УДК 539.3

© И. В. Каменев, ведущий специалист
(Центр развития технологий профилактики
и предупреждения чрезвычайных ситуаций,
Санкт-Петербург, Россия)

E-mail: ivankam447@rambler.ru

© А. Г. Черных, д-р техн. наук, профессор

© В. М. Попов, канд. техн. наук, доцент

(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)

E-mail: chagrig@lan.spbgasu.ru, popov_vladimir_m@mail.ru

© В. В. Белов, д-р техн. наук, доцент

(АО «Атомэнергопроект», Санкт-Петербург, Россия)

E-mail: vvbelov@atomproekt.com

DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-5-40-48

© I. V. Kamenev, leading expert
(Center for the development of technologies
for management and prevention of emergency situations,
St. Petersburg, Russia)

E-mail: ivankam447@rambler.ru

© A. G. Chernyh, Dr. Sci. Tech., Professor

© V. M. Popov, PhD in Sci. Tech., Associate Professor

(Saint Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering,
St. Petersburg, Russia)

E-mail: chagrig@lan.spbgasu.ru, popov_vladimir_m@mail.ru

© V. V. Belov, Dr. Sci. Tech., Associate Professor

(JSC «Atomenergoproekt», St. Petersburg, Russia)

E-mail: vvbelov@atomproekt.com

УСТОЙЧИВОСТЬ ШАРНИРНО-ПОДВИЖНО ОПЕРТЫХ ПЕРФОРИРОВАННЫХ ОБОЛОЧЕК

STABILITY OF ARTICULATED-MOVABLE SUPPORTED PERFORATED SHELLS

Рассматривается устойчивость пологих оболочечных конструкций прямоугольного плана. Оболочки выполнены из ортотропных композитов, шарнирно-подвижно оперты по контуру и ослаблены вырезами. Разработаны две математические модели деформирования таких конструкций: с учетом дискретного ввода вырезов и по методу конструктивной анизотропии. Проведен расчет устойчивости оболочек трех различных геометрий, выполненных из четырех композиционных материалов. Таким образом, всего исследовано 12 конструкций. Показано, что при увеличении числа вырезов результаты, полученные по методу конструктивной анизотропии, совпадают с результатами, полученными при дискретном введении вырезов.

Ключевые слова: пологие оболочки, ортотропный материал, метод конструктивной анизотропии, шарнирно-подвижное закрепление, вырезы.

The article considers sloping shell structures of rectangular design. The shells are made from orthotropic composite materials, articulated-movable supported on the contour, and weakened with holes. Two mathematical models of deformation of such structures have been developed: taking into account the discrete input of holes and with using the constructive anisotropy method. The shell stability calculation has been carried out, using three different geometries of shells which were made of 4 composite materials. Thus, altogether 12 structures have been investigated. It is shown that with an increase in the number of holes, the results obtained by the constructive anisotropy method coincide with the results obtained with the discrete introduction of holes.

Keywords: shallow shells, orthotropic material, constructive anisotropy method, articulated-movable fixing, holes.

В настоящей работе рассматриваются пологие оболочки, прямоугольные в плане и ослабленные сквозными вырезами. За координатную поверхность возьмем срединный слой конструкции. Оси x, y ортогональной системы координат

направлены по линиям главных кривизн оболочки. Ось z ортогональна срединной поверхности и направлена в сторону вогнутости.

Конструкция выполнена из композитного материала [10–16], ослаблена сквозными вырезами,

закрепление контура конструкции шарнирно-подвижное [9], на оболочку действует равномерно распределенная поперечная нагрузка q (рис. 1).

Для задания координат расположения вырезов воспользуемся составной функцией [1]:

$$H(x, y) = -h \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i), \quad (1)$$

где индексы i и j указывают номер выреза вдоль оси x и y соответственно; n , m — количество вырезов вдоль координатных осей; единичные столбчатые функции $\bar{\delta}(x - x_j)$, $\bar{\delta}(y - y_i)$ равны единице, если точка (x, y) принадлежит вырезу, и равны нулю для прочих точек срединной поверхности. Тогда в точке (x, y) оболочка имеет толщину $h + H(x, y)$.

