Проектирование и строительство дорог, метрополитенов, аэродромов, мостов и тоннелей

УДК 624.6.036.5

DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-3-120-126

© А. В. Макаров, канд. техн. наук, доцент
© С. А. Калиновский, канд. техн. наук, доцент
(Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия)
E-mail: pr.makarov@mail.ru, sk0522@yandex.com

© A. V. Makarov, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
© S. A. Kalinovsky, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
(Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia)
E-mail: pr.makarov@mail.ru, sk0522@yandex.com

УНИФИКАЦИЯ В ПРОЕКТИРОВАНИИ ЧЕТЫРЕХПРОЛЕТНЫХ НЕРАЗРЕЗНЫХ МОСТОВ

UNIFICATION IN THE DESIGN OF FOUR-SPAN CONTINUOUS BRIDGES

Рассматриваются вопросы создания неразрезных металлических и монолитных железобетонных пролетных строений мостов, которые являются наиболее эффективными. Эффективность достигается посредством поиска возможностей для унификации конструкций при наиболее удачных вариантах обеспечения ими требуемой несущей способности с наименьшими затратами строительных материалов. Если ввести определенный коэффициент длины крайних пролетов моста относительно средних, то можно достичь равенства опорных или пролетных изгибающих моментов. Такая работа конструкции позволит возводить пролетное строение моста будто бы из трех типов унифицированных блоков, что позволит снизить трудоемкость и стоимость строительных работ.

Ключевые слова: неразрезная схема моста, четырехпролетный мост, опорные моменты, пролетные моменты, унификация блоков, коэффициент длины.

The article deals with the creation of continuous metal and monolithic reinforced concrete bridge span structures, which are the most efficient. Efficiency is achieved by searching for opportunities to unify structures with the most successful options for providing them with the required load-bearing capacity with the lowest cost of building materials. If a certain coefficient of the length of the extreme relative to the average is introduced, there can be achieved the equality of the transverse moments of spans. Such performance of the structure will allow building the bridge span as if combined from three types of unified blocks, which would reduce the labor complexity and the cost of construction work.

Keywords: continuous bridge structure, four span bridge, support moments, span moments, unification of blocks, length coefficient.

Введение

Известно, что неразрезная статическая схема в сравнении с разрезной имеет ряд преимуществ: меньшие пролетные моменты, равномерное распределение моментов в пролете [1, 2], следовательно, возможность увеличения длины пролетов моста. Эти достоинства неразрезной схемы давно используются проектировщиками на практике (рис. 1). Однако поиску лучшего экономического соотношения пролетов уделяется мало внимания. В литературе приводятся лишь

приблизительные значения соотношений пролетов в целом для мостов, а не для конкретных неразрезных плетей. Иногда соотношение пролетов назначают из архитектурных соображений, что, конечно, важно для архитектурной выразительности моста и, возможно, не является оптимальным. Вопросы выбора оптимального соотношения пролетов мостов с точки зрения минимизации действующих усилий рассматривались в работах авторов [3, 4] для арочных систем.

Рис. 1. Мост неразрезной балочной системы

1. Исследование примеров из практики проектирования мостов

Неразрезные плиты могут состоять из различного числа пролетов. В мостостроительной практике часто используют трехпролетные неразрезные мосты. Примером является мост через Волго-Донской судоходный канал, сооружаемый на новой объездной дороге вокруг Волгограда, необходимость строительства которого была отражена в работе [5] и подчеркивалась впоследствии различными информантами и представителями властей¹. Схема неразрезной плиты моста 105 + 147 + 105. Общая длина пролетного строения составила 357 м. Для унификации конструкций при проектировании и строительстве следует величины средних пролетов делать одинаковыми, а крайние пролеты должны иметь такую длину, при которой изгибающие моменты в неразрезной балке будут одинаковыми. В специальной литературе данные по коэффициенту длины очень приблизительные и неконкретные [6, 7], в связи с чем при их использовании возможны ошибки, из-за которых со временем приходится восстанавливать эксплуатационные качества мостового сооружения, тратя финансовые ресурсы [8]. Точные значения коэффициента длины крайнего пролета неразрезного трехпролетного моста были определены и описаны в работах [9, 10]. Приравнявая максимальные изги-

бающие моменты в крайнем и среднем пролетах, получим следующее выражение:

$$\frac{ql^2}{8} - \frac{ql^2(n^3 + 1)}{4(2n + 3)} = \left(\frac{ql \cdot n}{2} - \frac{M_{оп}}{l \cdot n} \right) \times \left(\frac{ql}{2} - \frac{M_{оп}}{ql \cdot n} \right) - \frac{q}{2} \left(\frac{l \cdot n}{2} - \frac{M_{оп}}{ql \cdot n} \right)^2,$$

из решения которого получен коэффициент соотношения пролетов. Он составил $n = 0,794$ при равенстве пролетных моментов (опорные моменты в симметричном трехпролетном мосте всегда равны).

