УДК 539.4

DOI 10.23968/1999-5571-2021-18-1-36-45

© А. А. Ведерникова, старший преподаватель
© Э. К. Опбул, канд. техн. наук, начальник лаборатории
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: parallelogram13@gmail.com

© A. A. Vedernikova, senior lecturer
© Eh. K. Opbul, PhD in Sci. Tech., Head of the Laboratory
(Saint Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: parallelogram13@gmail.com

РАСЧЕТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖАТЫХ ТРУБОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИАГРАММ МАТЕРИАЛОВ

BEARING CAPACITY CALCULATION OF ECCENTRICALLY COMPRESSED CONCRETE FILLED STEEL TUBE COLUMNS TAKING INTO ACCOUNT NON-LINEAR DIAGRAMS OF MATERIALS

Приводится практический расчет внецентренно сжатого трубобетона на основе нелинейной деформационной модели с учетом нормативных диаграмм деформирования материалов. Расчет выполнен на примере опытного образца из стальной трубы, заполненного бетоном (трубобетон), с применением метода последовательного приближения на основе итерационных процедур. Целью применения нелинейного метода является деформационная оценка несущей способности элемента путем нахождения расчетных деформаций в контролируемых точках нормального сечения при его максимальной кривизне и сравнение полученных результатов с нормативными допустимыми значениями. Задачей итерационных вычислений является определение величины максимальной кривизны внецентренно сжатого трубобетона, находящегося под действием продольной сжимающей силы. Приводятся основные расчетные формулы. Сравнение с результатами численных и аналитических расчетов показало хорошую сходимость.

Ключевые слова: деформационная модель, трубобетон, внецентренное сжатие, прочность, деформации, напряжения, итерация.

The article provides an example of practical calculation of eccentrically compressed steel tube confined concrete using a nonlinear deformation model taking into account the standard deformation diagrams of materials. The calculation was performed on the example of a test specimen made of concrete filled steel tube (steel tube confined concrete) using the method of sequential approximation based on iterative procedures. The nonlinear method is aimed at making deformation assessment of the element bearing capacity by searching for the calculated deformation at particular points of the normal section at its maximum curvature and comparison with the standard admissible values. The task of iterative calculations is assessing the value of the maximum curvature of eccentrically compressed steel tube confined concrete which is under the action of a longitudinal compressive force. The basic calculation formulas are given. Comparison with the results of numerical and analytical calculations has shown a good convergence.

Keywords: deformation model, steel tube confined concrete, eccentric compression, strength, deformations, stresses, iteration.

Введение

Началом широкого использования трубобетонных конструкций можно считать сороковые годы прошлого века, когда появилась многотрубная система в виде арочных ферм при строительстве мостовых сооружений [1]. Стальная труба, заполненная бетоном (трубобетон), рациональна и эффективна в основном при проектировании конструкций, работающих на сжатие, например таких, как опоры линий электропередач, опоры мостов, несущие колонны зданий. С тех пор было выполнено множество проектов с применением трубобетонных конструкций (ТБК): высотные здания, мосты, производственные корпуса [7–9]. Проведено большое количество исследований, посвященных развитию методов расчета ТБК, например [1, 3–6]. Одним из таких методов является расчет по методу нелинейной деформационной модели [10–15].

Известна работа [2], выполненная на основе деформационной модели расчета конструкций¹, но только применительно для изгибаемых сталефиброжелезобетонных конструкций.

В работе [2] практический расчет был выполнен также с применением итерационных процедур, но методика отличается тем, что пересечение главных осей поперечного сечения элемента совпадало с осью нейтральной линии. При этом каждый итерационный цикл начинался с определения положения нейтральной линии.

Подробные примеры расчета трубобетонных элементов в опубликованной литературе почти отсутствуют. В [17] приводится расчет ТБК по Еврокоду, но нет расчета по российским нормам. В основе рационального проектирования строительных конструкций лежит не только теория, подтвержденная экспериментами, но и примеры с практическими, в том числе численными расчетами. При этом вполне логично, если расчеты выполнять на моделях, а потом их адаптировать на более крупных натурных конструкциях. В связи с этим предлагаемый пример расчета трубобетонных стержней является актуальным.

Цель статьи — привести пример расчета внецентренно сжатого трубобетонного стержня по нелинейной деформационной модели (НДМ) и сравнить результаты с экспериментом [1], чис-

ленным расчетом в ANSYS и расчетом по методу предельного равновесия. Данная работа будет иметь практический смысл для инженеров-проектировщиков и ученых, изучающих ТБК.

1. Методы расчета

1.1. Расчет по методу предельного равновесия

Приняты следующие допущения и предположения:

- сечение при деформации остается плоским (гипотеза Бернулли);
- диаграммы деформирования материалов приняты согласно СП 266.1325800.2016²;
- расчет проводится по недеформированной схеме с учетом п. 7.1.2.4, 7.1.2.5 СП 266.1325800.2016.

