УДК 624.15

DOI 10.23968/1999-5571-2020-17-5-117-122

© К. Д. Скворцов, магистрант

© K. D. Skvortsov, undergraduate

© А. И. Осокин, канд. техн. наук, доцент

© A. I. Osokin, PhD in Sci. Tech., Associate Professor

(Санкт-Петербургский государственный

(Saint Petersburg State University

архитектурно-строительный университет,

of Architecture and Civil Engineering,

Санкт-Петербург, Россия)

St. Petersburg, Russia)

E-mail: skvortsov1091@gmail.com, geostroy-osokin@mail.ru

E-mail: skvortsov1091@gmail.com, geostroy-osokin@mail.ru

ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМУЛЫ РАСЧЕТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГРУНТА

OPTIMIZATION OF THE FORMULA OF THE DESIGN RESISTANCE OF SOIL

Рассмотрены допущения, принятые при выведении формулы расчетного сопротивления грунта. Показано, что в условиях плоской задачи учет коэффициента бокового давления грунта приводит к меньшим значениям начальной критической нагрузки и, следовательно, к снижению расчетного сопротивления. Уравнение предельного равновесия реализовано в программном комплексе MathCad, что позволяет получить изолинии углов отклонения на любой глубине от приложенной равномерно распределенной нагрузки. Для определения начальной критической нагрузки приведена формула, учитывающая коэффициент бокового давления грунта K_0 . В заключительной части статьи приведено решение задачи по формуле Н. П. Пузыревского и по выведенной формуле с учетом K_0 представлена разница изолиний углов отклонения, а также проведен анализ аналогичной задачи в программном комплексе Plaxis 2D.

Ключевые слова: фундамент, расчетное сопротивление, грунт, основание, коэффициент бокового давления грунта.

The assumptions made in the derivation of the formula for the design soil resistance are considered. It is shown that in the conditions of the plane problem, taking into account the coefficient of lateral soil pressure leads to lower values of the initial critical load and, consequently, to a decrease in the design resistance. The equation of limiting equilibrium is implemented in the MathCad software package, which makes it possible to obtain isolines of deviation angles at any depth from the applied uniformly distributed load. To determine the initial critical load, a formula is given that takes into account the coefficient of lateral soil pressure K_0 . In the final part of the article, the solution to the problem is given according to the formula of N. P. Puzyrevsky and according to the formula derived by the author, taking into account K_0 , the difference in the isolines of the deflection angles is presented, and an analysis of a similar problem in the Plaxis 2D software package is carried out.

Keywords: foundation, design resistance, soil, base, coefficient of lateral soil pressure.

Основным расчетом оснований фундаментов зданий и сооружений является расчет по второму предельному состоянию, то есть по деформациям. При выполнении такого расчета среднее давление по подошве фундаментов ограничивают величиной расчетного сопротивления грунта, являющегося пределом применимости принципа линейной деформируемости [2–5, 8, 13].

Для определения прочности грунта под подошвой фундамента нормы СП 22.13330.2016 реко-

мандуют определять расчетное сопротивление оснований различных фундаментов по формуле

$$R = \frac{\gamma_{c1}\gamma_{c2}}{k} \times \left[M_{\gamma}k_z b \gamma_{II} + M_q d_1 \gamma'_{II} + (M_q - 1) d_b \gamma'_{II} + M_c c_{II} \right]. \quad (1)$$

Данную формулу следует считать приближенной, базирующейся на следующих допущениях [4, 7]:

- при незначительном развитии зон пластических деформаций принимается линейная за-

висимость между деформациями и напряжениями;

- формула выведена из решения плоской задачи, при которой напряжения будут зависеть только от координат $x - z$, что во многих задачах не так [2–4, 10];

- в решении формулы заложен равный тензор напряжений от собственного веса грунта (гидростатическое давление) $\sigma_{zg} = \sigma_{xg} = \sigma_{yg}$, что также не является действительностью [11]: согласно обобщенному закону Гука вертикальные напряжения связаны с горизонтальными через коэффициент Пуассона $\sigma_x = \sigma_y = K_0 \sigma_z$, где $K_0 = \frac{\nu}{1-\nu}$, или по формуле $K_0 = 1 - \sin \varphi$ [6].

