УДК 339.13.017

© М. Б. Ласкин, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.
(Санкт-Петербургский институт информатики
и автоматизации Российской академии наук
(СПИИРАН), Санкт-Петербург, Россия)

E-mail: laskinmb@yahooi.com

© А. А. Мир, магистрант
(Санкт-Петербургский государственный
университет, Санкт-Петербург, Россия)

E-mail: miranita96@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2020-17-4-239-251

© М. Б. Laskin, PhD in Sci. Phys.-Math., senior researcher
(St. Petersburg Institute for Informatics
and Automation of the Russian Academy
of Sciences (SPIIRAS), St. Petersburg, Russia)

E-mail: laskinmb@yahooi.com

© А. А. Mir, undergraduate
(Saint Petersburg State University,
St. Petersburg, Russia)

E-mail: miranita96@gmail.com

ОЦЕНКА ТЕМПОВ РОСТА РЫНКА НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ДАННЫХ КАДАСТРОВОГО УЧЕТА В РАЗНЫХ ПЕРИОДАХ

EVALUATION OF MARKET GROWTH RATES BASED ON ANALYSIS OF CADASTRAL RECORD-KEEPING IN DIFFERENT PERIODS

Предложен метод оценки темпов роста рынка недвижимости, вытекающий из совместного нормального закона распределения логарифмов цен, примененных к кадастровым стоимостям. Ценообразующие факторы рассматриваются как качественные, так и непрерывные. По качественным факторам проводится разделение множеств объектов на кластеры. Анализ двумерных распределений кадастровых стоимостей и вытекающих из них зависимостей (в том числе темпов роста) проводится для каждого кластера отдельно. Предложенный метод предполагает использование больших объемов данных, не позволяющих сразу применять привычные методы проверки статистических гипотез. Применительно к рассматриваемым двумерным выборкам кадастровых (и рыночных) стоимостей предложен способ тестирования больших двумерных выборок на совместную нормальность. Приведенные примеры опираются на сравнение результатов кадастровой оценки встроенной коммерческой недвижимости Санкт-Петербурга в 2015 и 2018 годах.

Ключевые слова: рыночная стоимость недвижимости, стохастическая модель ценообразования, мода логарифмически нормального закона распределения, корректировка цен объектов сравнения.

The article proposes a method for evaluating the growth rate of the real estate market, the method being derived from the joint normal law of distribution of price logarithms applied to cadastral value. Pricing factors are considered both as qualitative and continuous ones. Qualitative factors are used to divide sets of objects into clusters. Analysis of two-dimensional distributions of cadastral values and dependencies that are derived from them (including growth rates) is carried out for each cluster separately. The proposed method involves the use of large amounts of data, which do not allow applying the usual methods of testing statistical hypotheses immediately. A method of testing large two-dimensional samples for joint normality is proposed for the two-dimensional samples of cadastral (and market) values. All examples are based on a comparison of the results of cadastral valuation of built-in commercial real estate in St. Petersburg in 2015 and 2018.

Keywords: real estate market value, stochastic model of pricing, mode of the logarithmically normal law of distribution, the price adjustment of the compared objects.

Проведенные в РФ работы по оценке кадастровой стоимости в 2015 и 2018 годах дают новые возможности для исследований рынка. Такие возможности заключаются в изучении двумерных распределений кадастровых стоимостей в разных периодах¹ и получении важных ха-

¹ Федеральный Закон № 237-ФЗ «О государственной кадастровой оценке» предусматривает проведение государственной кадастровой

рактистик для различных кластеров объектов. Обстоятельством, открывающим новые возможности, является тот факт (в отличие от рыночной оценки не чаще, чем один раз в три года (для городов федерального значения один раз в два года), но не реже чем один раз в пять лет, а кроме того, предусматривает возможность внеочередной кадастровой оценки в случаях изменения индекса недвижимости более чем на 30 % (Федеральный закон № 237-ФЗ «О государственной кадастровой оценке» от 03.07.2016 г. URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_200504/).

ных данных), что в кадастровых базах каждому объекту приписан уникальный идентификатор (кадастровый номер) и две разные кадастровые стоимости (2015 и 2018 г.). Несмотря на то что кадастровая стоимость введена, прежде всего, для целей налогообложения, она может быть использована и для аналитических исследований. В 2015 году² кадастровая стоимость определялась как рыночная на дату оценки. К 2018 году, с принятием Федерального закона № 237-ФЗ «О государственной кадастровой оценке» от 03.07.2016, из стандарта исчезло указание на связь кадастровой и рыночной стоимости, но оно осталось в методических указаниях Минэкономразвития³ и, в частности, в используемых нами данных отчетов о кадастровой оценке 2015 и 2018 года, опубликованные ГУП ГУИОН Санкт-Петербурга в 2015 г.⁴ и Санкт-Петербургским ГУ «Кадастровая оценка» в 2018 г.⁵ кадастровая стоимость определялась как рыночная на дату оценки.