Приняты следующие условные обозначения: r_b — радиус бетонного ядра; r_p — радиус трубы; α — угол; N — продольная сила; e — эксцентриситет продольной силы; R_b — прочность бетона; R_y — предел прочности стали трубы при растяжении; R_{pc} — прочность стали трубы при сжатии; A_p — площадь поперечного сечения трубы.

Расчет прочности нормального сечения трубобетона выполняется согласно СП 266.1325800.2016 и из следующего условия равновесия:

$$Ne \leq \frac{2}{3} r_b^3 R_b \sin^3 \alpha + \frac{1}{\pi} A_p r_p \sin \alpha (R_y + R_{pc}). \quad (1)$$

Угол α определяется из следующего условия и с помощью программного комплекса Matlab:

$$r_b^2 \left(\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) R_b + \frac{\alpha}{\pi} A_p R_{pc} - \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) A_p R_y = N. \quad (2)$$

1.2. Деформационный метод расчета (НДМ)

Предлагаемый практический метод расчета выполнен на основе положений действующего свода правил СП 266.1325800.2016 согласно главе, посвященной внецентренно сжатым элементам. Критерием прочности практического расчета прочности внецентренно сжатого трубобетона, выполненного на основе нелинейной деформационной модели с использованием итерационных процедур, являются расчетные деформации в контролируемых точках нормального сечения, величина каждой из которых не должна превы-

¹ СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения.

² СП 266.1325800.2016. Конструкции сталежелезобетонные. Правила проектирования (с изм. № 1, с поправкой). М.: Минстрой России. 2016. 132 с.

шать предельного допустимого значения, заложенного в строительных нормах.

Приняты следующие допущения и предположения:

- сечение при деформации остается плоским (гипотеза Бернулли);
- бетон и сталь нагружаются совместно [1];
- эпюры ε – σ принимаются по диаграммам деформирования бетона и стали (СП 63.13330.2018), и считается, что обжатие бетона стенками трубы отсутствует, так как не выполнено условие из формулы 7.9 (СП 266.1325800.2016);
- при определении жесткостных характеристик сечения для первой итерационного вычисления материал трубобетона работает в упругой стадии (трещин нет, модули малых участков равны начальному модулю упругости с учетом коэффициента упругопластичности бетона, равного 0,85).

Приняты следующие условные обозначения: d — диаметр трубы; t — толщина стенки трубы; l — длина трубобетона; k — количество циклов итераций; tol — заданная точность вычислений; i — порядковый номер малого участка бетона или арматуры; j — порядковый номер итерации; δ_i — высота i -го малого участка бетона; y_{bi} — расстояние от крайнего волокна нижней растянутой зоны до центра тяжести i -го малого участка бетона; A_{bi} — площадь бетона i -го малого участка; y_{si} — расстояние от крайнего волокна нижней растянутой зоны до центра тяжести i -й арматуры; A_{si} — площадь i -го участка трубы; E_{si} — модуль упругости i -й арматуры; E'_{si} — модуль деформации i -й арматуры; E_{bi} — модуль упругости бетона i -го малого участка; E'_{bi} — модуль деформации бетона i -го малого участка; y_{0j} — новое положение нейтральной линии при j -й итерации; $\frac{1}{r_j}$ — расчетная кривизна элемента при j -й итерации; ε_{0j} — деформации на выбранной точке пересечения главных осей при j -й итерации; ε_{bi} — деформации в бетоне в i -м малом участке; $\sigma_{bi,j}$ — напряжения в бетоне в i -м малом участке при j -й итерации; ε_{si} — деформации в i -й арматуре; $\sigma_{si,j}$ — напряжения в i -й арматуре при j -й итерации.

Диаграммы деформирования материалов

Расчетные формулы для определения напряжений и модулей деформаций получены по СП 63.13330.2018 и представлены на рис. 1, 2.

а) Диаграмма ε – σ бетона при сжатии (СП 63.13330.2018):

$$\sigma_b = E_b \varepsilon_b \text{ при } 0 \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b1}, \varepsilon_{b1} = \frac{\sigma_{b1}}{E_b}, \sigma_{b1} = 0,6R_b,$$

$$\sigma_b = \left[\left(1 - \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right) \cdot \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + \frac{\sigma_{b1}}{R_b} \right] R_b \text{ при } \varepsilon_{b1} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b0},$$

$$\varepsilon_{b0} = 0,002,$$

$$\sigma_b = R_b \text{ при } \varepsilon_{b0} \leq \varepsilon_b \leq \varepsilon_{b2}, \varepsilon_{b2} = 0,0035.$$