Как известно, разрушение грунта строится по условию прочности Кулона–Мора. Разрушение наступает тогда, когда грунт начинает сдвигаться в сторону от приложенной к нему вертикальной нагрузки. Следовательно, чем больше будут удерживающие силы против сдвига, тем устойчивее будет грунт [1–4, 9].

Представим это в формульной интерпретации для грунта с прочностными характеристиками: $c = 18$ кПа, $\varphi = 18^\circ$, $\gamma = 19,1$ кН/м³, $d = 1$ м, шириной приложения равномерно распределенной нагрузки $b = 2,4$ м и $p_{cr} = 147,6$ кН/м², где p_{cr} — начальная критическая нагрузка, определяемая по формуле Н. П. Пузыревского:

$$p_{cr} = \frac{\pi(\gamma z_{\max} + \gamma' d + c \operatorname{ctg} \varphi)}{\operatorname{ctg} \varphi + \varphi - \pi/2} + \gamma' d. \quad (2)$$

Получим для $K_0 = 1$:

$$\theta = \frac{180}{\pi} \sin \sqrt{\frac{(\sigma_{zp} - \sigma_{xp})^2 + 4\tau_{xzp}^2}{\sigma_{zp} + \sigma_{xp} + 2\sigma_{zg} + 2\sigma_c^2}}. \quad (3)$$

Аналогично для $K_0 = 1 - \sin \varphi$:

$$\theta = \frac{180}{\pi} \times \sin \sqrt{\frac{((\sigma_{zp} + \sigma_{zg}) - (\sigma_{xp} + K_0 \sigma_{zg}))^2 + 4\tau_{xzp}^2}{\sigma_{zp} + \sigma_{xp} + K_0 \sigma_{zg} + \sigma_{zg} + 2\sigma_c^2}}. \quad (4)$$

Для большей наглядности значений $\theta_{\max}$ ниже представлены графики, полученные путем вычислений данного угла под краями полосовой нагрузки по глубине (рис. 3).

Из приведенных результатов сравнительного расчета можно сделать несколько выводов:

1) при использовании $K_0 = 1$ расчетная схема (рис. 4), заложенная в формулу начальной кри-

тической нагрузки, не реализуется должным образом за счет того, что значения σ_{zg} и σ_{xg} сокращаются, и по итогу за пределами равномерно распределенной нагрузки становятся равны нулю, что можно заметить по значениям $\theta_{\max}$ на рис. 1;

2) при использовании эмпирической формулы $K_0 = 1 - \sin \varphi$ [6] (рис. 2) в условии прочности Кулона–Мора, область предельного состояния при начальной критической нагрузке имеет ярко выраженную зону пластических деформаций в основании, что противоречит определению начальной критической нагрузки, подразумевающей отсутствие пластических деформаций.

Рис. 1. Изолинии углов отклонения при $K_0 = 1$

Рис. 2. Изолинии углов отклонения при $K_0 = 1 - \sin \varphi$

Рис. 3. График зависимости изменения угла $\theta_{\max}$ под краями полосовой нагрузки по глубине: а — с учетом $K_0 = 1 - \sin \varphi$; б — при $K_0 = 1$

Рис. 4. Расчетная схема для определения напряженно-деформированного состояния в точке

В связи с данными выводами целесообразно в формулу начальной критической нагрузки ввести учет неравномерности напряжений от собственного веса грунта, включив $K_0 = 1 - \sin \varphi$.

Таким образом, в решение Митчелла [1–3, 12] для определения главных напряжений плоской задачи подставим

$$\sigma_1 = (P - yd) \frac{(\beta + \sin \beta)}{\pi} + y'd + yz; \quad (5)$$

$$\sigma_2 = (P - yd) \frac{\beta - \sin \beta}{\pi} + (1 - \sin \varphi)y'd + yz. \quad (6)$$

Затем для нахождения предельного состояния в конкретной точке М (см. рис. 4) необходимо подставить выражения для σ_1 и σ_2 в формулу предельного состояния Кулона–Мора:

$$\sin \varphi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2c \operatorname{ctg} \varphi}. \quad (7)$$

Проведя подстановку формул (5), (6) в (7) и взяв производную глубины z к углу β , найдем экстремум функции

$$z' = \frac{\sin \varphi (2P - 2dy) - 2P \cos \beta + 2dy \cos \beta}{\sin \varphi (2\pi y - \pi \sin \varphi y) - \pi \sin \varphi y}. \quad (8)$$