Таким образом, для равенства пролетных моментов в балках пролетного строения моста через Волго-Донской канал следовало запроектировать схему пролетов 109 + 138 + 109.

Трехпролетные неразрезные сооружения часто используются при проектировании путепроводов через автомобильные и железные дороги, на транспортных развязках и в мостах через небольшие реки.

Расчеты этих транспортных сооружений на различные виды нагрузок можно выполнять также с помощью известных расчетных комплексов [11–13] или использовать суперэлементный подход [14, 15], который позволяет оптимизировать процесс расчета.

2. Определение оптимального соотношения пролетов для четырехпролетного моста и анализ результатов

Наряду с трехпролетными неразрезными мостами часто встречаются четырехпролетные

¹ Под Волгоградом начали строить мост-дублер через Волго-Донской канал. 13.11.2019 // URL: <https://v1.ru/text/transport/66347614/> (дата обращения: 7.04.2020).

мосты или мосты с четырехпролетными неразрезными плетями. Исследуем неразрезное пролетное строение моста с четырьмя пролетами. Для простоты и наглядности рассмотрим ситуацию, при которой строение загружено только постоянной нагрузкой (варианты приложения временной нагрузки различны, но при любом их приложении соотношения между изгибающими моментами и поперечными силами в различных сечениях неразрезной балки будут оказывать важное влияние на выбор соотношений между размерами пролетов моста, не говоря уже о том случае, когда временная нагрузка приложена по всей длине мостовой балки — тогда эти соотношения окажутся совершенно такими же). На рис. 2 показана схема нагружения балки постоянной нагрузкой $q = q_{\text{пост}}$, эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

Исследуемая балка симметрична, следовательно, система уравнений балочных моментов состоит из двух уравнений [15], потому что $M_1 = M_3$ [16].

$$M_1 \cdot 2l(n+1) + M_2 \cdot l = -6 \left(\frac{q_{\text{пост}}(nl)^3}{24} + \frac{q_{\text{пост}}l^3}{24} \right);$$

$$M_1 \cdot 2l + M_2 \cdot 4l = -6 \left(\frac{q_{\text{пост}}l^3}{24} + \frac{q_{\text{пост}}l^3}{24} \right). \quad (1)$$

Рис. 2. Схема работы неразрезной балки при равенстве опорных моментов. Здесь $x_1 = \frac{ql \cdot n}{2q} - \frac{M_1}{l \cdot n \cdot q}$, $x_2 = \frac{l}{2}$

В решении этой системы уравнений возможны два случая:

1) равенство опорных изгибающих моментов (см. рис. 2);

2) равенство пролетных изгибающих моментов (рис. 3).

Рассмотрим **первый случай** — равенство опорных моментов $M_1 = M_2$. Тогда из второго уравнения (1) получим $M_1 = -\frac{q_{\text{пост}}l^2}{12}$, а из первого после преобразований — $n^2 = 2/3$. Коэффициент длины крайнего пролета составил $n = 0,8165$.

Определим значения пролетных моментов. При равных опорных моментах $M_1 = M_2$ пролетный момент второго пролета составит

$$M_{\text{оп}}^2 = \left(\frac{ql^2}{24} \right) = 0,0416ql^2.$$

Пролетный момент первого пролета получим из выражения

$$M_{\text{оп}}^1 = \left(\frac{ql \cdot 0,8165}{2} - \frac{M_1}{l \cdot 0,8165} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{l \cdot 0,8165}{2} - \frac{M_1}{ql \cdot 0,8165} \right) -$$

$$- q/2 \left(\frac{l \cdot 0,8165}{2} - \frac{M_1}{ql \cdot 0,8165} \right)^2.$$

Подставляя значение опорного момента M_1 , получим

$$M_{\text{лпр}} = 0,0468ql^2.$$

Значения моментов различаются на 11 %.