Учет вырезов будет осуществляться двумя способами: дискретно и по методу конструктивной анизотропии [2, 3]. Различный способ учета вырезов сказывается на формулах для усилий и моментов.

При введении вырезов дискретно удобно использовать жесткостные параметры вырезов $\bar{F}$, $\bar{J}$:

$$\begin{aligned} \bar{F} &= -h \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i); \\ \bar{J} &= -\frac{h^3}{12} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \bar{\delta}(x - x_j) \bar{\delta}(y - y_i). \end{aligned} \quad (2)$$

При использовании метода конструктивной анизотропии можно приближенно принять [1, 4]:

$$\bar{F} = F_A = -h A_A; \quad \bar{J} = J_A = -\frac{h^3}{12} A_A, \quad (3)$$

где A_A — отношение суммарной площади вырезов к общей площади оболочки,

$$A_A = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n r_j r_i}{ab}. \quad (4)$$

Таким образом, преобразуя систему уравнений в смешанной форме, выведенных в [5], в уравнения для пологих оболочек двойкой кривизны, ослабленных сквозными вырезами, получим:

$$\begin{aligned} &\left(k_x \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + k_y \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \theta_1 - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \theta_2 \right) - \\ &- \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \theta_2 - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \theta_1 \right) + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0; \\ &\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\bar{F}}{G_{12} h^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right) + \right. \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{F}}{E_2 h^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\mu_{12} \bar{F}}{E_1 h^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} (\Phi) \right) \Big] + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\bar{F}}{G_{12} h^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right) + \right. \end{aligned}$$

Рис. 1. Схематичное изображение полой перфорированной оболочки

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\bar{F}}{E_1 h^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{\mu_{21} \bar{F}}{E_2 h^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) \Bigg] = \\
& = (\tilde{\chi}_{12}^2 - \tilde{\chi}_1 \tilde{\chi}_2 + k_x \tilde{\chi}_2 + k_y \tilde{\chi}_1); \quad (5) \\
& \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{E_1 \bar{J}}{(1 - \mu_{12} \mu_{21})} (\chi_1 + \mu_{21} \chi_2) \right) + \frac{\partial}{\partial y} (2 \bar{J} G_{12} \chi_{12}) + Q_x = 0; \\
& \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{E_2 \bar{J}}{(1 - \mu_{12} \mu_{21})} (\chi_2 + \mu_{12} \chi_1) \right) + \\
& + \frac{\partial}{\partial x} (2 \bar{J} G_{12} \chi_{12}) + Q_y = 0,
\end{aligned}$$

где $E_1, E_2, \mu_{12}, \mu_{21}$ — модули упругости и коэффициенты Пуассона ортотропного материала; G_{12}, G_{13}, G_{23} — модули сдвига в плоскостях xOy, xOz, yOz ; θ_1, θ_2 — строчные отрицательные производные от функции перемещения точек срединной поверхности вдоль вертикальной оси $W(x, y)$ [6]; $\Phi(x, y)$ — функция изменения напряжений в срединной поверхности; k_x, k_y — главные кривизны оболочки; $\chi_1, \chi_2, \chi_{12}$ — функции изменения кривизн и кручения, выраженные через Ψ_x, Ψ_y — углы поворота отрезка нормали к срединной поверхности в сечениях xOz, yOz соответственно:

$$\chi_1 = \frac{\partial \Psi_x}{\partial x}; \chi_2 = \frac{\partial \Psi_y}{\partial y}; \chi_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \Psi_y}{\partial x} \right). \quad (6)$$

$$Q_x = k G_{13} (h + \bar{F}) (\Psi_x - \theta_1);$$

$$Q_y = k G_{23} (h + \bar{F}) (\Psi_y - \theta_2), k = \frac{5}{6}. \quad (7)$$

Дифференциальные уравнения (5) образуют систему уравнений равновесия в смешанной форме. Данная модель учитывает геометрическую нелинейность, поперечные сдвиги и ортотропию материала. Функции углов поворота Ψ_x, Ψ_y , изменения напряжения Φ и перемещения вдоль вертикальной оси W являются здесь неизвестными.