В качестве примера в статье проведено сравнение результатов кадастровой оценки 2015 и 2018 г., объектов встроенной коммерческой недвижимости Санкт-Петербурга. Приведенные ниже результаты исследования основаны на модели, предполагающей совместную нормальность логарифмов цен (в данном случае кадастровых стоимостей 1 кв. м встроенной коммерческой недвижимости). Теоретические основания для такой модели были опубликованы в статьях [1, 4, 8]. В настоящей статье мы рассматриваем результаты отчетов о кадастровой оценке как сборник рыночных цен объектов недвижимости на 01.01.2015 и 01.01.2018. Подробное обоснование расчета кадастровых стоимостей как рыночных дано в отчете об оценке (том 1 «От-

² Федеральный стандарт оценки «Определение кадастровой стоимости объектов недвижимости (ФСО № 4)» (утв. Приказом Министерства экономического развития РФ от 22 октября 2010 г. № 508). URL: <https://base.garant.ru/14152457/>

³ Приказ Минэкономразвития России от 12.05.2017 № 226 (ред. от 09.08.2018) «Об утверждении методических указаний о государственной кадастровой оценке» (зарегистрировано в Минюсте России 29.05.2017 № 46860). URL: <http://base.garant.ru/71686152/>

⁴ Приказ Комитета имущественных отношений Санкт-Петербурга от 27.08.2015 № 59-п «Об утверждении результатов определения кадастровой стоимости помещений площадью менее 3000 кв. м на территории Санкт-Петербурга». URL: <http://gov.spb.ru/gov/otrasl/kio/documents/innye-dokumenty/4434/> (дата обращения: 20.09.2019).

⁵ Отчет об определении кадастровой стоимости объектов недвижимости на территории Санкт-Петербурга № 1/2018, Санкт-Петербургское государственное бюджетное учреждение «Городское управление кадастровой оценки», Санкт-Петербург, 2018. URL: <http://www.ko.spb.ru/interim-reports/> (дата обращения: 20.09.2019).

чета» (см. сноску 5), с. 111, п. 4.9.5, с. 107, 138.). Ниже соответствующие кадастровые стоимости (рыночные на даты 01.01.2015 и 01.01.2018) обозначаются V_{2015} , V_{2018} .

Принятие гипотезы о совместной нормальности логарифмов означает, что линейной регрессией с наилучшими оценками параметров в смысле несмещенности, эффективности и состоятельности будет уравнение линии главной оси эллипсов рассеяния. Это означает, что линии зависимостей величины V_{2018} от величины V_{2015} будут иметь вид степенной функции.

Как известно, плотность двумерного нормального распределения с нулевым вектором средних при $x, y \in R$ равна

$$f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \times \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} - 2\rho\frac{xy}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)\right],$$

где σ_x^2 , σ_y^2 — дисперсии случайных величин X и Y соответственно; ρ — коэффициент корреляции компонент вектора X и Y .

Условная плотность вектора, имеющего совместную плотность $\rho(x, y)$,

$$\rho_{X|Y=y}(x) = \rho(x|y) = \frac{\rho(x,y)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x,y) dx} = \frac{\rho(x,y)}{\rho(y)}.$$

Тогда условная плотность двумерного нормального вектора $f(X|y)$ рассчитывается по формуле

$$f(X|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_x \sqrt{1-\rho^2}} \times \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{x}{\sigma_x} - \rho\frac{y}{\sigma_y}\right)^2\right]. \quad (1)$$

Отсюда видно, что при каждом y случайная величина X нормальна с параметрами

$$E(X|Y=y) = \rho\frac{\sigma_x}{\sigma_y}y, \quad D(X|Y=y) = \sigma_x^2(1-\rho^2).$$

Рассмотрим двумерную случайную величину (V_{2015} — кадастровая стоимость 2015 года, V_{2018} — кадастровая стоимость 2018 года). Пусть V_{2015} , V_{2018} имеют логарифмически нормальные распределения с параметрами μ_{2015} , σ_{2015} , μ_{2018} , σ_{2018} и коэффициентом корреляции ρ .

Пусть $X = \ln V_{2018} - \mu_{2018}$, $Y = \ln V_{2015} - \mu_{2015}$, тогда, подставляя X и Y в (1), получим условную плотность $\ln V_{2018}$ при условии $\ln V_{2015} = \ln v_{2015}$:

$$f(\ln V_{2018} | \ln V_{2015} = \ln v_{2015}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{2018} \sqrt{1-\rho^2}} \times \exp \left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \times \left(\frac{\ln V_{2018} - \mu_{2018}}{\sigma_{2018}} - \rho \frac{\ln v_{2015} - \mu_{2015}}{\sigma_{2015}} \right)^2 \right],$$

т. е. $\ln V_{2018}$ (при условии $\ln V_{2015} = \ln v_{2015}$) нормален с параметрами

$$E(\ln V_{2018} | \ln V_{2015} = \ln v_{2015}) = \mu_{2015} + \rho \frac{\sigma_{2015}}{\sigma_{2018}} (\ln V_{2015} - \mu_{2015});$$

$$D(\ln V_{2018} | \ln V_{2015} = \ln v_{2015}) = \sigma_{2018}^2 (1 - \rho^2)$$

и V_{2018} распределено логарифмически нормально с теми же параметрами.