Данная производная будет равна нулю при $\beta = \frac{\pi}{2} - \varphi$; подставляя значение β в формулу Митчелла, а затем в формулу предельного равновесия и решая относительно P , получим искомое значение начальной критической нагрузки:

$$p_{cr} = dy - \frac{\pi d \sin \varphi y' - 2\pi dy' \sin \varphi}{2 \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) + 2 \sin \varphi(\varphi - \frac{\pi}{2})} - \frac{2\pi c \operatorname{ctg} \varphi \sin \varphi + \pi d \sin \varphi y' \sin \varphi}{2 \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) + 2 \sin \varphi(\varphi - \frac{\pi}{2})}. \quad (9)$$

Сравнение начальной критической нагрузки, рассчитанной по формуле Н. П. Пузыревского и формуле, полученной с учетом $K_0 = 1 - \sin \varphi$, приведено на рис. 5, характеристики грунтов используются аналогично задаче по нахождению углов отклонений.

Из графиков можно заметить, что по формуле Н. П. Пузыревского угол $\theta_{\max}$ под краями полосовой нагрузки значительно превышает угол внутреннего трения грунта, что говорит о развитой зоне пластических деформаций при данной нагрузке. Вследствие этого можно сделать вывод, что учет значения K_0 позволяет получить более точный результат допустимого давления на основание фундамента.

Рис. 5. Графики зависимости изменения от глубины: а — начальной критической нагрузки; б — соответствующего ей угла $\theta_{\max}$ под краями полосовой нагрузки

Аналогичная задача была решена в программном комплексе Plaxis 2D с использованием модели Кулона–Мора, результаты расчета представлены на рис. 6, 7.

Зона развития пластических деформаций, представленная на рис. 6, соответствует аналогичному решению в программном комплексе MathCad (рис. 8), что позволяет подтвердить корректность полученной формулы (9).

Выводы

1. По результатам проведенной работы можно сделать вывод о том, что расчет сопротивления по формуле из СП 22.13330.2016 приводит к завышению допустимых значений нагрузки и, как следствие, фундамент работает в пластической

Рис. 7. Изополя пластических деформаций, рассчитанные по формуле, полученной Н. П. Пузыревским

Рис. 6. Изополя пластических деформаций, рассчитанные по формуле (9)

Рис. 8. Изолинии углов отклонения от начальной критической нагрузки по формуле (9)

зоне деформаций в большей степени, нежели принято считать.

2. По результатам вычислений можно сделать вывод, что использование фактического значения K_0 позволяет получить более корректный результат, приближенный к реальному поведению грунта, и полноценно реализовать расчетную схему при определении напряженно-деформируемого состояния в точке, что, по нашему мнению, дает более точное совпадение результатов аналитического расчета с результатами расчетов, полученными в программных комплексах.

3. Выведенная формула (9) позволяет оценить границу линейной деформируемости с намного большей точностью, чем формула (2), в связи с чем целесообразно заменить «основу» имеющейся формулы расчетного сопротивления (2) на предложенную авторами формулу (9), что, в свою очередь, позволит определять и прогнозировать осадки в основании фундаментов с большей точностью.

Библиографический список

1. Далматов Б. И. Механика грунтов, основания и фундаменты (включая специальный курс инженерной геологии). 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1988. 415 с.
2. Цытович Н. А. Механика грунтов. М.: Госстройиздат, 1963. 636 с.
3. Флорин В. А. Основы механики грунтов. М.: Госстройиздат, 1959. Т. I. Общие зависимости и напряженное состояние зданий и сооружений. 357 с.
4. Пилягин А. В. Проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений. М.: АСВ, 2006. 248 с.
5. Малышев М. В. Прочность грунтов и устойчивость оснований сооружений. М.: Стройиздат, 1980. 137 с.
6. Jaky J. The coefficient of earth pressure at rest // J. Soc. Hung. Archit. Eng. 1944. Vol. 78 (22). Pp. 355–388.
7. Богомолов А. Н., Богомолова О. А., Вайнгольц А. И., Ермаков О. В. Сопоставление результатов расчета несущей способности двухслойного основания заглубленного ленточного фундамента различными способами // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. 2014. № 2. С. 106–116.
8. Лучковский И. Я. Что же такое «Расчетное сопротивление грунта основания» // Світ Геотехники. 2010. № 1. С. 11–16.
9. Котов М. Ф. Механика грунтов в примерах / под ред. Н. Н. Маслова. М.: Высшая школа, 1968. 271 с.
10. Жемочкин Б. Н. Теория упругости. М.: Госстройиздат, 1957. 256 с.
11. Нуждин Л. В., Коробова О. А., Нуждин М. Л. Практический метод расчета осадок фундаментов с учетом деформационной анизотропии грунтов основания // Вестник ПНИПУ. Строительство и архитектура. 2014. № 4. С. 245–263.
12. Мангушев Р. А., Карлов В. Д., Сахаров И. И. Механика грунтов. М.: АСВ, 2011. 264 с.
13. Пилягин А. В. К вопросу определения расчетного сопротивления оснований при различных схемах загрузки // Известия КГАСА. 2004. № 1 (2). С. 43–44.