Алгоритм исследования математической модели деформирования полой оболочки, ослабленной вырезами, идентичен алгоритму исследования гладких оболочек, приведенному в [6]. Здесь так же применяется метод Бубнова — Галеркина с прежними аппроксимирующими функциями, который приводит к системе нелинейных алгебраических уравнений. Данные уравнения так же решаются методом Ньютона. Для реализации приведенного алгоритма в системе аналитических вычислений Maple 2017 был разработан программный продукт для ЭВМ.

Для проведения вычислительного эксперимента были выбраны оболочки трех разных геометрий (табл. 1). Конструкции выполнены из четырех видов композитных материалов (табл. 2). Таким образом, был проведен расчет устойчивости 12 перфорированных оболочечных конструкций из композитного материала (табл. 3).

Как и ранее в работе [2], вырезы распределялись по плану оболочки двумя способами — делением на равные прямоугольные участки (рис. 2, а) и равномерно (рис. 2, б).

Целью данной работы является подтверждение сходимости метода конструктивной анизотропии (МКА). В работе [2] уже было показано, что данный метод работает при большом числе вырезов для изотропных оболочек, закреплен-

Таблица 1

Варианты геометрических характеристик

Параметр	Вариант геометрии		
	1	2	3
$h, \text{ м}$	0,09	0,09	0,09
$a = b, \text{ м}$	5,4	10,8	18
$R_1 = R_2, \text{ м}$	20,25	40,05	45,27

Таблица 2

Варианты физических характеристик материала

Параметр	Углепластик М60J/ Ероху [7]	Графит AS/3501/ Ероху [8]	E-Glass/Ероху [8]	Стеклопластик Т10/ UPE22-27/ Ероху [7]
$E_1, \text{ МПа}$	330 000	138 000	60 700	29 400
$E_2, \text{ МПа}$	59 000	8960	24 800	17 800
$G_{12} = G_{13} = G_{23}, \text{ МПа}$	3900	7100	12 000	3010
μ_{12}	0,320	0,300	0,230	0,123
μ_{21}	0,057	0,019	0,094	0,074

Таблица 3

Варианты рассматриваемых конструкций

Вариант конструкции	Материал	Вариант геометрических характеристик
1	Углепластик М60J/Ероху	1
2	Графит AS/3501/Ероху	1
3	E-Glass/Ероху	1
4	Стеклопластик Т10/УРЕ22-27/Ероху	1
5	Углепластик М60J/Ероху	2
6	Графит AS/3501/Ероху	2
7	E-Glass/Ероху	2
8	Стеклопластик Т10/УРЕ22-27/Ероху	2
9	Углепластик М60J/Ероху	3
10	Графит AS/3501/Ероху	3
11	E-Glass/Ероху	3
12	Стеклопластик Т10/УРЕ22-27/Ероху	3

ных шарнирно-неподвижно. Теперь аналогичное исследование будет проведено для ортотропных оболочек с шарнирно-подвижным закреплением контура. Исследование сходимости метода будет проводиться аналогично методике, представленной в [2]. При заранее выбранном коэффициен-

те относительной площади вырезов A_A проводим расчеты на устойчивость конструкции для четырех отверстий, постепенно увеличивая их число. Для возможности анализировать прогиб в точке $x = y = a/2$ рассматриваются наборы вырезов, не содержащие отверстие в центре конструкции.

Для каждого варианта оболочки результаты исследования устойчивости будут сведены в табл. 4–27 при $A_A = 0,11$ и $A_A = 0,16$. Здесь $M = 2[mn/2]$ — общее число вырезов, квадратные скобки обозначают целочисленное деление; $S_r^A = A_A / M$ — относительная площадь выреза; q_{kr}^A , q_{kr}^I и q_{kr}^{II} — критические нагрузки, полученные по методу конструктивной анизотропии и путем дискретного ввода вырезов по способам их распределения I и II соответственно; Δq_{kr}^I и Δq_{kr}^{II} — относительные отклонения критической нагрузки, вычисляемые по формуле

$$\Delta q_{kr} = \frac{|q_{kr} - q_{kr}^A|}{q_{kr}} 100\%. \quad (8)$$

Предполагается, что метод конструктивной анизотропии сходится к дискретному вводу вырезов, когда относительные отклонения Δq_{kr}^I и Δq_{kr}^{II} не превышают 5 %.