Условные медиана, мода, математическое ожидание величины V_{2018} имеют вид степенных функций:

$$Median(V_{2018} | V_{2015} = v) = A_{median} v^{\rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}}}, \quad (2)$$

$$\text{где } A_{median} = \exp \left(\mu_{2018} - \rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}} \mu_{2015} \right);$$

$$Mode(V_{2018} | V_{2015} = v) = A_{mode} v^{\rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}}}, \quad (3)$$

где

$$A_{mode} = \exp \left(\mu_{2018} - \rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}} \mu_{2015} - \sigma_{2018}^2 (1 - \rho^2) \right);$$

$$E(V_{2018} | V_{2015} = v) = A_E v^{\rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}}}, \quad (4)$$

где

$$A_E = \exp \left(\mu_{2018} - \rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}} \mu_{2015} + \frac{1}{2} \sigma_{2018}^2 (1 - \rho^2) \right).$$

Уравнение главной оси эллипсов рассеяния

$$\ln(V_{2018}) = \rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}} \ln(V_{2015}) + \mu_{2018} - \mu_{2015} \rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}} \quad (5)$$

при потенцировании дает уравнение зависимости медианных значений случайной величины V_{2018} при заданном значении $V_{2015} = v$.

Можно вывести оценочную формулу зависимости темпов роста сектора рынка (кластера рынка) от базовой кадастровой стоимости (2015

года). Такая зависимость может быть построена по модальным, медианным или средним значениям. Строго говоря, в соответствии с определением рыночной стоимости, закрепленной в ФЗ № 135 «Об оценочной деятельности в РФ», следовало бы провести такую оценку по модальным значениям. Учитывая, что используемые нами данные кадастровой оценки 2015 и 2018 года рассчитаны кадастровым управлением по мультипликативной модели⁶, т. е. линейной модели для логарифмов, переводящей при потенцировании линию линейной регрессии для логарифмов в медианную линию для натуральных значений, мы тоже ограничимся медианной линией для вывода формулы темпов роста сектора рынка⁷. Поскольку, с одной стороны (см. формулу (2))

$$Median(V_{2018} | V_{2015} = v) =$$

$$= \exp \left(\mu_{2018} - \rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}} \mu_{2015} \right) v^{\rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}}},$$

а с другой стороны, по формуле сложных процентов

$$V_{2018} = (1+i)^3 V_{2015},$$

где i — темп роста рынка в год, получаем

$$1+i = \exp \left[\frac{1}{3} \left(\mu_{2018} - \rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}} \mu_{2015} \right) \right] v^{\frac{1}{3} \left(\rho \frac{\sigma_{2018}}{\sigma_{2015}} - 1 \right)}. \quad (6)$$

Пример. Рассмотрим кадастровую стоимость встроенной коммерческой недвижимости в Санкт-Петербурге в 2015 и 2018 годах. На рис. 1 представлена соответствующая точечная диаграмма. Объем выборки 66 002 объекта (встроенные объекты коммерческой недвижимости, имеющие совпадения кадастрового номера в 2015 и 2018 годах).

Визуально заметно, что весь рынок встроенной коммерческой недвижимости Санкт-Петербурга, с точки зрения динамики изменений кадастровой стоимости, распадается на пять кластеров.

⁶ Федеральный закон от 29.07.1998 № 135-ФЗ (ред. от 29.07.2017) «Об оценочной деятельности в Российской Федерации». URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_19586/

Приказ Комитета имущественных отношений Санкт-Петербурга от 27.08.2015 № 59-п «Об утверждении результатов определения кадастровой стоимости помещений площадью менее 3000 кв. м на территории Санкт-Петербурга». URL: <http://gov.spb.ru/gov/otrasl/kio/documents/inve-dokumenty/4434/>

⁷ Ниже будет показано, насколько различными могут быть оценки темпов роста в зависимости от того, как оценивалась рыночная стоимость: по модальным, медианным или средним значениям.