References

1. Dalmatov B. I. *Mekhanika gruntov, osnovaniya i fundamenti (vkluychaya spetsial'niy kurs inzhenernoy geologii)* [Soil mechanics, bases and foundations (including a special course in engineering Geology)]. 2-nd ed., revised. Leningrad, Stroyizdat Publ., 1988, 415 p.
2. Tsytoich N. A. *Mekhanika gruntov* [Soil mechanics]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1963, 636 p.
3. Florin V. A. *Osnovy mekhaniki gruntov* [Fundamentals of soil mechanics]. vol. I. *Obshchie zavisimosti i napryazhennoe sostoyanie zdaniy i sooruzheniy* [General dependencies and stress state of buildings and structures]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1959, 357 p.
4. Pilyagin A. V. *Proektirovanie osnovaniy i fundamentov zdaniy i sooruzheniy* [Design of bases and foundations of buildings and structures]. Moscow, ASV Publ., 2006, 248 p.
5. Malyshev M. V. *Prochnost' gruntov i ustoychivost' osnovaniy sooruzheniy* [Soil strength and stability of the foundations of structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1980, 137 p.
6. Jaky J. The coefficient of earth pressure at rest. *J. Soc. Hung. Archit. Eng.*, 1944, vol. 78 (22), pp. 355–388.
7. Bogomolov A. N., Bogomolova O. A., Vayngol'ts A. I., Ermakov O. V. *Sopostavlenie rezul'tatov rascheta nesushchey sposobnosti dvukhsloynogo osnovaniya zaglublennogo lentochnoogo fundamenta razlichnymi sposobami* [Comparison of the results of calculating the load-bearing capacity of a two-layer foundation of a buried tape foundation in various ways]. *Vestnik PNIPU. Stroitel'stvo i arkhitektura – PNIPU Bulletin. Construction and architecture*, 2014, no. 2, pp. 106–116.
8. Luchkovskiy I. Ya. *Chto zhe takoe «Raschetnoe soprotivlenie grunta osnovaniya»* [What is the “calculated resistance of the ground base”]. *Svit Geotekhniki*, 2010, no. 1, pp. 11–16.

9. Kotov M. F. *Mekhanika gruntov v primerakh* [Soil mechanics in examples]. Ed. by Maslov N. N. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1968, 271 p.

10. Zhemochkin B. N. *Teoriya uprugosti* [The theory of elasticity]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1957, 256 p.

11. Nuzhdin L. V., Korobova O. A., Nuzhdin M. L. *Prakticheskiy metod rascheta osadok fundamentov s uchetom deformatsionnoy anizotropii gruntov osnovaniya* [Practical method for calculating the foundation sediment taking into account the deformation anisotropy of the foundation soils]. *Vestnik PNIPU. Stroitel'stvo*

i arkhitektura – *PNRPU Bulletin. Construction and architecture*, 2014, no. 4, pp. 245–263.

12. Mangushev R. A., Karlov V. D., Sakharov I. I. *Mekhanika gruntov* [Soil mechanics]. Moscow, ASV Publ., 2011, 264 p.

13. Pilyagin A. V. *K voprosu opredeleniya raschyotnogo soprotivleniya osnovaniy pri razlichnykh skhemakh zagruzheniya* [To the question of assessing the design resistance of foundations under different loading schemes]. *Izvestiya KGASA – Bulletin of KGASA*, 2004, no. 1 (2), pp. 43–44.