Анализ данных, приведенных в табл. 4–27, показывает, что результаты, полученные по МКА, сходятся с результатами, полученными по дискретному вводу вырезов. При этом сходимость начинается, когда относительная площадь одного выреза S_r^A не превышает значения 0,0069 для

Рис. 2. Схема распределения четырех вырезов по оболочке: а — делением на равные прямоугольные участки; б — равномерно

Таблица 4

**Результаты расчета для оболочки
варианта 1 при $A_A = 0,11$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,5101	0,3352	0,3105	52,239	64,516
8	0,0139		0,4603	0,3850	10,869	32,467
16	0,0069		0,4910	0,4905	4,0816	4,0816
24	0,0046		0,4950	0,4950	3,0303	3,0303

Таблица 5

**Результаты расчета для оболочки
варианта 2 при $A_A = 0,11$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,1803	0,1308	0,1099	37,844	63,983
8	0,0139		0,1687	0,1440	6,8444	25,208
16	0,0069		0,1730	0,1725	4,2197	4,5217
24	0,0046		0,1822	0,1762	1,0699	2,2979

Таблица 6

**Результаты расчета для оболочки
варианта 3 при $A_A = 0,11$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,2420	0,17175	0,1440	40,902	68,055
8	0,0139		0,22600	0,1880	7,0796	28,723
16	0,0069		0,23300	0,2320	3,8626	4,3103
24	0,0046		0,2440	0,2360	0,8197	2,5423

Таблица 7

**Результаты расчета для оболочки
варианта 4 при $A_A = 0,11$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,0890	0,0589	0,0526	51,059	69,256
8	0,0139		0,0809	0,0668	9,9892	33,333
16	0,0069		0,0859	0,0858	3,6390	3,7901
24	0,0046		0,0893	0,0866	0,2801	2,7417

Таблица 8

**Результаты расчета для оболочки
варианта 1 при $A_A = 0,16$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,3615	0,1380	0,1370	161,96	162,91
8	0,0200		0,2800	0,1938	29,107	57,844
16	0,0100		0,3295	0,3375	9,8784	8,4948
24	0,0067		0,3625	0,3460	0,1381	2,3089
36	0,0044		0,3605	0,3485	0,4167	2,1480

Таблица 9

**Результаты расчета для оболочки
варианта 2 при $A_A = 0,16$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,1704	0,0632	0,0669	169,83	154,71
8	0,0200		0,1416	0,0986	20,339	72,907
16	0,0100		0,1572	0,1601	8,3969	6,4667
24	0,0067		0,1725	0,1650	1,2174	3,2727
36	0,0044		0,1705	0,1647	0,0587	3,4608

Таблица 10

**Результаты расчета для оболочки
варианта 3 при $A_A = 0,16$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,2285	0,0918	0,0863	149,05	164,93
8	0,0200		0,1888	0,1260	21,059	81,349
16	0,0100		0,2123	0,2123	7,6560	7,6560
24	0,0067		0,2310	0,2210	1,0823	3,3937
36	0,0044		0,2286	0,2210	0,0437	3,3937

Таблица 11

**Результаты расчета для оболочки
варианта 4 при $A_A = 0,16$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,0840	0,0314	0,0309	167,37	171,67
8	0,0200		0,0665	0,0439	26,316	91,257
16	0,0100		0,0783	0,0798	7,2797	5,3292
24	0,0067		0,0843	0,0810	0,3558	3,7037
36	0,0044		0,0839	0,0813	0,1192	3,3210