Рис. 1. Двумерное распределение кадастровых стоимостей 1 кв. м встроенных объектов коммерческого назначения в Санкт-Петербурге в 2015 и 2018 годах. По горизонтали — кадастровая стоимость 1 кв. м в руб. в 2015 году, по вертикали — в 2018 году

Объемы кластеров (слева направо): кластер 1 — 92 объекта, кластер 2 — 63 929 объектов, кластер 3 — 1303 объекта, кластер 4 — 552 объекта, кластер 5 — 126 объектов. Очевидно, кластеры 1, 3, 4, 5 — малочисленные кластеры, объединяющие либо дешевые (первый кластер), либо дорогие объекты (3, 4, 5 кластеры). Все они носят признаки значительной коррекции кадастровой стоимости 2015 года, сосредоточенной в узких диапазонах. Прежде всего, нас будет интересовать 2-й кластер (96,87 % общего объема данных), т. е. объекты встроенной коммерческой недвижимости, кадастровая (рыночная) стоимость которых на 01.01.2015 года находилась в диапазоне от 50 до 150 тыс. руб. за 1 кв. м. Этот кластер является смесью разных двумерных эмпирических распределений, которые также желательно разделить на самостоятельные множества (кластеры). Для этих целей хорошо подходят методы кластерного анализа. В данном примере хорошие результаты дает иерархический кластерный анализ. В отчете о кадастровой оценке 2018 года (см. сноску 3) приведены факторы, участвовавшие в оценке кадастровой стоимости (как рыночной на дату оценки 01.01.2018 г.):

- площадь помещения;
- функциональное использование;
- оценочная зона;
- влияние центра города;
- влияние магистралей;
- этаж расположения нежилого помещения;
- скидка на опт.

Для разбиения множества на кластеры мы использовали факторы «функциональное использование», «этаж расположения нежилого помеще-

ния». Факторы «площадь помещения», «влияние центра города», «влияние магистралей» представляются вещественными переменными, по ним кластерный анализ лучше проводить отдельно, так как непрерывные (вещественные) факторы требуют других метрик. Фактор «скидка на опт» дублирует фактор «площадь помещения». Фактор «оценочная зона» мало известен практикующим оценщикам, его учет в отчетах об оценке маловероятен. В то же время он является свидетельством того, что в неявном виде уже предпринимаются усилия для кластеризации мегаполисов по принципам, отличным от административного деления. После проведения процедуры разбиения множества точек второго кластеры меньшего объема, выделились хорошо интерпретируемые кластеры: офисные помещения, расположенные на первом этаже; офисные помещения, расположенные не на первом этаже; помещения свободного назначения (ПСН), расположенные на первом этаже; ПСН, расположенные не на первом этаже; складские помещения, расположенные на первом этаже, складские помещения, расположенные не на первом этаже. На рис. 2 и 3 представлены результаты разбиения.

На диаграммах объектов складской недвижимости (синяя и желтая) в нижней части видны следы искусственного ограничения нижней границы цены. Преобразуем координатную плоскость, логарифмируя координаты V_{2015} и V_{2018} . Результат показан на рис. 4.

Эллиптический вид рассеяния в логарифмической плоскости дает основания для выдвижения гипотезы о совместном нормальном распределении логарифмов кадастровых стоимостей 1 кв. м в 2015 и 2018 годах. Рассмотрим множество объектов помещений свободного назначения, расположенных на первом этаже («зеленое» множество точек). Последовательность действий: выдвигается гипотеза о совместном нормальном распределении логарифмов удельных кадастровых стоимостей, удаляются крайние значения, оставшаяся часть выборки тестируется на совместную нормальность, если гипотеза о совместном нормальном распределении логарифмов не отклоняется, дальнейшие расчеты основываются на формулах (2), (5), (6).

Удаление крайних значений. В случае одномерных распределений обычно удаляется неко-

Рис. 2. Двумерное распределение кадастровых стоимостей 1 кв. м второго кластера встроенных объектов коммерческого назначения в Санкт-Петербурге в 2015 и 2018 годах. По горизонтали — кадастровая стоимость 1 кв. м в руб. в 2015 году, по вертикали — в 2018 году. Цветом выделены шесть «подкластеров», отвечающие различным функциональным назначениям и этажности

Рис. 3. Двумерное распределение кадастровых стоимостей 1 кв. м второго кластера встроенных объектов коммерческого назначения в Санкт-Петербурге в 2015 и 2018 годах. По горизонтали — кадастровая стоимость 1 кв. м в руб. в 2015 году, по вертикали — в 2018 году. Серый цвет — офисные помещения на первом этаже, черный — офисные помещения не на первом этаже, красный цвет — помещения свободного назначения не на первом этаже, зеленый цвет — помещения свободного назначения на первом этаже, синий цвет — складские помещения на первом этаже, желтый цвет — складские помещения не на первом этаже

Рис. 4. Двумерное распределение логарифмов кадастровых стоимостей 1 кв. м второго кластера встроенных объектов коммерческого назначения в Санкт-Петербурге в 2015 и 2018 годах. По горизонтали — логарифм кадастровой стоимости 1 кв. м в тыс. руб. в 2015 году, по вертикали — в 2018 году

торое количество максимальных и минимальных значений. В двумерном случае это означает удаление некоторого количества крайних значений вдоль любой прямой, проходящей через точку с координатами средних значений эллипса рассеяния. Другими словами, необходимо подобрать эллипс с центром в точке с координатами средних, вне которого точки удаляются из выборки. Важным является запрет на вторжение во внутреннюю структуру облака рассеяния, оказавшегося внутри такого эллипса. Мы подбираем такой «ограничивающий» эллипс методами статистического пакета *R*. На рис. 5 представлен результат удаления крайних значений для «зеленого» кластера — множества объектов свободного назначения с расположением на первом этаже.