б) Диаграмма ε – σ бетона при растяжении (СП 63.13330.2018):

$$\sigma_{bt} = E_b \varepsilon_{bt} \text{ при } 0 \leq \varepsilon_{bt} \leq \varepsilon_{bt1}, \varepsilon_{bt1} = \frac{\sigma_{bt1}}{E_b},$$

$$\sigma_{bt1} = 0,6R_{bt},$$

$$\sigma_{bt} = \left[\left(1 - \frac{\sigma_{bt1}}{R_{bt}} \right) \cdot \frac{\varepsilon_{bt} - \varepsilon_{bt1}}{\varepsilon_{bt0} - \varepsilon_{bt1}} + \frac{\sigma_{bt1}}{R_{bt}} \right] R_{bt}$$

$$\text{при } \varepsilon_{bt1} \leq \varepsilon_{bt} \leq \varepsilon_{bt0}, \varepsilon_{bt0} = 0,0001,$$

$$\sigma_{bt} = R_{bt} \text{ при } \varepsilon_{bt0} \leq \varepsilon_{bt} \leq \varepsilon_{bt2}, \varepsilon_{bt2} = 0,00015.$$

Рис. 1. Диаграмма ε – σ бетона

Рис. 2. Диаграмма ε – σ стали

в) Диаграмма ε – σ стали при растяжении и сжатии.

Общеизвестно, что диаграмма деформирования стали при растяжении и сжатии одинакова. При этом для данной работы выбрана диаграмма деформирования стальной трубы по СП 16.13330.2017 «Стальные конструкции»³.

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \text{ при } -\varepsilon_{\text{пл}} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{\text{пл}}, \varepsilon_{\text{пл}} = \frac{\sigma_{\text{пл}}}{E_s},$$

$$\sigma_{\text{пл}} = 0,8R_s,$$

$$\sigma_s = \left[\left(1 - \frac{\sigma_{\text{пл}}}{R_s} \right) \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{\text{пл}}}{\varepsilon_{\text{нт}} - \varepsilon_s} + \frac{\sigma_{\text{пл}}}{R_s} \right] R_s \text{ при } \varepsilon_{\text{пл}} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{\text{нт}},$$

$$\varepsilon_{\text{нт}} = 1,7 \frac{R_s}{E_s},$$

$$\sigma_s = R_s \text{ при } \varepsilon_{\text{нт}} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{\text{кт}}, \varepsilon_{\text{кт}} = 14 \frac{R_s}{E_s},$$

где $\varepsilon_{\text{пл}}$, $\varepsilon_{\text{нт}}$, $\varepsilon_{\text{кт}}$ — характерные точки кривой диаграммы деформирования стали (СП 16.13330.2017).

Деформационный расчет прочностии трубобетона выполняется по следующим условным критериям (см. формулы 8.37, 8.38 СП 63.13330.2018):

$$\left| \varepsilon_{b,\text{max}} \right| \leq \varepsilon_{b,\text{ult}}; \quad (3)$$

$$\left| \varepsilon_{s,\text{max}} \right| \leq \varepsilon_{s,\text{ult}}, \quad (4)$$

где $\varepsilon_{b,\text{max}}$ и $\varepsilon_{s,\text{max}}$ — максимальные относительные деформации в бетоне и стали; $\varepsilon_{b,\text{ult}}$ и $\varepsilon_{s,\text{ult}}$ — предельные нормативные деформации в бетоне и арматуре.

Относительные деформации в нормальном сечении определяются по следующим формулам (см. формулы 8.29, 8.30 СП 63.13330.2018):

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} z_{bxi}; \quad (5)$$

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_0 + \frac{1}{r_x} z_{sxi}, \quad (6)$$

где ε_0 — относительные деформации в выбранной точке пересечения главных осей; $\frac{1}{r_x}$ — кривизна элемента; z_{bxi} и z_{sxi} — плечи пары сил.

Расчетные величины ε_0 и $\frac{1}{r_x}$ определяются из совместного решения следующей системы уравнений (см. формулы 8.39, 8.41 СП 63.13330.2018):

$$\begin{cases} M_x = D_{11} \frac{1}{r_x} + D_{13} \varepsilon_0 \\ N_x = D_{13} \frac{1}{r_x} + D_{33} \varepsilon_0 \end{cases}, \quad (7)$$

где M_x и N_x — соответственно изгибающий момент и продольная сила; D_{11} , D_{13} , D_{33} — жесткостные характеристики.

Определение жесткостных характеристик производится по следующим формулам (см. формулы 8.42, 8.45, 8.47 СП 63.13330.2018):

$$D_{11} = \sum A_{bi} z_{bi}^2 E'_{bi} + \sum A_{si} z_{si}^2 E'_{si}; \quad (8)$$

$$D_{13} = \sum A_{bi} z_{bi} E'_{bi} + \sum A_{si} z_{si} E'_{si}; \quad (9)$$

$$D_{33} = \sum A_{bi} E'_{bi} + \sum A_{si} E'_{si}, \quad (10)$$

где A_{bi} , A_{si} — площади сечения i -го бетонного участка и i -го стального участка соответственно; E'_{bi} , E'_{si} — модуль деформации i -го бетонного участка и i -го стального участка соответственно.

Практический расчет начинается с разбивки поперечного сечения на малые участки бетона и стали трубы.