Таблица 12

**Результаты расчета для оболочки
варианта 5 при $A_A = 0,11$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,0717	0,0491	0,0427	46,028	56,972
8	0,0139		0,0662	0,0550	8,3082	19,336
16	0,0069		0,0691	0,0690	3,7627	3,8379
24	0,0046		0,0721	0,0699	0,5548	1,4917

Таблица 13

**Результаты расчета для оболочки
варианта 6 при $A_A = 0,11$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,0529	0,0352	0,0317	66,877	58,581
8	0,0139		0,0512	0,0411	28,170	16,015
16	0,0069		0,0514	0,0505	4,7525	3,8354
24	0,0046		0,0544	0,0525	0,7619	1,7596

Таблица 14

Результаты расчета для оболочки
варианта 7 при $A_A = 0,11$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,0918	0,0481	0,0452	103,09	96,975
8	0,0139		0,0819	0,0661	38,880	25,484
16	0,0069		0,0903	0,0888	3,3784	2,5198
24	0,0046		0,0911	0,0885	3,7288	2,2486

Таблица 15

Результаты расчета для оболочки
варианта 8 при $A_A = 0,11$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,0320	0,0217	0,0199	47,465	54,135
8	0,0139		0,0308	0,0250	3,8961	15,948
16	0,0069		0,0312	0,0307	2,5641	3,3993
24	0,0046		0,0325	0,0314	1,5385	1,7246

Таблица 16

Результаты расчета для оболочки
варианта 5 при $A_A = 0,16$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,0678	0,0451	0,0315	50,333	115,24
8	0,0200		0,0548	0,0365	23,723	85,753
16	0,0100		0,0630	0,0641	7,6190	5,7722
24	0,0067		0,0682	0,0654	0,5865	3,6697
36	0,0044		0,0677	0,0655	0,1477	3,5115

Таблица 17

Результаты расчета для оболочки
варианта 6 при $A_A = 0,16$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,0500	0,0389	0,0225	28,535	122,22
8	0,0200		0,0409	0,0271	22,249	84,502
16	0,0100		0,0473	0,0468	5,7082	6,8376
24	0,0067		0,0520	0,0495	3,8462	1,0101
36	0,0044		0,0499	0,0483	0,2004	3,5197

Таблица 18

Результаты расчета для оболочки
варианта 7 при $A_A = 0,16$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,0868	0,0578	0,0383	50,173	126,63
8	0,0200		0,0694	0,0417	25,072	108,15
16	0,0100		0,0836	0,0830	3,8278	4,5783
24	0,0067		0,0859	0,0827	1,0477	4,9577
36	0,0044		0,0867	0,0838	0,1153	3,5799

Таблица 19

Результаты расчета для оболочки
варианта 8 при $A_A = 0,16$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,0302	0,0221	0,0153	36,652	97,386
8	0,0200		0,0257	0,0166	17,510	81,928
16	0,0100		0,0287	0,0286	5,2265	5,5944
24	0,0067		0,0309	0,0295	2,2654	2,3729
36	0,0044		0,0303	0,0292	0,0330	3,4247

Таблица 20

Результаты расчета для оболочки
варианта 9 при $A_A = 0,11$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,0876	0,0527	0,0553	66,224	58,409
8	0,0139		0,0766	0,0626	14,360	39,936
16	0,0069		0,0859	0,0844	1,9790	3,7915
24	0,0046		0,0869	0,0843	0,8055	3,9146

Таблица 21

Результаты расчета для оболочки
варианта 10 при $A_A = 0,11$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,0597	0,0287	0,0332	112,46	79,819
8	0,0139		0,0456	0,0391	30,921	52,685
16	0,0069		0,0570	0,0569	4,7368	4,9209
24	0,0046		0,0586	0,0577	1,8771	3,4662

Таблица 22

Результаты расчета для оболочки
варианта 11 при $A_A = 0,11$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,0625	0,0452	0,0427	38,274	42,322
8	0,0139		0,0512	0,0507	21,595	22,435
16	0,0069		0,0654	0,0619	4,4343	2,7018
24	0,0046		0,0617	0,0611	1,2966	1,7940