Множество точек на правой диаграмме рис. 5 содержит 94,4 % объема первоначальной выборки для этого класса объектов, множество точек внутри эллипса не изменилось. Объем оставшейся части выборки — 24 817 элементов. Требуется проверить выборку на совместную нормальность. При проверке многомерных выборок на совместную нормальность существуют две трудности. Первая: до недавнего времени отсутствовали тесты на совместную нормальность для многомерных выборок. По-видимому, [6] является одной из первых публикаций на эту тему, причем она доведена до теста, включенного в библиотеку статистического пакета *R* [7]. Вторая: при объемах выборки около 1000 и выше привычные тесты для одномерных распределений перестают работать (из-за «проклятия размерности» [3]): статистики существенно зависят от размера выборки. В данном случае мы применяем следующий прием: мы случайным образом

выбираем из исходной выборки меньшую подвыборку, тестируем ее «круговым» тестом [2, 5]. Его смысл заключается в следующем: облако рассеяния центрируется, тестируются маргинальные эмпирические распределения, затем облако рассеяния поворачивается на малый угол и опять тестируются маргинальные эмпирические распределения, процедура продолжается до достижения угла поворота π (из соображений симметрии возможно и до $\pi/2$). Результаты наносятся на диаграмму и сравниваются с линией критического уровня. На рис. 6 представлен результат такого тестирования для подвыборок объемом 100 со 100-кратным повторением для множества объектов свободного назначения с локацией на первом этаже. Для тестирования маргинальных эмпирических распределений использовался тест Колмогорова–Смирнова.

Из 100 линий три линии касаются/пересекают линию уровня 5 % и лишь на малом отрезке значений угла поворота. Мы полагаем, что результат тестирования позволяет сохранить в качестве рабочей гипотезу о совместно нормальном распределении логарифмов кадастровых стоимостей 2015 и 2018 года для рассмотренного кластера объектов недвижимости. Для этого кластера, представленный на рис. 6 результат теста получился при значениях параметров логарифмически нормальных распределений V_{2015} , V_{2018} :

$$\mu_{2015} = 4,5553, \sigma_{2015} = 0,1079, \mu_{2018} = 4,9587, \\ \sigma_{2018} = 0,25, \rho = 0,2914.$$

Подставляя эти значения в формулу (2), получим зависимость медианных значений кадастровой стоимости 2018 года от значений кадастровой стоимости 2015 года:

Рис. 5. Двумерное распределение логарифмов кадастровых стоимостей 1 кв. м для множества объектов свободного назначения с локацией на первом этаже и удаление крайних значений из выборки. По горизонтали — логарифм кадастровой стоимости 1 кв. м в тыс. руб. в 2015 году, по вертикали — в 2018 году

Рис. 6. Результат тестирования 100 выборок объемом по 100 элементов для множества объектов свободного назначения с локацией на первом этаже. По горизонтали — угол поворота, по вертикали — значения p-value. Пунктиром отмечена линия критического уровня 5 %

$$A_{median} = \exp \left(4,9587 - 0,2914 \frac{0,25}{0,1079} 4,5553 \right) = 6,57;$$

$$\begin{aligned} Median(V_{2018} | V_{2015} = v) = \\ = 6,57v^{\frac{0,2914 \cdot 0,25}{0,1079}} = 6,57 \cdot v^{0,675}. \end{aligned}$$

Подставляя в формулу (5), получим формулу для расчета годовых темпов роста в изучаемом секторе рынка:

$$\begin{aligned} 1 + i = \exp \left[\frac{1}{3} \left(4,9587 - 0,2914 \frac{0,25}{0,1079} 4,5553 \right) \right] \times \\ \times v^{\frac{1}{3} \left(0,2914 \frac{0,25}{0,1079} - 1 \right)} = 1,873 \cdot v^{-0,108}, \\ i = 1,873 \cdot v^{-0,108} - 1. \end{aligned}$$

Аналогичные исследования были проведены для остальных кластеров.

Результаты тестирования двумерных выборок (после отсечения крайних точек) позволя-

ют сохранить гипотезу о совместно нормальном распределении логарифмов для всех шести множеств объектов. Отличительной особенностью множеств объектов складского назначения (независимо от локации) являются искусственные ограничения на оценки кадастровой стоимости снизу (хорошо видно на рис. 3 и 4). В этом случае пришлось подобрать «ограничивающий» эллипс меньшего размера, но оставшаяся структура множества внутри эллипса выдерживает тестирование на совместную нормальность. В табл. 1 представлены параметры совместных нормальных распределений логарифмов кадастровых стоимостей для всех изучаемых кластеров, коэффициенты зависимостей для формул (2), (3), (4), исходные объемы выборок и объемы выборок после «отсечения» (удаления крайних значений).