Второй случай — условие равенства пролетных моментов в неразрезной балке требует составления нового уравнения. На рис. 3 показаны пролетные сечения, в которых будут действовать максимальные изгибающие моменты. В этом случае опорные моменты не равны.

$$M_{\text{лоп}} = \left(\frac{qln}{2} - \frac{M_1}{ln} \right) \left(\frac{ln}{2} - \frac{M_1}{qln} \right) - q/2 \left(\frac{ln}{2} - \frac{M_1}{qln} \right)^2; \quad (2)$$

$$M_{2\text{оп}} = \left(\frac{qln}{2} - \frac{M_1}{ln} \right) \left(ln + \frac{M_1 - M_2}{ql} + l/2 \right) -$$

$$- \left(\frac{qln}{2} + \frac{M_1}{ln} + \frac{ql}{2} + \frac{M_1 - M_2}{l} \right) \left(\frac{M_1 - M_2}{ql} + \frac{l}{2} \right) +$$

$$+ q/2 \left(ln + \frac{M_1 - M_2}{ql} + \frac{l}{2} \right)^2. \quad (3)$$

Выразив значения моментов из системы (1) и подставив в выражение (2) и (3), после пре-

образований получим разрешающее уравнение в виде

$$\begin{aligned} & \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{4n} \left(1 + \frac{4n+2-2n^3}{-4n-3} \right) \right) \times \\ & \times \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{4n} \left(1 + \frac{4n+2-2n^3}{-4n-3} \right) \right) - \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{4n} \left(1 + \frac{4n+2-2n^3}{-4n-3} \right) \right)^2 - \\ & - \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{4n} \left(1 + \frac{4n+2-2n^3}{-4n-3} \right) \right) \times \\ & \times \left(n + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{n+0,5-0,5n^3}{-4n-3} \right) + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{4n+2-2n^3}{-4n-3} \right) \right) - \\ & - \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{4n+2-2n^3}{-4n-3} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \left(\frac{n+0,5-0,5n^3}{-4n-3} \right) + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{4n+2-2n^3}{-4n-3} \right) + \frac{1}{2} \right) \times \\ & \times \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{n+0,5-0,5n^3}{-4n-3} \right) + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{4n+2-2n^3}{-4n-3} \right) + \frac{1}{2} \right) + \end{aligned}$$

Рис. 3. Схема работы неразрезной балки при равенстве пролетных моментов. Здесь $x_1 = \frac{ql \cdot n}{2q} - \frac{M_1}{l \cdot n \cdot q}$, $x_2 = \frac{l}{2} - \frac{M_2 - M_1}{ql}$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{2} \left(n - \frac{1}{2} \left(\frac{n+0,5-0,5n^3}{-4n-3} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{4n+2-2n^3}{-4n-3} \right) + \frac{1}{2} \right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Решая уравнение относительно n , получим коэффициент длины крайнего пролета $n = 0,787$.

Опорные моменты определяются из решения системы уравнений (1) и при $n = 0,787$ составят

$$M_1 = -\frac{g_{\text{пост}} l^2}{14}; \quad M_2 = -\frac{6g_{\text{пост}} l^2}{56}.$$

Значения опорных моментов, действующих в неразрезной балке, различаются на 5 %.

Равенство опорных либо пролетных изгибающих моментов в сечениях пролетного строения позволяет разбить все неразрезное пролетное строение на унифицированные блоки трех характерных видов:

- первый блок (B1) рассчитывается на действующие пролетные положительные моменты;
- второй блок (B2) воспринимает нагрузки в зоне внутренних, промежуточных опор;
- третий блок (B3) промежуточный, объединяет два первых блока и воспринимает небольшие моменты обоих знаков, или концевой блок.

Покажем разбиение на унифицированные блоки пролетного строения с центральными пролетами 63 м. Крайние пролеты с учетом полученных коэффициентов составят в случае равенства пролетных моментов 52,5 м. Общая длина моста полученной схемы 52,5 + 63 + 63 + 52,5 = 231 м, что соответствует 11 блокам по 21 м. В проектировании и строительстве металлических мостов приняты стандартные длины блоков 21 м и 10,5 м. Располагая блоки в соответствии с действующими усилиями, получим экономичное пролетное строение моста (рис. 4).