Таблица 23

Результаты расчета для оболочки
варианта 12 при $A_A = 0,11$

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0278	0,0266	0,0135	0,0130	97,037	104,62
8	0,0139		0,0210	0,0194	26,667	37,113
16	0,0069		0,0268	0,0261	0,7463	1,9157
24	0,0046		0,0264	0,0261	0,7576	1,9157

Таблица 24

**Результаты расчета для оболочки
варианта 9 при $A_A = 0,16$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,0828	0,0472	0,0439	75,439	88,679
8	0,0200		0,0522	0,0497	58,730	66,667
16	0,0100		0,0704	0,0679	17,647	21,951
24	0,0067		0,0819	0,0790	1,0989	4,8101
36	0,0044		0,0827	0,0801	0,1209	3,4521

Таблица 25

**Результаты расчета для оболочки
варианта 10 при $A_A = 0,16$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,0565	0,0322	0,0299	75,439	88,679
8	0,0200		0,0356	0,0339	58,730	66,667
16	0,0100		0,0480	0,0463	17,647	21,951
24	0,0067		0,0550	0,0539	2,7273	4,8237
36	0,0044		0,0584	0,0541	3,2534	4,4362

Таблица 26

**Результаты расчета для оболочки
варианта 11 при $A_A = 0,16$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,0590	0,0336	0,0312	75,439	88,679
8	0,0200		0,0372	0,0354	58,730	66,667
16	0,0100		0,0502	0,0484	17,647	21,951
24	0,0067		0,0579	0,0570	1,8998	3,5088
36	0,0044		0,0574	0,0567	2,7875	4,0564

Таблица 27

**Результаты расчета для оболочки
варианта 12 при $A_A = 0,16$**

M	S_r^A	q_{kr}^{AA} , МПа	q_{kr}^I , МПа	q_{kr}^{II} , МПа	Δq_{kr}^I , %	Δq_{kr}^{II} , %
4	0,0400	0,0252	0,0144	0,0134	75,439	88,679
8	0,0200		0,0159	0,0159	58,730	66,667
16	0,0100		0,0214	0,0214	17,647	21,951
24	0,0067		0,0248	0,0248	1,6129	2,8571
36	0,0044		0,0245	0,0245	2,8571	3,704

любого из вариантов относительной суммарной площади вырезов A_A , а число вырезов не менее 16. Таким образом, сходимость МКА не зависит ни от геометрии оболочки, ни от физических характеристик материала, ни от мест расположения вырезов.

Библиографический список

1. Карпов В. В., Игнатъев О. В., Сальников А. Ю. Нелинейные математические модели деформирования оболочек переменной толщины и алгоритмы их исследования. М.: АСВ; СПб.: СПбГАСУ, 2002. 420 с.
2. Каменев И. В., Семенов А. А. Обоснование использования метода конструктивной анизотропии при расчете пологих оболочек двоякой кривизны, ослабленных вырезами // Вестник Пермского нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. 2016. № 2. С. 54–68. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.2.05.
3. Karpov V. V., Maslennikov A. M. Methods for Solving Non-Linear Tasks for Calculating Construction Structures // World Applied Sciences Journal. 2013. Vol. 23. No 13 (Problems of Architecture and Construction). Pp. 178–183. DOI: 10.5829/idosi.wasj.2013.23.pac.90035.
4. Соловей Н. А., Кривенко О. П., Малыгина О. А. Конечнэлементные модели исследования нелинейного деформирования оболочек ступенчато-переменной толщины с отверстиями, каналами и выемками // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 56–69. DOI: 10.5862/MCE.53.6.
5. Karpov V. V., Semenov A. A. Mixed-form equations for stiffened orthotropic shells of arbitrary canonical shape with static loading // Journal of Mechanics. 2018. Vol. 34. No 4. Pp. 469–474. DOI: 10.1017/jmech.2017.82.
6. Каменев И. В., Семенов А. А. Устойчивость пологих ортотропных оболочек двоякой кривизны при шарнирно-подвижном закреплении контура // Вестник Пермского нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. 2018. № 2. С. 32–43. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.2.04.
7. Ungbhakorn V., Singhatanadgid P. A Scaling Law for Vibration Response of Laminated Doubly Curved Shallow Shells by Energy Approach // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2009. Vol. 16. No 5. Pp. 333–344. DOI: 10.1080/15376490902970430.
8. Smerdov A. A., Buyanov I. A., Chudnov I. V. Analysis of optimal combinations of requirements to developed CFRP for large space-rocket designs // Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building. 2012. Issue 8. Pp. 70–77. DOI: 10.18698/0536-1044-2012-8.
9. Bich D. H., Nam V. H., Phuong N. T. Nonlinear postbuckling of eccentrically stiffened functionally graded plates and shallow shells // Vietnam Journal of Mechanics. 2011. Vol. 33 (3). Pp. 131–147.
10. Okhovat R., Boström A. Dynamic equations for an orthotropic cylindrical shell // Composite Structures. 2018. Vol. 184. Pp. 1197–1203. DOI: 10.1016/j.compstruct.2017.10.034.
11. Sofiyev A. H., Pancar E. B. The effect of heterogeneity on the parametric instability of axially excited orthotropic