Представленные в табл. 1 результаты показаны на рис. 7 в виде степенных зависимостей кадастровой стоимости от кадастровой стоимости 2015 года по всем шести множествам (подкластерам).

Очевидно, что множества (подкластеры) «офисные помещения 1 этаж» и «помещения свободного назначения» за исследуемый период развивались практически одинаково. Остальные множества показали разную динамику, в том числе отрицательную. Отрицательная динамика хорошо видна в координатах кадастровая стоимость–удорожание/изменение. Удорожание/изменение рассчитано по формуле (6), переведено в проценты годовых и показано на рис. 8.

Таблица 1

Исходные объемы выборок и объемы выборок после удаления крайних значений, параметры совместных нормальных распределений логарифмов кадастровых стоимостей по кластерам, коэффициенты формул (2), (3), (4)

	офисы 1 этаж	офисы не 1 этаж	ПСН 1 этаж	ПСН не 1 этаж	склады 1 этаж	склады не 1 этаж
объем выборки	26 290	1 038	26 290	1 435	2 455	15 705
объем после отсечения	24 817	985	24 196	1 369	1 391	11 924
(то же в % от объема выборки)	94,40%	94,89%	92,03%	95,40%	56,66%	75,92%
μ_{2015}	4,5539	4,5918	4,5553	4,5681	4,5433	4,5382
μ_{2018}	4,9557	3,9437	4,9587	4,4824	3,7803	3,1577
σ_{2015}	0,1126	0,1084	0,1079	0,1126	0,0664	0,0944
σ_{2018}	0,2603	0,2174	0,2500	0,2172	0,1140	0,1855
ρ	0,3071	0,2276	0,2914	0,3542	0,4881	0,4618
показатель степени	0,7102	0,4564	0,6753	0,6832	0,8380	0,9080
коэффициент для моды	5,2613	6,0695	6,2048	3,7439	0,9640	0,3715
коэффициент для медианы	5,5943	6,3477	6,5701	3,9015	0,9736	0,3817
коэффициент для мат. ожидания	5,7687	6,4915	6,7607	3,9828	0,9784	0,3869

Подобные расчеты можно довести до таблиц, показывающих темпы роста в соответствующем кластере, при условии, что известна кадастровая стоимость объекта в 2015 году. Пример подобной таблицы, составленной для изучаемых шести подкластеров, — табл. 2.

Замечание по квантилям оценки

Оценка темпов роста может быть проведена как по медиане, так и по моде или математическому ожиданию. В настоящей статье мы проводим оценку по медианным значениям. В то же время надо отметить, что при условии совместного нормального распределения линейная регрессия, построенная для логарифмов (с наилучшими оценками параметров в смысле несмещенности, эффективности и состоятельности), задается уравнением линии главной оси эллипсов рассеяния. При потенцировании эта линия становится зависимостью степенного вида натуральных значений кадастровых стоимостей. Если применялась только линейная регрессия, то не остается ничего другого, кроме как принять эту линию в качестве зависимости для дальнейших оценок. Но если есть основания рассматривать совместное распределение стоимостей (ка-

дастровых, равных рыночным на дату оценки) как логарифмически нормальное, то такая линия отвечает именно медианным значениям (формула (2)). Модальная линия (формула (3)) смещена в меньшую сторону примерно на одну дисперсию, линия математических ожиданий (формула (4)) смещена в большую сторону примерно на половину дисперсии. В практике оценки часто ограничиваются средними значениями. При заметном стандартном отклонении это может привести к завышению результата. Напротив, при использовании модальных значений результат может оказаться меньшим по сравнению с медианным. Эти расхождения могут оказаться достаточно заметными. На рис. 9 показано, как отличаются такие оценки для помещений свободного назначения с локацией на первом этаже.

Замечания по 1, 3, 4, 5 малым кластерам с малой дисперсией в 2015 году

Кластеры 1, 3, 4, 5 (слева направо, рис. 1) имеют признаки значительной коррекции кадастровой стоимости 2015 года. Разбиение этих кластеров на более мелкие (по факторам функциональное назначение, этаж) в некоторых случаях приводит к выборкам относительно малого размера.

