 400). Порядок работы модели проиллюстрирован на рис. 1 и 2 на примере решетки 5×5 .

Появление трещин при сжатии и растяжении происходит по механизму отрыва [3]. При последовательном воздействии сжимающих/растягивающих напряжений часть узлов будет разрушена уже при предыдущем воздействии. Это приведет к тому, что выключенные из «работы» узлы перераспределят нагрузку на оставшиеся узлы, что учитывается понижающим коэффициентом k .

Представленная выше модель может быть использована для прогнозирования поведения бетона в условиях двухосного сжатия с растяжением.

Исходные данные для моделирования принимаются по результатам испытаний бетона на осевое сжатие/растяжение, а также по аналитическим зависимостям. Для определения значений нижних параметрических точек при растяже-

нии (экспериментально не определяются) можно предположить, что вариация «прочности» узлов решетки при сжатии и растяжении должна оставаться неизменной: коэффициент вариации «прочности» узлов определяется как $k_v = D/R_b$, где D — среднее квадратическое отклонение.

При наличии данных лишь о кубиковой прочности бетона (R) его сопротивление одноосному сжатию рекомендуется принимать $R_b = (0,80 \dots 0,85)R$, а сопротивление одноосному растяжению (в МПа) определять по формуле $R_{bt} = 5R/(45 + R)$ (Рекомендации НИИЖБ).

Обозначим «разрушенные» узлы:

$N_{\max 2}$ — общее количество «разрушенных» узлов при двухосном сжатии;

$N_{\max t}$ — общее количество «разрушенных» узлов при осевом растяжении;

N_i — количество «разрушенных» узлов при данном уровне сжимающих напряжений;

N_{it} — количество «разрушенных» узлов при данном уровне растягивающих напряжений.

Случай двухосного сжатия с последующим разрушением от растягивающей нагрузки. В качестве исходных данных приняты результаты экспериментов, представленных в Рекомендациях НИИЖБ: тяжелый бетон с кубиковой прочностью $R = 42,5$ МПа. По данным² [1]: $R_b = 35,0$ МПа; $R_T^0 = 0,39R_b = 13,7$ МПа; $R_{bt} = 2,45$ МПа; $R_T^0 = 0,39R_{bt} = 0,96$ МПа.

² Рекомендации по определению прочностных и деформационных характеристик бетона при не одноосных напряженных состояниях. М.: НИИЖБ, 1985. 72 с.

21,13	34,17	40,10	35,86	39,51
38,43	28,64	25,18	28,03	47,75
43,69	21,77	33,86	36,80	16,75
32,24	32,55	30,93	43,96	34,37
35,46	49,15	20,05	44,19	54,26

Рис. 1. Порядок работы модели неориентированного разрушения решетки: $M = R_b = 35,0$ МПа; $R_T^0 = 0,39R_b$; $D = 10,6$ МПа. Количество разрушенных узлов $N_{i1} = 12$ шт.; «напряжения разрушения» $\sigma_{\max 1} = 34,17$ МПа

21,13	34,17	40,10	35,86	39,51
38,43	28,64	25,18	28,03	47,75
43,69	21,77	33,86	36,80	16,75
32,24	32,55	30,93	43,96	34,37
35,46	49,15	20,05	44,19	54,26

Рис. 2. Порядок работы модели ориентированного разрушения решетки. Количество разрушенных узлов $N_{c2} = 18$ шт.; «напряжения разрушения» $\sigma_{\max 2} = 40,10$ МПа;
 $N_{c2}/N_{c1} = 1,50$; $\sigma_{\max 2}/\sigma_{\max 1} = 1,174$

Моделирование было проведено на 25 решетках размером 20×20 (400 узлов). В случае двухосного сжатия при R_{b2} количество разрушенных узлов составило $N_{\max 2} = 323$ шт., а при осевом растяжении — $N_{\max 1t} = 226$ шт. Результаты моделирования представлены в табл. 1 и описываются зависимостью

$$\sigma_t / R_{bt} = -1,186(\sigma_{c2} / R_b)^3 + 0,129(\sigma_{c2} / R_b)^2 + 0,045(\sigma_{c2} / R_b) + 1,0, \quad (1)$$

где σ_t — значения напряжений при осевом растяжении; σ_{c2} — значения напряжений при пропорциональном двухосном сжатии.

На рис. 3 дано сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными Рекомендаций НИИЖБ.

Понижающий коэффициент определялся как $k = \sigma_t / R_{bt} = (1 - N_t / N_{\max 1t}) \leq 1,0$. (2)

Таблица 1

Результаты моделирования двухосного сжатия с последующим разрушением от растягивающей нагрузки

Уровень напряжений σ_{c2} / R_b	N_t	$N_t / N_{\max 1t}$	$1 - N_t / N_{\max 1t}$	σ_t / R_{bt} по (2) / по (1)
0	0	0	1,0	1,0 / 1,0
0,39	9	0,04	0,96	0,96 / 1,0
0,58	34	0,15	0,85	0,85 / 0,84
0,77	100	0,44	0,56	0,56 / 0,57
0,965	203	0,90	0,10	0,10 / 0,10
1,21	323	1,43	-0,43	0 / нет

Рис. 3. График зависимости (1): ■ (1...10) — экспериментальные точки по Рекомендациям НИИЖБ

Случай осевого растяжения с последующим разрушением от двухосного сжатия. В качестве исходных данных приняты результаты экспериментов, представленных в Рекомендациях НИИЖБ: тяжелый бетон с кубиковой прочностью $R = 42,5$ МПа. По представленным там же и в [1] данным: $R_{bt} = 2,45$ МПа; $R_t^0 = 0,39R_{bt} = 0,96$ МПа; $R_b = 35,0$ МПа; $R_t^0 = 0,39R_b = 13,7$ МПа.