Затем определяются площади этих участков и расстояния от выбранной точки пересечения главных осей до центра тяжести каждого малого участка, а также величина деформаций на точке выбранных главных осей и кривизна элемента из системы уравнений по формуле (7).

При известных значениях величины пары сил z_{bxi} и z_{sxi} каждая итерация завершается с вычислением величины относительных деформаций на каждом малом участке бетона и стали по формулам (5) и (6).

Итерационный процесс по определению расчетных значений деформаций $\varepsilon_{b,\text{max}}$ и $\varepsilon_{s,\text{max}}$ заканчивается, когда выполняется следующее условие:

$$\delta = \frac{\frac{1}{r_{x,j}} - \frac{1}{r_{x,j-1}}}{\frac{1}{r_{x,j-1}}} 100 \% \leq 1 \%. \quad (11)$$

При достижении условия прочности считается, что расчет завершен. Определяется несущая способность стержня N_x по второму выражению из системы (7).

2. Результаты расчетов по нелинейной деформационной модели

2.1. Пример расчета трубобетонного элемента по нелинейной деформационной модели (НДМ)

Исходные данные: $r_b = 5$ см, $r_p = 5,4$ см, $e = 11,5$ см, $R_b = 352$ кг/см² = 34,5 МПа, $R_y = R_{pc} = 3125$ кг/см² = 306,5 МПа, $A_p = 13,068$ см², экспериментальная продольная сила $N = 25,5$ т = 250 кН.

³ СП 16.13330.2017. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81* (с поправкой, с изм. № 1, 2). М.: Минстрой России, 2017. 148 с.

Сечение стержня с указанными исходными данными разобьем на малые площадки, как показано на рис. 3. В данном случае сечение было разбито на 12 полос. Ширина полос, которые включают в себя бетонное сечение, составляет $\Delta h = 1$ см, крайние полосы имеют ширину 0,43 см. Это было сделано для удобства расчета.

Площадь бетонных полос определялась через площадь сегментов круга. Например, площадь бетона участка 2:

$$A_{b2} = \frac{r_b^2}{2} \left(\pi \frac{\alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right),$$

где α — центральный угол, ограничивающий сегмент, найденный по формуле

$$\alpha = 2a \cos \left(\frac{r_b - \Delta h}{r_b} \right).$$

Площадь остальных участков находится как разность двух сегментов.

Центр тяжести бетонных участков определялся через центр тяжести сегмента круга по формуле

$$Z_{bi} = \frac{Z_{b(1...i)} \sum_1^i A_b - \sum_1^{i-1} Z_b A_b}{A_{bi}}.$$

Площадь стали:

$$A_{bi} = \frac{r_{si}^2 - r_{bi}^2}{2} \left(\pi \frac{\alpha_{si}}{180^\circ} - \sin \alpha_{si} \right).$$

1. Прочность бетона $R_b = 34,5$ МПа получена по результатам испытаний. Класс бетона $B = 0,8 \cdot 34,5 = 27,6 \approx B25$ по п. 7.5 ГОСТ 18105–2010 «Бетоны. Правила контроля и оценки проч-

Рис. 3. Поперечное сечение, разбитое на малые участки

ности». По табл. 6.11 СП 63.13330.2018 $E_b = 30\,000$ МПа.

а) Расчетные формулы напряжений и модулей для бетона класса В27,5.

При сжатии бетона:

- $0 < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_{b1}$:

$$\sigma_{bi} = 0,6R_b = 20,7 \text{ МПа}; E'_{bi} = 30\,000 \text{ МПа};$$

$$\varepsilon_{b1} = \frac{\sigma_{bi}}{E'_{bi}} = 0,0006624;$$

- $\varepsilon_{b1} < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_{b0} = 0,002$:

$$\sigma_{bi} = \left[0,4 \frac{\varepsilon_{bi} - \varepsilon_{b1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{b1}} + 0,6 \right] R_b \text{ МПа}; E'_{bi} = \frac{\sigma_{bi}}{\varepsilon_{bi}} \text{ МПа};$$

- $\varepsilon_{b0} = 0,002 < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_{b2} = 0,0035$:

$$\sigma_{bi} = R_b = 34,5 \text{ МПа}; E'_{bi} = \frac{R_b}{\varepsilon_{bi}} \text{ МПа}.$$

При растяжении бетона:

- $0 < \varepsilon_{bti} < \varepsilon_{bt1}$:

$$\sigma_{bti} = 0,6R_{bt} = 0,675; E'_{bti} = 31\,250 \text{ МПа};$$

$$\varepsilon_{bt1} = \frac{\sigma_{bti}}{E'_{bti}} = 0,0000216;$$

- $\varepsilon_{bt1} = 2,16 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bti} < \varepsilon_{b0} = 10 \cdot 10^{-5}$:

$$\sigma_{bti} = \left[0,4 \frac{\varepsilon_{bti} - \varepsilon_{bt1}}{\varepsilon_{b0} - \varepsilon_{bt1}} + 0,6 \right] R_{bt} \text{ МПа};$$

$$E'_{bti} = \frac{\sigma_{bti}}{\varepsilon_{bti}} \text{ МПа};$$

- $\varepsilon_{b0} = 10 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bi} < \varepsilon_{b2} = 15 \cdot 10^{-5}$:

$$\sigma_{bti} = R_{bt} = 1,125 \text{ МПа}; E'_{bti} = \frac{1,125}{\varepsilon_{bti}} \text{ МПа}.$$

Построена диаграмма деформирования бетона (рис. 4).