Рис. 7. Линии зависимости медиан кадастровой стоимости 2018 года от кадастровой стоимости 2015 года для всех шести кластеров. Линии степенных трендов, соответствующие формуле (2). По горизонтали — кадастровая стоимость 1 кв. м в тыс. руб. в 2015 году, по вертикали — в 2018 году

Рис. 8. Линии темпов роста рынка в процентах годовых, оцененные по медианным значениям кадастровой стоимости 2018 года для всех шести кластеров, соответствующие формуле (5).
По горизонтали — кадастровая стоимость 1 кв. м в тыс. руб. в 2015 году, по вертикали — рост/изменение рынка в процентах годовых

Таблица 2

Темпы роста рынка в процентах годовых, оцененные по медианным значениям кадастровой стоимости (КС) 2018 года для всех шести кластеров, соответствующие формуле (5)

КС 2015	офисы 1 этаж	офисы не 1	ПСН 1 этаж	ПСН не 1 этаж	склады 1 этаж	склады не 1 этаж
50	21,65%	-8,87%	22,64%	4,16%	-19,77%	-35,66%
55	20,53%	-10,43%	21,38%	3,11%	-20,18%	-35,85%
60	19,52%	-11,83%	20,24%	2,17%	-20,55%	-36,02%
65	18,60%	-13,10%	19,21%	1,31%	-20,90%	-36,17%
70	17,76%	-14,26%	18,25%	0,52%	-21,21%	-36,32%
75	16,97%	-15,32%	17,38%	-0,21%	-21,50%	-36,45%
80	16,25%	-16,31%	16,56%	-0,89%	-21,78%	-36,58%
85	15,57%	-17,22%	15,80%	-1,52%	-22,03%	-36,70%
90	14,93%	-18,07%	15,08%	-2,11%	-22,27%	-36,81%
95	14,33%	-18,87%	14,41%	-2,67%	-22,50%	-36,91%
100	13,77%	-19,62%	13,78%	-3,20%	-22,72%	-37,01%
105	13,23%	-20,33%	13,18%	-3,69%	-22,92%	-37,11%
110	12,73%	-21,00%	12,61%	-4,16%	-23,11%	-37,20%
115	12,24%	-21,63%	12,07%	-4,61%	-23,30%	-37,28%
120	11,78%	-22,24%	11,55%	-5,04%	-23,47%	-37,36%
125	11,34%	-22,81%	11,06%	-5,45%	-23,64%	-37,44%
130	10,92%	-23,35%	10,59%	-5,84%	-23,80%	-37,52%
135	10,52%	-23,88%	10,14%	-6,21%	-23,96%	-37,59%
140	10,13%	-24,38%	9,71%	-6,57%	-24,11%	-37,66%
145	9,76%	-24,86%	9,29%	-6,92%	-24,25%	-37,73%
150	9,40%	-25,32%	8,89%	-7,25%	-24,39%	-37,79%

Почти во всех случаях имеются достаточные основания полагать распределения кадастровых стоимостей 2018 года логарифмически нормальными со значительными стандартными отклонениями, т. е. со значительной асимметрией. Результаты тестирования кадастровых стоимостей 2018 года в кластерах 1, 3, 4, 5 на подмножествах, отсортированных по фактору «функциональное назначение», приведены в табл. 3.

В кластерах 1, 3, 4, 5 кадастровая стоимость в 2015 году была сконцентрирована в фиксированных интервалах (см. рис. 1), в 2018 году таких интервалов уже нет, но диапазон значений значительно изменился, при этом нередко случаи изменений кадастровой стоимости более чем в 10 раз, как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения. Мы полагаем, что динамика в этих кластерах не может быть ориентиром для оценки темпов роста рынка, так как такая значительная коррекция в текущих макроэкономических условиях порождена, скорее всего, не рыночными причинами, а необходимостью поправить кадастровые стоимости 2015 года у некоторых объектов.

Расчет корректировок для групп объектов сравнения

Существуют традиционные замечания к методу парных сравнений (табл. 3). Мы предлагаем

проводить сравнения и корректировки по кластерам, отличающимся по значению изучаемой переменной целиком. При этом объектами сравнения оказываются все объекты, имевшие в 2015 году одинаковую кадастровую стоимость. Объекты из того же кластера, что и объект оценки, корректировки не требуют. Объекты из других кластеров могут быть откорректированы (все вместе).

Пусть кластер, содержащий объект оценки, имеет тренд в виде степенной функции (верхние индексы: oo — объект оценки, oc — объект сравнения)

$$V_{2018}^{oo} = B_1 \cdot V_{2015}^{a_1},$$

а кластер, содержащий объект сравнения, имеет тренд

$$V_{2018}^{oc} = B_2 \cdot V_{2015}^{a_2}.$$

Тогда $V_{2018}^{oo} = \frac{B_1}{B_2} \left(V_{2015}^{oc} \right)^{\frac{a_1}{a_2}}$, а коэффициент корректировки

$$K = \frac{V_{2018}^{oo}}{V_{2018}^{oc}} = \frac{B_1}{B_2} \left(V_{2015}^{oc} \right)^{\left(\frac{a_1}{a_2} - 1 \right)}. \quad (7)$$

Такая корректировка опирается только на данные базы кадастровых стоимостей. Поскольку она основана на сравнении множеств, отражающих динамику изменений за три года, при отсутствии резких изменений на рынке она