Моделирование было проведено на 25 решетках размером 20×20 (400 узлов). Результаты моделирования представлены в табл. 2 и описываются зависимостью

$$\sigma_{c2} / R_b = -0,725(\sigma_t / R_{bt})^3 - 0,188(\sigma_t / R_{bt})^2 + 0,063(\sigma_t / R_{bt}) + 1,21. \quad (3)$$

Графически зависимость (3) изображена на рис. 4.

Таблица 2

Результаты моделирования осевого растяжения с последующим разрушением от двухосного сжатия

Уровень напряжений σ_t / R_{bt}	N_{it}	$N_{it} / N_{\max 2}$	$1 - N_{it} / N_{\max 2}$	σ_{c2} / R_b по (4) / по (3)
0	0	0	1,0	1,21 / 1,21
0,37	9	0,03	0,97	1,17 / 1,17
0,56	38	0,12	0,88	1,06 / 1,06
0,76	100	0,31	0,69	0,83 / 0,83
1,0	226	0,70	0,30	0,36 / 0,36

Рис. 4. График зависимости (3): ■ (1...10) — экспериментальные точки по Рекомендациям НИИЖБ

Понижающий коэффициент определялся как

$$k = \sigma_{c2} / R_{b2} = (1 - N_{it} / N_{max2}), \quad (4)$$

где R_{b2} — прочность бетона при двухосном сжатии.

Выводы

1. Результаты моделирования подтверждают, что изменение последовательности приложения растягивающих и сжимающих нагрузок при испытании бетонных образцов на двухосное сжатие с растяжением влияет на получаемые результаты.

Обобщенный график³ для тяжелого бетона с $R = 42,5$ МПа может быть представлен функцией вида

$$(\sigma_t / R_{bt})^{1,72} + (\sigma_{c2} / R_b)^{1,72} = 1,0. \quad (5)$$

Графически зависимость (5) изображена на рис. 5.

2. Экспериментальные точки 1...10 по Рекомендациям НИИЖБ, представленные на рис. 3 и 4, получены для случая двухосного сжатия с последующим растяжением. Их сравнение с результатами моделирования при различной последовательности приложения нагрузок указывает на следующее:

- точки 1...7 (см. рис. 3) подтверждаются результатами моделирования, приведенными

³ Рекомендации по определению прочностных и деформационных характеристик бетона при неодноосных напряженных состояниях. М.: НИИЖБ, 1985. 72 с.

Рис. 5. График зависимости (5)

в табл. 1, и соответствуют случаю двухосного сжатия с последующим растяжением;

- точки 8...10 (см. рис. 4) подтверждаются результатами моделирования, приведенными в табл. 2, что соответствует случаю растяжения с последующим двухосным сжатием. Но все экспериментальные точки 1...10 получены для двухосного сжатия с последующим растяжением⁴. Скорее всего, точка 10 — результат простого пропорционального двухосного сжатия, а точки 8, 9 — растяжения с двухосным сжатием, так как фиксация высоких уровней напряжений сжатия достаточно проблематична, тогда как предварительное растяжение при низких уровнях растягивающих напряжений с последующим разрушением от сжатия не вызывает подобных сложностей.

Библиографический список

1. Берг О. Я., Щербаков Е. Н., Писанко Г. Н. Высокопрочный бетон / под ред. О. Я. Берга. М.: Стройиздат, 1971. 196 с.
2. Зайцев Ю. В. Моделирование деформаций и прочности бетона методами механики разрушения. М.: Стройиздат, 1982. 196 с.
3. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 413 с.
4. Цветков С. В. Прогнозирование прочности тяжелых бетонов в условиях двух- и трехосного пропорционального сжатия // Технологии бетонов. 2018. № 7–8 (144–145). С. 25–29.

⁴ Там же.

References

1. Berg O. Ya., Shcherbakov E. N., Pisanko G. N. *Vysokoprochniy beton* [High-strength concrete]. Ed. by Berg O. Ya. Moscow, Stroyizdat Publ., 1971, 196 p.
2. Zaytsev Yu. V. *Modelirovanie deformatsiy i prochnosti betona metodami mekhaniki razrusheniya* [Modeling the deformations and strength of concrete by the fracture mechanics methods]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1982, 196 p.
3. Karpenko N. I. *Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona* [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1996, 413 p.
4. Tsvetkov S. V. *Prognozirovaniye prochnosti tyazhelykh betonov v usloviyakh dvukh- i trekhosnogo proporsional'nogo szhatiya* [Forecasting the strength of heavy concrete under conditions of two- and three-axis proportional compression]. *Tekhnologii betonov – Technologies of concrete*, 2018, no. 7–8 (144–145), pp. 25–29.