б) Расчетные формулы напряжений и модулей для арматуры при растяжении и сжатии:

Рис. 4. Диаграмма деформирования бетона

- $0 < \varepsilon_{si} < \varepsilon_{s1}$:
 $\sigma_{si} = \varepsilon_{si} E_{si}$ МПа; $E_{si} = 2,1 \cdot 10^5$ МПа;
 $\varepsilon_{s1} = \frac{R_s}{E_{si}} = 145,9 \cdot 10^{-5}$ МПа;

- $\varepsilon_{s1} < \varepsilon_{si} < \varepsilon_{s2} = 0,025$:

$$\sigma_{si} = R_s = 306,5 \text{ МПа}; E_{si} = \frac{R_s}{\varepsilon_{si}} \text{ МПа}.$$

Построена диаграмма деформирования стали (рис. 5).

2.2. Расчет по НДМ

Для сокращения объема статьи приводятся только первая, вторая, предпоследняя и последняя итерации.

2.2.1. Первая итерация

Получим коэффициенты жесткости по формулам (6)–(8), используя значения из табл. 1. В системе уравнений решается оптимизационная задача: подбирается такая сила N , при ко-

Рис. 5. Диаграмма деформирования арматуры

торой выполнены условия прочности (3) и (4), и результат решения достигается за конечное число итераций (выполнение условия (11)).

$$D_{11} = 1,997 \cdot 10^8, D_{13} = 2,754 \cdot 10^7, D_{33} = 5,101 \cdot 10^6.$$

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} -27312,5 = 1,997 \cdot 10^8 \frac{1}{r_x} + 2,754 \cdot 10^7 \cdot \varepsilon_0; \\ 2375 = 2,754 \cdot 10^7 \frac{1}{r_x} + 5,101 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon_0; \end{cases}$$

$$\varepsilon_0 = 0,001071, \frac{1}{r_x} = -0,000284.$$

Рассчитаем ε_{bi} и ε_{si} по формулам (5), (6). По диаграммам на рис. 4, 5 определим E_{si} и E_{bi} , σ_{si} и σ_{bi} . Результаты приведены в табл. 2 и на рис. 6.

2.2.2. Семнадцатая итерация

Рассчитаем коэффициенты жесткости, используя модули деформации, полученные в предыдущей итерации.

$$D_{11} = 1,107 \cdot 10^8, D_{13} = 1,660 \cdot 10^7, D_{33} = 3,318 \cdot 10^6.$$

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} -27312,5 = 1,107 \cdot 10^8 \frac{1}{r_x} + 1,660 \cdot 10^7 \cdot \varepsilon_0; \\ 2375 = 1,660 \cdot 10^7 \frac{1}{r_x} + 3,318 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon_0; \end{cases}$$

$$\varepsilon_0 = 0,002077, \frac{1}{r_x} = -0,000558.$$

Рассчитаем ε_{bi} и ε_{si} по формулам (5), (6). По диаграммам на рис. 4, 5 определим E_{si} и E_{bi} , σ_{si} и σ_{bi} , как в табл. 2. Результаты приведены в табл. 3 и на рис. 7.

Таблица 1

Исходные данные

i	Δh , см	z_{br} , см	A_{br} , см ²	E_{bi} , МПа	z_s , см	A_s , см ²	E_s , МПа
1	0,4				10,5426	1,096113	210 000
2	1	9,777	4,087528	30 000	9,9462	1,785629	210 000
3	1	8,8558	7,094853	30 000	8,899	1,094188	210 000
4	1	7,8739	8,634455	30 000	7,895	0,916177	210 000
5	1	6,8855	9,520145	30 000	6,896	0,837383	210 000
6	1	5,8953	9,932928	30 000	5,8985	0,805023	210 000
7	1	4,9047	9,932928	30 000	4,9015	0,805023	210 000
8	1	3,9145	9,520145	30 000	3,904	0,837383	210 000
9	1	2,9261	8,634455	30 000	2,905	0,916177	210 000
10	1	1,9442	7,094853	30 000	1,901	1,094188	210 000
11	1	1,023	4,087528	30 000	0,8538	1,785629	210 000
12	0,4				0,2574	1,096113	210 000