conical shells // *Thin-Walled Structures*. 2017. Vol. 115. Pp. 240–246. DOI: 10.1016/j.tws.2017.02.023.

12. Хайруллин Ф. С., Сахбиев О. М. Расчет ортотропных конструкций вариационным методом на основе трехмерных функций с конечными носителями // Вестник Пермского нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. 2017. № 2. С. 195–207. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.2.11.

13. Gao K., Gao W., Wu D., Song C. Nonlinear dynamic stability of the orthotropic functionally graded cylindrical shell surrounded by Winkler-Pasternak elastic foundation subjected to a linearly increasing load // *Journal of Sound and Vibration*. 2017. Vol. 415. Pp. 147–168. DOI: 10.1016/j.jsv.2017.11.038.

14. Биткин В. Е., Жидкова О. Г., Комаров В. А. Выбор материалов для изготовления размеростабильных несущих конструкций // Вестник Самарского ун-та. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 1. С. 100–117. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-100-117.

15. Paccola R. R., Sampaio M. S. M., Coda H. B. Continuous stress distribution following transverse direction for FEM orthotropic laminated plates and shells // *Applied Mathematical Modelling*. 2016. Vol. 40. No. 15–16. Pp. 7382–7409. DOI: 10.1016/j.apm.2016.03.005.

16. Korobko V. I., Savin S. Yu., Ivlev I. A. Stability analysis of orthotropic plates by the form factor interpolation method // *Procedia Engineering*. 2017. Vol. 206. Pp. 924–928. DOI: doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.573.

References

1. Karpov V. V., Ignat'ev O. V., Sal'nikov A. Yu. *Nelineynye matematicheskie modeli deformirovaniya obolochek peremennoy tolshchiny i algoritmy ikh issledovaniya* [Nonlinear mathematical models of deformation of shells of variable thickness and algorithms for studying them]. Moscow, ASV Publ., St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2002, 420 p.

2. Kamenev I. V., Semenov A. A. *Obosnovanie ispol'zovaniya metoda konstruktivnoy anizotropii pri raschete plogikh obolochek dvoyakoy krivizny, oslablennykh vyrezami* [Substantiation of the use of the constructive anisotropy method in the calculation of flat shells of double curvature weakened by holes]. *Vestnik Permskogo nats. issled. politekhn. un-ta. Mekhanika – Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University*, 2016, no. 2, pp. 54–68. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.2.05

3. Karpov V. V., Maslennikov A. M. Methods for solving non-linear tasks for calculating construction structures. *World Applied Sciences Journal*, 2013, vol. 23, no. 13 (Problems of Architecture and Construction), pp. 178–183. DOI: 10.5829/idosi.wasj.2013.23.pac.90035