Рис. 4. Деление неразрезной плиты пролетного строения моста на унифицированные блоки: B2 — блок опорного сечения; B1 — блок пролетного сечения; B3 — промежуточный блок

В современных условиях при проектировании инфраструктуры автомобильных дорог и искусственных сооружений все чаще используются БИМ-технологии [17, 18]. Стандартизация и унификация при этом вновь становятся требованием времени, что отражено в ОДМ 218.1.002–2010². Модели унифицированных пролетов мостовых сооружений могут быть включены в модели данных при проектировании инфраструктуры автомобильных дорог [19].

Выводы

1. В неразрезных балочных пролетных строениях возможно так назначать размеры пролетов, чтобы действующие опорные моменты принимали одинаковые значения.

2. Равенство значений действующих опорных моментов требует соотношения пролетов $1/0,787$, а равенство пролетных моментов — $1/0,8165$.

3. Действие одинаковых по величине изгибающих моментов (опорных или пролетных) в балках пролетного строения моста позволяет использовать унифицированные блоки при проектировании и строительстве, что снижает издержки.

Библиографический список

1. Саламахин П. М. и др. Инженерные сооружения в транспортном строительстве: в 2 кн. 2-е изд., стер. М.: Академия, 2008. Кн. 1. 352 с. Кн. 2. 344 с.
2. Бирюлев В. В. Металлические неразрезные конструкции с регулированием уровня опор. М.: Стройиздат, 1984. 88 с.
3. Макаров А. В., Калиновский С. А., Сеницын А. В. Оптимизация формы арочных пролетных строений мостов // Вестник Волгоградского гос. архитектурно-строительного ун-та. Серия: Строительство и архитектура. 2018. Вып. 52 (71). С. 117–127.
4. Makarov A. V., Kalinovsky S. A. Methods of regulating thrust in design of arch bridges // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 451, № 1. International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety (ICCATS 2018) 26–28 September 2018, South Ural State University, Russian Federation / eds A. A. Radionov, D. V. Ulrikh. IOP Publishing Ltd, 2018. 8 p. URL: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/451/1/012054/pdf>.
5. Перченко Д. С., Макаров А. В. Решение транспортной ситуации Красноармейского р-на г. Волгограда путем введения в эксплуатацию нового моста // Молодежь и научно-технический прогресс в дорожной отрасли Юга России (Youth and scientific-and-technical progress in roadfield of south of Russia): материалы XI междунар. науч.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых, Волгоград, 24–26 мая 2017 г. Волгоград, 2017. С. 60–63.
6. Корнеев М. М. Стальные мосты. Теоретическое и практическое руководство по проектированию. Киев: Мостбет, 2003. 547 с.
7. Саламахин П. М. Проектирование мостовых и строительных конструкций. М.: КноРус, 2013. 410 с.
8. Рекунов С. С. Об оценке надежности и восстановлении эксплуатационных качеств мостовых сооружений // Транспортные сооружения. 2016. Т. 3, № 2. С. 7.
9. Makarov A. V., Kalinovsky S. A. Design features of bimetallic bridges // E3S Web of Conferences. Vol. 97. XXII International Scientific Conference “Construction — the Formation of Living Environment” (FORM 2019) (Tashkent, Uzbekistan, April 18–21, 2019) / eds.: A. Volkov [et al.]. Publisher: EDP Sciences, 2019. 9 p. URL: https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2019/23/e3sconf_form2018_06001.pdf.
10. Макаров А. В., Купрещенко А. Э. К вопросу о проектировании биметаллических мостов // Инженерный вестник Дона. 2018. № 2. 12 с. URL: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/4961>.
11. Игнатьев В. А., Макаров А. В. Решение неполной алгебраической проблемы собственных векторов и собственных значений для задач динамики и устойчивости методом частотно-динамической конденсации // Строительная механика и расчет сооружений. 2005. № 1. С. 14–20.
12. Игнатьев В. А., Галишиникова В. В. Применение метода частотно-динамической конденсации для решения полной алгебраической проблемы собственных векторов и собственных значений // Вестник Волгоградского гос. архитектурно-строительного ун-та. Сер.: Естественные науки. 2004. Вып. 3 (10). С. 3–6.
13. Pshenichkina V. A., Voronkova G. V., Rekunov S. S. Research of the dynamical system “beam — stochastic base” // Procedia Engineering. 2016. Vol. 150. Pp. 1721–1728.
14. Макаров А. В., Сухин К. А., Довженко И. Г. Определение частот собственных колебаний систем с помощью суперэлементного варианта частотно-динамической конденсации // Строительные материалы. 2004. № 11. С. 50–51.
15. Ignatiev V. A., Makarov A. V. Superelement Variant of the frequency-dynamic condensation method // Spatial structures of buildings and constructions. Belglass, Belgorod, 1996. Pp. 19–25.