Таблица 2

1-я итерация

i	ΔH , см	y_p , м	A_p , см ²	Y_s , см	A_s , см ²	ε_{bi}	σ_{bi}	E'_{bi}	e_{si}	s_{si}	E'_{si}
1	0,4	–	–	10,54	1,096	0	0	0	–0,001929	–306,5	158 928,2
2	1	9,777	4,08	9,94	1,785	–0,001711	–31,45	18 385,46	–0,001759	–306,5	174 258,1
3	1	8,8558	7,09	8,89	1,094	–0,001449	–28,69	19 805,64	–0,001461	–306,50	209 789,7
4	1	7,8739	8,63	7,895	0,916	–0,001169	–25,75	22 020,22	–0,001175	–246,83	210 000
5	1	6,8855	9,52	6,896	0,837	–0,000888	–22,79	25 656,2	–0,000891	–187,15	210 000
6	1	5,8953	9,93	5,89	0,805	–0,000607	–18,20	30 000	–0,000607	–127,56	210 000
7	1	4,9047	9,93	4,90	0,805	–0,000325	–9,74	30 000	–0,000324	–68,00	210 000
8	1	3,9145	9,52	3,90	0,837	–0,000043	–1,29	30 000	–0,000040	–8,41	210 000
9	1	2,9261	8,63	2,90	0,916	0,000238	0	0	0,000244	51,27	210 000
10	1	1,9442	7,09	1,90	1,094	0,000517	0	0	0,000530	111,25	210 000
11	1	1,023	4,08	0,85	1,786	0,000780	0	0	0,000828	173,80	210 000
12	0,4	–	–	0,26	1,096	0	0		0,000997	209,43	210 000

Рис. 6. Первая итерация

Таблица 3

17-я итерация

i	ΔH , см	y_p , см	A_p , см ²	Y_s , см	A_s , см ²	ε_{bi}	σ_{bi}	E'_{bi}	ε_{si}	σ_{si}	E'_{si}
1	0,4	–	–	10,54	1,096	0	0	0	–0,003807	–306,5	80 516
2	1	9,777	4,08	9,94	1,785	–0,003379	–34,5	10 209	–0,003474	–306,5	88 230
3	1	8,8558	7,09	8,89	1,094	–0,002865	–34,5	12 040	–0,002889	–306,5	106 075
4	1	7,8739	8,63	7,895	0,916	–0,002317	–34,50	14 887	–0,002329	–306,5	131 591
5	1	6,8855	9,52	6,896	0,837	–0,001766	–32,03	18 141	–0,001772	–306,5	172 998
6	1	5,8953	9,93	5,89	0,805	–0,001213	–26,21	21 605	–0,001215	–255,2	210 000
7	1	4,9047	9,93	4,90	0,805	–0,000660	–19,81	30 000	–0,000659	–138,3	210 000
8	1	3,9145	9,52	3,90	0,837	–0,000108	–3,24	30 000	–0,000102	–21,4	210 000
9	1	2,9261	8,63	2,90	0,916	0,000444	0	0	0,000455	95,7	210 000
10	1	1,9442	7,09	1,90	1,094	0,000992	0	0	0,001016	213,3	210 000
11	1	1,023	4,08	0,85	1,786	0,001506	0	0	0,001600	306,5	191 545
12	0,4	–	–	0,26	1,096	0	0		0,001933	306,5	158 564

Рис. 7. 17-я итерация

Проверим выполнение условия по формуле (11):

$$\frac{0,000558 - 0,000554}{0,000554} 100 \% = 0,7 \% < 1 \%$$

Расчет окончен.

Несущая способность равна

$$N_x = D_{13} \frac{1}{r_x} + D_{33} \varepsilon = 237,5 \text{ кН.}$$

3. Расчет по методу предельного равновесия

При известной величине продольной силы $N = 250$ кН и с учетом условия (2) с помощью программного комплекса определяется угол

$$\alpha = 101^\circ 378'.$$

Предельная продольная сила

$$N = \frac{\frac{2}{3} r_b^3 R_{bp} \sin^3 \alpha + \frac{1}{\pi} A_p r_p \sin \alpha (R_y + R_{pc})}{e} =$$

$$= \frac{\left(\frac{2}{3} 5^3 \cdot 34,5 \cdot \sin^3 101^\circ 378' + \frac{1}{3,14} 14,01 \cdot 5,425 \cdot \sin 101^\circ 378' (306,5 + 306,5) \right)}{7} =$$

$$= 244,9 \text{ кН.}$$

4. Численные исследования

Приведены результаты численного расчета указанного стержня. Расчет проведен в программе ANSYS Mechanical 2019.

Модель приведена на рис. 8. Все размеры и характеристики материалов приняты по п. 2.1. Сталь трубы принята по диаграмме Прандтля. Бетон принят по модели Друкера–Прагера [16], которая предполагает отсутствие работы бетона на растяжение, а при отсутствии обжатия бетона в сжатой зоне очень близка к классической

Рис. 8. Рассчитываемая модель

диаграмме деформирования бетона. Сцепление трубы и бетона назначено как «bonded», т. е. отсутствует их взаимное смещение в процессе их совместного нагружения.

