УДК 624.04, 004.94

© А. И. Гарипов, аспирант
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: azat.i.garipov@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2020-17-5-87-93

© А. И. Гарипов, post-graduate student
(Saint Petersburg State University
of Architecture and Civil Engineering,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: azat.i.garipov@gmail.com

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКРИТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ СТЕРЖНЕЙ КОЛЬЦЕВОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ВНЕЦЕНТРЕННОМ СЖАТИИ

NUMERICAL INVESTIGATION OF POST-CRITICAL RESISTANCE OF HOLLOW CIRCULAR CROSS-SECTION BARS UNDER BENDING AND AXIAL COMPRESSION

Описаны результаты расчетов стержней кольцевого поперечного сечения при внецентренном сжатии методом конечных элементов в различных постановках с учетом потери общей устойчивости. Проведено качественное сравнение полученных результатов с данными лабораторных испытаний. Приведены параметры расчета, позволяющие добиться оптимального баланса между точностью и скоростью решения.

Ключевые слова: заkritическая работа, внецентренное сжатие, стержни кольцевого поперечного сечения, численный расчет, пластический шарнир.

Analysis results of hollow circular cross-section bars under bending and axial compression by the finite element method in different formulations with considering of overall buckling described. Qualitative comparison of the data obtained with the data of laboratory tests is made. Analysis parameters allowing achieving an optimal balance between analysis accuracy and speed are given.

Keywords: post-critical resistance, bending and axial compression, hollow circular cross-section bars, numerical analysis, plastic hinge.

Введение

Одним из методов повышения устойчивости конструкции против прогрессирующего обрушения является увеличение степени статической неопределимости. Локальное разрушение какого-либо элемента статически неопределимой конструкции приводит к перераспределению внутренних усилий. Расчет конструкции с выключенным элементом давно используется в зарубежной практике [1] как один из методов расчета конструкции на прогрессирующее обрушение и получил название «метод альтернативного пути передачи нагрузки» (alternate path method¹), а сегодня он принят в качестве основ-

ного метода расчета в РФ согласно действующим нормам и применяется либо в квазистатической, либо в динамической постановке².

На характер распределения внутренних усилий в поврежденной конструкции влияют главным образом жесткость ее элементов и узлов соединения элементов, а также динамические характеристики. Сжато-изгибаемые элементы стальных конструкций, согласно действующим нормам, выключают из работы поврежденной конструкции, если их устойчивость не обеспечена, при этом в реальных конструкциях даже после потери устойчивости сжато-изгибаемые элементы продолжают нести часть нагрузки, а при

¹ UFC 4-023-03. Design Of Buildings To Resist Progressive Collapse, With Change 3 // Whole Building Design Guide. URL: <https://www.wbdg.org/ffc/dod/unified-facilities-criteria-ufc/ufc-4-023-03> (дата обращения: 01.09.2020).

² СП 385.1325800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. Правила проектирования. Основные положения (с изменением № 1). М.: Стандартинформ, 2018.

изменении знака продольной силы могут работать на растяжение.

Таким образом, учет действительной запредельной работы сжато-изгибаемых элементов стальных конструкций необходим для точного прогнозирования поведения конструкции после выхода из строя отдельного ее элемента.

В настоящее время можно найти много исследований по численному исследованию закритической работы различных конструкций, но, как правило, исследуются тонкостенные элементы, в которых потеря местной устойчивости происходит до возникновения предельного состояния, например, в [2] рассматривается работа гнутого швеллера, а в [3] — работа тонкостенной круглой трубы при изгибе. При этом не учитывается ниспадающая ветвь кривой несущей способности.

При выполнении исследования были поставлены следующие цели:

1. Провести численные расчеты методом конечных элементов набора сжато-изгибаемых стержней кольцевого поперечного сечения с различными сочетаниями сечения стержня и эксцентриситета приложения нагрузки.

2. Выполнить качественную оценку сходимости результатов численных расчетов с данными лабораторных испытаний.

3. Описать параметры численных расчетов, при которых достигается наилучшая сходимость результатов с данными лабораторных испытаний, для дальнейших исследований.

Исходные данные. На момент написания статьи автором не проводились собственные лабораторные испытания. Для проверки результатов расчетов были использованы данные лабораторных испытаний, проведенных в ЦНИИСК им. Кучеренко [4], при этом для численного расчета принимались те же исходные данные.

Всего рассчитывалось шесть различных сочетаний сечения элемента и эксцентриситета приложения нагрузки, каждое из которых для удобства будем называть «образец». В табл. 1 приведены номера образцов и соответствующие им поперечные сечения, гибкости λ , эксцентриситеты приложения нагрузки a и относительные эксцентриситеты m , обозначенные и вычисляемые в соответствии с действующими нормами³.