² Рекомендации по организации и проведению работ по стандартизации в дорожном хозяйстве. М.: Росавтодор, 2010.

16. Дарков А. В., Шапошников В. А. Строительная механика. 12-е изд. СПб.: Лань, 2010. 656 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/121> (дата обращения: 05.05.2020).

17. Савенко А. И., Черенков П. В. Среда общих данных при реализации строительных объектов с применением BIM // САПР и ГИС автомобильных дорог. 2019. № 2 (13). С. 4–11.

18. Снежко И. В., Петренко Д. А. BIM-инструменты Indorcad для разработки проектов на новом уровне // САПР и ГИС автомобильных дорог. 2019. № 2 (13). С. 32–37.

19. Скворцов А. В. Модели данных BIM для инфраструктуры // САПР и ГИС автомобильных дорог. 2014. № 1 (4). С. 16–23.

References

1. Salamakhin P. M., et al. *Inzhenernye sooruzheniya v transportnom stroitel'stve* [Engineering structures in transport construction]. In 2 pts. Ed. by Salamakhin P. M. 2-nd ed., revised. Moscow, Akademiya Publ., 2008, pt. 1, 352 p, pt. 2, 344 p.

2. Biryulev V. V. *Metallicheskie nerazreznye konstruksii s regulirovaniem urovnya opor* [Metal continuous structures with regulation of the level of supports]. Moscow, Stroyizdat, 1984, 88 p.

3. Makarov A. V., Kalinovskiy S. A., Sinitsyn A. V. *Optimizatsiya formy arochnykh proletnykh stroeniy mostov* [Optimization of the shape of arched bridge spans]. *Vestnik Volgogradskogo gos. arkhitekturno-stroitel'nogo un-ta. Seriya: Stroitel'stvo i arkhitektura – Bulletin of the Volgograd State University of Architecture and Construction. Series: Construction and Architecture*, 2018, iss. 52 (71), pp. 117–127.

4. Makarov A. V., Kalinovskiy S. A. Methods of regulating thrust in design of arch bridges. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 451, no. 1. Proceedings of the International Conference on Construction, Architecture and Technosphere Safety (ICCATS 2018) 26–28 September 2018, South Ural State University, Russian Federation. Eds A. A. Radionov, D. V. Ulrikh. IOP Publishing Ltd, 2018, 8 p. Available at: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/451/1/012054/pdf>

5. Perchenko D. S., Makarov A. V. *Reshenie transportnoy situatsii Krasnoarmeyskogo r-na g. Volgograda putyom vvedeniya v ekspluatatsiyu novogo mosta* [Solving the transport problem of the Krasnoarmeysky district in Volgograd by commissioning a new bridge]. *Trudy XI mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. studentov, aspirantov i molodykh uchenykh, Volgograd, 24–26 maya 2017 g. «Molodezh' i nauchno-tekhnicheskii progress v dorozhnoy otrasli Yuga Rossii»* [Proceedings of the XI International

scientific-technical conference of students, postgraduates and young scientists, Volgograd, May 24–26, 2017 “Youth and scientific-and-technical progress in road building field of the South of Russia”]. Volgograd, 2017, pp. 60–63.

6. Korneev M. M. *Stal'nye mosty. Teoreticheskoe i prakticheskoe rukovodstvo po proektirovaniyu* [Steel bridges. Theoretical and practical guidebook to design]. Kiev, Mostbet Publ., 2003, 547 p.

7. Salamakhin P. M. *Proektirovanie mostovykh i stroitel'nykh konstruksiy* [Design of bridge and building structures]. Moscow, KnoRus Publ., 2013, 410 p.