По результатам расчета несущая способность стержня равна 237 кН.

Выводы

Результаты приведенных расчетов (табл. 4) показали удовлетворительную сходимость, что подтверждается полученными показателями от-

Таблица 4

Сравнение результатов расчета

Эксперимент, кН	НДМ, кН	Предельное равновесие, кН	ANSYS, кН
250	237,5	244,9	237,0
–	5 %	2,2 %	5,2 %

клонений от эксперимента в процентном соотношении.

Данная работа может служить пособием для студентов, инженеров, проектировщиков и исследователей, занимающихся расчетами трубобетонных конструкций.

Библиографический список

1. Кикин А. И., Санжаровский Р. С., Труль В. А. Конструкции из стальных труб, заполненных бетоном. М.: Стройиздат, 1974. 144 с.
2. Opbul E. K., Vedernikova A. A., Dmitriev D. A. Calculation of bending of steel-fiber-reinforced concrete members by a nonlinear deformation model with the use of iteration procedures // *Mechanics of Composite Materials*. 2018. Vol. 54. No. 3. Pp. 379–394.
3. Долженко А. А. Трубчатая арматура в железобетоне (трубобетон): автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1967. 24 с.
4. Росновский В. А. Трубобетон в мостостроении. М.: Трансжелдориздат, 1963. 110 с.
5. Лукаш Л. К. Исследование прочности и пластичности бетона в условиях стесненной поперечной деформации: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Минск, 1962. 21 с.
6. Овчинников И. И., Овчинников И. Г., Чесноков Г. В., Михалдыкин Е. С. О проблеме расчета трубобетонных конструкций с оболочкой из разных материалов. Ч. 2. Расчет трубобетонных конструкций с металлической оболочкой // *Вестник евразийской науки*. 2015. № 4 (29). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-probleme-rascheta-trubobetonnyh-konstruktsiy-s-obolochkoy-iz-raznyh-materialov-chast-2-raschet-trubobetonnyh-konstruktsiy-s> (дата обращения: 05.07.2020).
7. Афанасьев А. А., Курочкин А. В. Трубобетонные конструкции для возведения каркасных зданий // *Academia. Архитектура и строительство*. 2016. № 2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/trubobetonnye-konstruktsii-dlya-vozvedeniya-karkasnyh-zdaniy> (дата обращения: 21.08.2020).
8. Казакова Е. В. Анализ трубобетонных конструкций при строительстве мостов // *Сборник научных трудов ДонИЖТ*. 2018. № 49. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-trubobetonnyh-konstruktsiy-pri-stroitelstve-mostov> (дата обращения: 21.08.2020).
9. Zheng J., Wang J. Concrete-Filled Steel Tube Arch Bridges in China // *Engineering*. 2018. Vol. 4, Issue 1. Pp. 143–155. doi.org/10.1016/j.eng.2017.12.003.
10. Karpenko N. I., Eryshev V. A., Latysheva E. V. Stress-strain diagrams of concrete under repeated loads

with compressive stresses // *Procedia Engineering*. 2015. Vol. 111. Pp. 371–377. doi.org/10.1016/j.proeng.2015.07.103.

11. Blechman I. Stage model of stress-strain relationship for concrete under short-term load: Part 3. Descending branch // *Cement and Concrete Research*. 1989. Vol. 19 (2). Pp. 203–215. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846\(89\)90085-9](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846(89)90085-9).

12. Blechman I. Stage model of stress-strain relationship for concrete under short-term load: Part 1. Ascending branch // *Cement and Concrete Research*. Vol. 18 (6). Pp. 863–873. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846\(88\)90022-1](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846(88)90022-1).

13. Popovics S. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete // *Cement and Concrete Research*. 1973. Vol. 3 (5). Pp. 583–599. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846\(73\)90096-3](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846(73)90096-3).

14. Židonis I. Strength Calculation Method for Cross-Section of Reinforced Concrete Flexural Member Using Curvilinear Concrete Stress Diagram of EN-2 // *Procedia Engineering*. 2013. Vol. 57. Pp. 1309–1318. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.04.165>.

15. Ivashenko Yu., Ferder A. Experimental studies on the impacts of strain and loading modes on the formation of concrete “stress-strain” relations // *Construction and Building Materials*. 2019. Vol. 209. Pp. 234–239. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.03.008>.

16. Jiang J.-F., Wu Y.-F. Identification of material parameters for Drucker–Prager plasticity model for FRP confined circular concrete columns // *International Journal of Solids and Structures*. 2012. Vol. 49 (3–4). Pp. 445–456.

17. Стороженко Л. И. Сравнение методик расчета трубобетонных конструкций // *Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб.* 2005. № 63. С. 59–67.