³ СП 16.13330.2017. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81* (с поправкой и изменениями № 1, 2). М.: Стандартинформ, 2017.

Расчетная длина всех рассчитываемых элементов составляет 3 м. Параметры материала представлены в табл. 2.

Предпосылки расчетов. Для всех расчетов использовались следующие предпосылки:

1. Нагрузка приложена статически, динамические эффекты не рассматриваются.

2. Расчет производится по деформированной схеме.

3. Учитываются большие перемещения.

4. Учитывается физическая нелинейность.

Для моделирования работы стали используется диаграмма Прандтля [5].

Расчет стержневой модели. Стержневая модель сжато-изгибаемого стержня рассчитывалась в программе SAP2000. Концы стержня закреплялись с эксцентриситетом a , который моделировался абсолютно жестким телом (АЖТ), при этом ограничения накладывались на все степени свободы, кроме поворота в плоскости эксцентриситета. В качестве воздействия прикладывалось вынужденное перемещение одного из концов стержня по направлению к другому на 10 мм. Для расчета по деформированной схеме стержень разбивался на 20 конечных элементов по длине. Развитие пластических деформаций моделировалось фибровым пластическим шар-

Таблица 1

Параметры образцов

№ образца	Сечение элемента	λ	a , мм	m
1	$\phi 102 \times 4,5$	86,9	2	0,086
2	$\phi 102 \times 4,5$	86,9	10	0,428
3	$\phi 76 \times 4,5$	118,4	2	0,118
4	$\phi 76 \times 4,5$	118,4	10	0,592
5	$\phi 60 \times 4,5$	152,4	2	0,155
6	$\phi 60 \times 4,5$	152,4	10	0,774

Таблица 2

Параметры материала

Параметр	Значение	Ед. изм.
Модуль упругости E	$2,03 \cdot 10^5$	МПа
Предел текучести R_y	295	МПа
Предел прочности R_u	436	МПа

ниром⁴ длиной 300 мм, состоящим из восьми волокон, расположенным посередине элемента.

Расчет оболочечной модели. Модель сжатого изгибаемого стержня, составленная из плоских конечных элементов, аппроксимирующая срединную поверхность трехмерного тела трубы, рассчитывалась в программе ANSYS. Концы стержня закреплялись с эксцентриситетом a , который моделировался инструментом «удаленное перемещение» (remote displacement) [6], при этом для одного конца перемещения по всем координатам приравнивались нулю, а для другого задавалось вынужденное перемещение на 10 мм по направлению к первому концу. Узлы опорных поперечных сечений стержня не объединялись с помощью АЖТ или элементов конечной жесткости, таким образом, деформация контура поперечного сечения не ограничивалась на опорах во избежание возникновения дополнительных напряжений. Согласно принципу Сен-Венана [7], характер передачи нагрузки на опорные сечения не должен влиять на характер распределения на-

пряжений в центре пролета стержня ввиду большой удаленности. Размер стороны конечного элемента назначался равным 10 мм. Физически нелинейная работа материала учитывалась для всех конечных элементов (без принудительной локализации зоны развития пластических деформаций).

Результаты расчетов. На рис. 1 изображена расчетная схема в программе ANSYS стержня сечением $\varnothing 102 \times 4,5$ мм с эксцентриситетом приложения нагрузки 10 мм, а также деформированные схемы на 52-м шаге нагрузки (последний шаг нагрузки, при котором все элементы расчетной модели работают в упругой стадии) и 200-м шаге нагрузки (соответствует сближению концов стержня на 10 мм). Деформации для наглядности преувеличены в пять раз по сравнению с реальными.

Сравнивая деформированные схемы стержня, можно заметить, что с развитием пластических деформаций изогнутая ось стержня по форме приближается к ломаной линии с переломом в центре стержня. Длина пластического шарнира в конце испытания приблизительно в 1,5–2 раза

⁴ Caltrans vs. fiber hinge // CSI Knowledge Base. URL: <https://wiki.csiamerica.com/display/kb/Caltrans+vs.+fiber+hinge> (дата обращения: 01.09.2020).

Рис. 1. Расчетная и деформированные схемы стержня сечением $\varnothing 102 \times 4,5$ мм

больше диаметра трубы, при этом по ходу загрузки пластические деформации развиваются не только в центре пролета, но и практически по всей длине стержня (со стороны сжатых волокон), все больше локализуясь в центре пролета с увеличением прогиба.