8. Rekunov S. S. *Ob otsenke nadyozhnosti i vosstanovlenii ekspluatatsionnykh kachestv mostovykh sooruzheniy* [Assessment of reliability and recovery of the bridgework functional performances]. *Transportnye sooruzheniya – Russian journal of transport engineering*, 2016, Vol. 3, no. 2, p. 7.

9. Makarov A. V., Kalinovskiy S. A. Design features of bimetallic bridges. *E3S Web of Conferences. Vol. 97. XXII International Scientific Conference «Construction — Formation of Living Environment» (FORM 2019)* (Tashkent, Uzbekistan, April 18–21, 2019). Eds. A. Volkov, et al. EDP Sciences Publ., 2019, p. 9. Available at: https://www.e3s-conferences.org/articles/e3sconf/pdf/2019/23/e3sconf_form2018_06001.pdf

10. Makarov A. V., Kupreshchenkov A. E. *K voprosu o proektirovanii bimetallicheskiykh mostov* [On the issue of designing bimetallic bridges]. *Inzhenerniy vestnik Dona – Engineering Bulletin of the Don*, 2018, no. 2. Available at: <http://www.ivdon.ru/ru/magazine/archive/N2y2018/4961>

11. Ignat'ev V. A., Makarov A. V. *Reshenie nepolnoy algebraicheskoy problemy sobstvennykh vektorov i sobstvennykh znacheniy dlya zadach dinamiki i ustoychivosti metodom chastotno-dinamicheskoy kondensatsii* [Solution of an incomplete algebraic problem of characteristic vectors and characteristic values for problems of dynamics and stability by the method of frequency-dynamic condensation]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy – Construction mechanics and calculation of structures*, 2005, no. 1, pp. 14–20.

12. Ignat'ev V. A., Galishnikova V. V. *Primenenie metoda chastotno-dinamicheskoy kondensatsii dlya resheniya polnoy algebraicheskoy problemy sobstvennykh vektorov i sobstvennykh znacheniy* [Application of the frequency-dynamic condensation method for solving the complete algebraic problem of characteristic vectors and characteristic values]. *Vestnik Volgogradskogo gos. arkhitekturno-stroitel'nogo un-ta. Ser.: Estestvennye nauki – Bulletin of the Volgograd State University of Architecture and Construction. Ser.: Natural Sciences*, 2004, iss. 3 (10), pp. 3–6.

13. Pshenichkina V. A., Voronkova G. V., Rekunov S. S. Research of the “beam — stochastic base”

dynamical system. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 150, pp. 1721–1728.

14. Makarov A. V., Sukhin K. A., Dovzhenko I. G. *Opredelenie chastot sobstvennykh kolebaniy sistem s pomoshch'yu superelementnogo varianta chastotno-dinamicheskoy kondensatsii* [Assessment of the natural oscillation frequencies of systems using a super-element variant of frequency-dynamic condensation]. *Stroitel'nye materialy – Building Materials*, 2004, no. 11, pp. 50–51.

15. Ignatiev V. A., Makarov A. V. Super-element variant of the frequency-dynamic condensation method. *Spatial structures of buildings and constructions*, Belglass Publ., Belgorod, 1996, pp. 19–25.

16. Darkov A. V., Shaposhnikov V. A. *Stroitel'naya mekhanika* [Construction mechanics]. 12-th ed. St. Petersburg, Lan' Publ., 2010, 656 p. Available at: e.lanbook.com/book/121 (accessed: 05.05.2020).

17. Savenko A. I., Cherenkov P. V. *Sreda obshchikh dannykh pri realizatsii stroitel'nykh ob'ektov s primeneniem BIM* [General data environment for the implementation of construction projects using BIM]. *SAPR i GIS avtomobil'nykh dorog – CAD and GIS of Highways*, 2019, no. 2 (13), pp. 4–11.

18. Snezhko I. V., Petrenko D. A. *BIM-instrumenty Indorcad dlya razrabotki proektov na novom urovne* [BIM-Indorcad tools for project development at a new level]. *SAPR i GIS avtomobil'nykh dorog – CAD and GIS of Highways*, 2019, no. 2 (13), pp. 32–37.

19. Skvortsov A. V. *Modeli dannykh BIM dlya infrastruktury* [BIM data models for infrastructure]. *SAPR i GIS avtomobil'nykh dorog – CAD and GIS of Highways*, 2014, no. 1 (4), pp. 16–23.