References

1. Kikin A. I., Sanzharovskiy R. S., Trull' V. A. *Konstruktsii iz stal'nykh trub, zapolnennykh betonom* [Structures made of steel pipes filled with concrete]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1974, 144 p.
2. Opbul E. K., Dmitriev D. A., Vedernikova A. A. Calculation of bending of steel-fiber-reinforced concrete members by a nonlinear deformation model with the use of iteration procedures. *Mechanics of Composite Materials*, 2018, vol. 54, no. 3, pp. 379–394.
3. Dolzhenko A. A. *Trubchataya armatura v zhelezobetone (trubobeton)*. Avtoref.diss. dokt. tekhn. nauk [Tubular reinforcement in reinforced concrete (steel tube confined concrete). Author's thesis of Dr. Sci. Tech. diss.]. Moscow, 1967, 24 p.

4. Rosnovskiy V. A. *Trubobeton v mostostroenii* [Steel tube confined concrete in bridge construction]. Moscow, Transzheldorizdat Publ., 1963, 110 p.
5. Luksha L. K. *Issledovanie prochnosti i plastichnosti betona v usloviyakh stesnennoy poperechnoy deformatsii. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk* [Investigation of the strength and plasticity of concrete in conditions of constrained transverse deformation. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. Minsk, 1962, 21 p.
6. Ovchinnikov I. I., Ovchinnikov I. G., Chesnokov G. V., Mikhaldykin E. S. *O probleme rascheta trubobetonnykh konstruksiy s obolochkoy iz raznykh materialov. Ch. 2. Raschet trubobetonnykh konstruksiy s metallicheskoy obolochkoy* [On the problem of calculating tube concrete filled structures with a shell made of different materials. Pt. 2. Calculation of tube concrete filled structures with a metal shell]. *Vestnik evraziyskoy nauki – Bulletin of the Eurasian Science*, 2015, no. 4 (29). Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-probleme-rascheta-trubobetonnykh-konstruksiy-s-obolochkoy-iz-raznykh-materialov-chast-2-raschet-trubobetonnykh-konstruksiy-s> (accessed: 05.07.2020).
7. Afanas'ev A. A., Kurochkin A. V. *Trubobetonnye konstruksii dlya vozvedeniya karkasnykh zdaniy* [Steel tube confined concrete structures for erecting framed buildings]. *Academia. Arkhitektura i stroitel'stvo – Academia. Architecture and construction*, 2016, no. 2. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/trubobetonnye-konstruksii-dlya-vozvedeniya-karkasnyh-zdaniy> (accessed: 21.08.2020).
8. Kazakova E. V. *Analiz trubobetonnykh konstruksiy pri stroitel'stve mostov* [Analysis of pipe-concrete structures in the construction of bridges]. *Sbornik nauchnykh trudov Donetskogo instituta zheleznodorozhnogo transporta – Collection of scientific papers of the Donetsk Institute of Railway Transport*, 2018, no. 49. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-trubobetonnykh-konstruksiy-pri-stroitel'stve-mostov> (accessed: 21.08.2020).
9. Zheng J., Wang J. Concrete-filled steel tube arch bridges in China. *Engineering*, 2018, vol. 4, iss. 1, pp. 143–155. doi.org/10.1016/j.eng.2017.12.003.
10. Karpenko N. I., Eryshev V. A., Latysheva E. V. Stress-strain diagrams of concrete under repeated loads with compressive stresses. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 111, pp. 371–377. doi.org/10.1016/j.proeng.2015.07.103.
11. Blechman I. Stage model of stress-strain relationship for concrete under short-term load: Part 3. Descending branch. *Cement and Concrete Research*, 1989, vol. 19 (2), pp. 203–215. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846\(89\)90085-9](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846(89)90085-9).
12. Blechman I. Stage model of stress-strain relationship for concrete under short-term load: Part 1: Ascending branch. *Cement and Concrete Research*, 1989, vol. 18 (6), pp. 863–873. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846\(88\)90022-1](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846(88)90022-1).
13. Popovics S. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. *Cement and Concrete Research*, 1973, vol. 3 (5), pp. 583–599. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846\(73\)90096-3](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0008-8846(73)90096-3).
14. Židonis I. Strength calculation method for cross-section of reinforced concrete flexural member using curvilinear concrete stress diagram of EN-2. *Procedia Engineering*, 2013, vol. 57, pp. 1309–1318. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.04.165>.
15. Ivashenko Y., Ferder A. Experimental studies on the impacts of strain and loading modes on the formation of concrete “stress-strain” relations. *Construction and Building Materials*, 2019, vol. 209, pp. 234–239. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.03.008>.
16. Jiang J.-F., Wu Y.-F. Identification of material parameters for Drucker–Prager plasticity model for FRP confined circular concrete columns. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, vol. 49, pp. 445–456.
17. Storozhenko L. I. *Sravnenie metodik rascheta trubobetonnykh konstruksiy* [Comparison of methods for calculating pipe-concrete structures]. *Kommunal'noe khozyaystvo gorodov: nauch.-tekhn. sb. – Municipal economy of cities: Scientific and technical collection*, 2005, no. 63, pp. 59–67.