Анализируя все компоненты перемещений узлов расчетной схемы в ANSYS, также было выявлено незначительное изменение формы сечения в пластическом шарнире, которое не учитывается при расчете по стержневой модели в SAP2000.

Для построения графиков несущей способности исследуемых стержней определялись опорные реакции, направленные вдоль недеформированной оси стержня, величина сближения концов, а также максимальный прогиб (в середине стержня). На рис. 2 изображены графики зависимости несущей способности стержня и максимальной эквивалентной относительной пластической деформации от продольной де-

формации, на рис. 3 — графики зависимости несущей способности стержня от максимального прогиба, а на рис. 4 — графики зависимости отпорности стержня от продольной деформации (только для ANSYS).

Все графики, показанные на рис. 2–4, качественно очень хорошо сходятся с результатами, опубликованными в [4] для всех стержней. Это касается не только формы кривых, но и характерных значений. Для удобства сравнения все графики приведены в тех же осях, что и в [4].

Как стержневая конечно-элементная модель с учетом физической нелинейности за счет фибрового пластического шарнира в SAP2000, так и оболочечная конечно-элементная модель с учетом физической нелинейности в ANSYS адекватно описывают закритическую работу внецентренно сжатого элемента с кольцевым поперечным сечением. Результаты расчетов в разных постановках (стержневая, оболочечная расчетные схемы) и в разных программных продуктах схо-

Рис. 2. Графики зависимости несущей способности стержня и максимальной эквивалентной относительной пластической деформации от продольной деформации

Рис. 3. Графики зависимости несущей способности стержня от максимального прогиба

дятся не только между собой, но и с результатами лабораторных испытаний.

Опираясь на результаты вычислений, в работе сжато-изгибаемого элемента с кольцевым поперечным сечением можно выделить три стадии: упругая работа до потери устойчивости; потеря устойчивости при упругой работе материала; потеря устойчивости, сопровождаемая развитием пластических деформаций. Если пластические деформации начинают развиваться до потери устойчивости, то падение несущей способности происходит резко, с явно выраженным экстремумом на графике несущей способности.

Влияние эксцентриситета приложения нагрузки на несущую способность стержня увеличивается с увеличением жесткости стержня и уменьшается с увеличением прогиба стержня.

Дискретизация пластического шарнира. Можно заметить, что кривые, построенные по результатам расчета в ANSYS, гладкие, а по результатам расчета в SAP2000 имеют переломы. Это связано с тем, что в пластическом шарнире в SAP2000 использовалось восемь волокон по окружности элемента и именно в момент перехода какого-либо волокна от упругой работы

Рис. 4. Графики зависимости отпорности стержня от продольной деформации

к пластической возникает перелом на графике несущей способности.

При моделировании пластического шарнира большим количеством волокон кривые сглаживаются. Погрешность в определении несущей способности стержня при грубом моделировании пластического шарнира не превышает 2–3 %. Вместе с тем время расчета при использовании большого количества волокон в шарнире увеличивается по сравнению с грубым моделированием в разы. Характерные переходы сечения в целом из одного состояния в другое одинаково хорошо описываются пластическими шарнирами с разным количеством волокон.

На рис. 5 изображено состояние волокон пластического шарнира с разным количеством волокон по длине при характерных шагах нагрузки. Фиолетовым цветом обозначено возникновение пластической деформации в волокне. Так, на 47-м шаге нагрузки возникают первые пластические деформации в наиболее сжатых волокнах шарнира, а на 78-м — первые пластические деформации в наиболее растянутых волокнах шарнира. На последнем шаге нагрузки лишь небольшая часть волокон, близких к нейтральной оси сечения (смещенной за счет пластической работы), работает в упругой стадии.

Учитывая вышесказанное, стержневая модель с фибровым пластическим шарниром в SAP2000 позволяет достичь оптимального баланса между скоростью и точностью расчета и может быть использована для расчета не только отдельных эле-

ментов, но и в целом конструкций с теряющими устойчивость элементами с кольцевым поперечным сечением, например, структурных покрытий. Фибровые пластические шарниры SAP2000 также могут быть использованы при решении динамических задач: на основе расчета большого числа конструкций с их использованием были получены коэффициенты динамичности [8], используемые в американском нормативном документе (UFC 4-023-03).

Заключение. Исследование заkritической работы стержней кольцевого поперечного сечения удобно тем, что в работе таких элементов при внецентренном сжатии с равными эксцентриситетами на концах в определенных пределах не возникают эффекты, затрудняющие анализ результатов: существенное изменение формы сечения, потеря местной устойчивости, потеря устойчивости по изгибно-крутильной форме. С этой точки зрения понимание запредельной работы таких стержней — первый шаг к пониманию запредельной работы сжато-изгибаемых стержней в общем случае, т. е. с учетом произвольного нагружения и всех эффектов, перечисленных выше.