4. Solovey N. A., Krivenko O. P., Malygina O. A. *Konechnoelementnye modeli issledovaniya nelineynogo deformirovaniya obolochek stupenchato-peremennoy tolshchiny s otverstiyami, kanalami i vyemkami* [Finite element models for studying nonlinear deformation of shells of stepwise variable thickness with holes, channels and recesses]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal – Civil Engineering magazine*, 2015, no. 1 (53), pp. 56–69. DOI: 10.5862/MCE.53.6

5. Karpov V. V., Semenov A. A. Mixed-form equations for stiffened orthotropic shells of arbitrary canonical shape with static loading. *Journal of Mechanics*, 2018, vol. 34, no 4, pp. 469–474. DOI: 10.1017/jmech.2017.82

6. Kamenev I. V., Semenov A. A. *Ustoychivost' plogikh ortotropnykh obolochek dvoyakoy krivizny pri sharnirno-podvizhnom zakreplenii kontura* [Stability of flat orthotropic shells of double curvature with hinge-movable contour fixing]. *Vestnik Permskogo nats. issled. politekhn. un-ta. Mekhanika – Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*, 2018, no. 2, pp. 32–43. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.2.04

7. Ungbhakorn V., Singhatanadgid P. A scaling law for vibration response of laminated doubly curved shallow shells by energy approach. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2009, vol. 16, no 5, pp. 333–344. DOI: 10.1080/15376490902970430

8. Smerdov A. A., Buyanov I. A., Chudnov I. V. Analysis of optimal combinations of requirements to developed CFRP for large space-rocket designs. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2012, issue 8, pp. 70–77. DOI: 10.18698/0536-1044-2012-8

9. Bich D. H., Nam V. H., Phuong N. T. Nonlinear post-buckling of eccentrically stiffened functionally graded plates and shallow shells. *Vietnam Journal of Mechanics*, 2011, vol. 33 (3), pp. 131–147.

10. Okhovat R., Boström A. Dynamic equations for an orthotropic cylindrical shell. *Composite Structures*, 2018, vol. 184, pp. 1197–1203. DOI: 10.1016/j.compstruct.2017.10.034

11. Sofiyev A. H., Pancar E. B. The effect of heterogeneity on the parametric instability of axially excited orthotropic conical shells. *Thin-Walled Structures*, 2017, vol. 115, pp. 240–246. DOI: 10.1016/j.tws.2017.02.023

12. Khayrullin F. S., Sakhbiev O. M. *Raschet ortotropnykh konstruktsiy variatsionnym metodom na osnove trekhmernykh funktsiy s konechnymi nositelyami* [Computing orthotropic constructions using the variation method based on three-dimensional functions with final carriers]. *Vestnik Permskogo nats. issled. politekhn. un-ta. Mekhanika – Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*, 2017, no. 2, pp. 195–207. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.2.11

13. Gao K., Gao W., Wu D., Song C. Nonlinear dynamic stability of the orthotropic functionally graded cylindrical

shell surrounded by Winkler-Pasternak elastic foundation subjected to a linearly increasing load. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, vol. 415, pp. 147–168. DOI:10.1016/j.jsv.2017.11.038

14. Bitkin V. E., Zhidkova O. G., Komarov V. A. *Vybor materialov dlya izgotovleniya razmerostabil'nykh nesushchikh konstruktsiy* [Selection of materials for the manufacture of dimensionally stable load-bearing structures]. *Vestnik Samarskogo un-ta. Aerokosmicheskaya tekhnika, tekhnologii i mashinostroyeniye – Bulletin of the Samara University. Aerospace engineering, technology and*

mechanical engineering, 2018, vol. 17, no. 1, pp. 100–117. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-100-117

15. Paccola R. R., Sampaio M. S. M., Coda H. B. Continuous stress distribution following transverse direction for FEM orthotropic laminated plates and shells. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, vol. 40, no. 15–16, pp. 7382–7409. DOI: 10.1016/j.apm.2016.03.005

16. Korobko V. I., Savin S. Yu., Ivlev I. A. Stability analysis of orthotropic plates by the form factor interpolation method. *Procedia Engineering*, 2017, vol. 206, pp. 924–928. DOI: doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.573