Построение аналитической модели для расчета несущей способности сжато-изгибаемого стержня в заkritическом состоянии позволит получать аналогичные численному решению результаты с меньшими затратами по времени, учитывать за счет совершенствующейся методики определения редуцированных сечений [9]

Рис. 5. Состояние волокон пластического шарнира на различных шагах нагрузки

потерю местной устойчивости. Численные же расчеты с описанными выше параметрами дадут возможность провести проверку полученного решения до проведения лабораторных испытаний.

Библиографический список

1. Byfield M., Mudalige W., Morison C., Stoddart E. A review of progressive collapse research and regulations // *Structures and Buildings*. 2014. Vol. 167 (8). Pp. 447–456.
2. Tuka Mohammed Qasim, Salah Rohaima Al-Zaidee. Post-buckling Analysis of Cold-form Steel Column // *Journal of Engineering*. 2020. Vol. 26 (4). Pp. 173–187.
3. Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Шошин Д. В., Федорова Т. Г. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе // *Проблемы прочности и пластичности*. 2009. № 79. С. 77–83.
4. Третьякова Э. В., Аванесов С. И. Исследование закритического поведения внецентренно-сжатых стержней трубчатого сечения // *Строительная механика и расчет сооружений*. 1981. № 1.
5. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. *Строительная механика*. 8-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1986. 607 с.
6. Федорова Н. Н., Вальгер С. А., Данилов М. Н., Захарова Ю. В. *Основы работы в ANSYS 17*. М.: ДМК Пресс, 2017. 210 с.
7. Александров А. В., Потапов В. Д., Державин Б. П. *Сопrotивление материалов*. 3-е изд. М.: Высшая школа, 2003. 560 с.
8. Marchand K., McKay A., Stevens D. J. Development and Application of Linear and Non-Linear Static Approaches in UFC 4-023-03 // *Structures Congress*. Austin, Texas (US), April 30-May 2, 2009.
9. Смирнов М. О. Совершенствование методики определения редуцированных сечений стержней из холодногну́тых профилей при однопараметрическом нагружении // *Вестник гражданских инженеров*. 2020. № 2 (79). С. 60–67.

References

1. Byfield M., Mudalige W., Morison C., Stoddart E. A review of progressive collapse research and regulations. *Structures and Buildings*, 2014, vol. 167 (8), pp. 447–456.
2. Tuka Mohammed Qasim, Salah Rohaima Al-Zaidee. Post-buckling analysis of cold-form steel column. *Journal of Engineering*, 2020, vol. 26 (4), pp. 173–187.
3. Bazhenov V. G., et al. *Teoreticheskoe i eksperimental'noe issledovanie poteri ustoychivosti i zakriticheskogo povedeniya tonkostennoy tsilindricheskoy obolochki pri izgibe* [Theoretical and experimental study of the loss of stability and supercritical behavior of a thin-walled cylindrical shell under bending]. *Problemy prochnosti i plastichnosti – Problems of strength and plasticity*, 2009, no. 79, pp. 77–83.
4. Tretyakova E. V., Avanesov S. I. *Issledovanie zakriticheskogo povedeniya vnetsentrenno-szhatykh stержney trubchatogo secheniya* [Investigation of the post-critical behavior of off-center compressed rods of a tubular section]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy – Construction mechanics and calculation of structures*, 1981, no. 1.
5. Darkov A. V., Shaposhnikov N. N. *Stroitel'naya mekhanika* [Construction mechanics]. 8-th ed., revised. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1986, 607 p.
6. Fedorova N. N., Val'ger S. A., Danilov M. N., Zakharova Yu. V. *Osnovy raboty v ANSYS 17* [Fundamentals of work in ANSYS 17]. Moscow, DMK Press Publ., 2017, 210 p.
7. Aleksandrov A. V., Potapov V. D., Derzhavin B. P. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. 3-rd ed. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2003, 560 p.
8. Marchand K., McKay A., Stevens D. J. Development and Application of Linear and Non-Linear Static Approaches in UFC 4-023-03. *Structures Congress*, Austin, Texas (US), April 30–May 2, 2009.
9. Smirnov M. O. *Sovershenstvovanie metodiki opredeleniya redutsirovannykh secheniy stержney iz kholodnognutykh profiley pri odnoparametricheskom zagruzhenii* [Improving the methodology for determining reduced cross-sections of rods from cold formed profiles at one-parameter loading]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2020, no. 2 (79), pp. 60–67.