КС 2015	мода	медиана	средние
50	20,32%	22,64%	23,82%
55	19,09%	21,38%	22,55%
60	17,97%	20,24%	21,40%
65	16,96%	19,21%	20,35%
70	16,02%	18,25%	19,39%
75	15,16%	17,38%	18,50%
80	14,36%	16,56%	17,67%
85	13,61%	15,80%	16,91%
90	12,91%	15,08%	16,18%
95	12,25%	14,41%	15,51%
100	11,63%	13,78%	14,87%
105	11,04%	13,18%	14,26%
110	10,48%	12,61%	13,69%
115	9,95%	12,07%	13,14%
120	9,45%	11,55%	12,62%
125	8,96%	11,06%	12,13%
130	8,50%	10,59%	11,65%
135	8,06%	10,14%	11,20%
140	7,64%	9,71%	10,76%
145	7,23%	9,29%	10,34%
150	6,83%	8,89%	9,93%

Рис. 9. Сравнение темпов роста рынка в процентах годовых, оцененные по модальным, медианным и средним значениям кадастровой стоимости 2018 года для всех шести кластеров, соответствующие формуле (5) для помещений свободного назначения с локацией на первом этаже

Таблица 3

Результаты тестирования кадастровых стоимостей 2018 года в кластерах 1, 3, 4, 5 на подмножествах, отсортированных по фактору «функциональное назначение» (p-value), параметры логарифмически нормальных распределений и оценки модальных, медианных и средних значений рыночных стоимостей 1 кв. м на 01.01.2018 г.

Кластер	p-value	μ 2018	σ 2018	мода	медиана	мат.ожидание
1 офисы	0,1661	4,3707	0,3868	68,107	79,099	85,243
1 ПСН	0,8057	4,9905	0,3347	131,430	147,010	155,479
1 Склады	0,1387	3,2565	0,4326	21,528	25,959	28,505
3 офисы	0,3198	4,4931	0,2645	83,360	89,398	92,579
3 ПСН	0,0674	5,0407	0,2501	145,203	154,578	159,490
3 Склады	0,0893	3,3700	0,3760	25,245	29,079	31,208
4 офисы	0,2695	4,6000	0,3050	90,647	99,484	104,221
4 ПСН	0,5356	5,2580	0,3570	169,110	192,097	204,737
4 Склады	0,7769	3,7254	0,4018	35,303	41,488	44,976
5 офисы	0,2140	4,6596	0,3174	95,474	105,594	111,049
5 ПСН	0,9146	5,2259	0,3245	167,436	186,029	196,085
5 Склады	<0,05	3,4948	0,3179	29,777	32,944	34,651

могла быть характеристикой разницы рыночных стоимостей объектов из сравниваемых кластеров. Такие корректировки могут делаться при обработке больших данных и положены в основу машинных расчетов и составления таблиц.

Пример корректировки на этаж

Сравним тренды для подкластеров «помещения свободного назначения на первом этаже» и «помещения свободного назначения не на первом этаже». Выбирая значения параметров, определенных для данных множеств из табл. 1, и подставляя их в формулу (2), получим оценки медианных зависимостей:

- для объектов на первом этаже

$$\text{Median}(V_{2018} | V_{2015} = v) = 6,57 \cdot v^{0,675};$$

- для объектов не на первом этаже

$$\text{Median}(V_{2018} | V_{2015} = v) = 3,901 \cdot v^{0,683}.$$

Предположим, объект оценки находится не на первом этаже, а объекты сравнения на первом этаже.

Корректирующую зависимость получаем по формуле (7)

$$K = \frac{3,901}{6,57} v^{\frac{0,683}{0,675}-1} = 0,5938 \cdot v^{0,0119}.$$

Соответствующая линия показана на рис. 10. На вертикальной оси находится корректирующий

коэффициент, на который надо умножить цену объекта сравнения, чтобы получить оценку для объекта оценки, который имеет другую этажность в данном множестве объектов.

Из полученных данных видно, что:

- цена объекта аналога на первом этаже должна быть скорректирована в сторону уменьшения;
- размер корректировки зависит от того, какая кадастровая стоимость была у объектов оценки и сравнения (одинаковая!) в 2015 году, диапазон корректировки от 0,622 при $V_{2015} \sim 50$ тыс. руб. за 1 кв. м до 0,6303 при $V_{2015} 150$ тыс. руб. за 1 кв. м;
- с ростом кадастровой стоимости 1 кв. м размер корректировки возрастает;
- экстраполяция за пределы указанного на рис. 10 интервала не проводилась, так как в начале исследования мы ограничивались вторым кластером (см. рис. 1), сосредоточенным в диапазоне от 50 до 150 тыс. руб. за 1 кв. м (кадастровая стоимость 2015 года).

Выводы

1. При изучении вопроса о перспективах пересмотра кадастровой стоимости в оценочных компаниях целесообразно провести анализ двумерных распределений кадастровых стоимостей 2015 и 2018 года для выбранного (по ценообра-

Рис. 10. Значения корректировок на этаж, когда объект оценки расположен не на первом этаже, а объекты сравнения — на первом этаже

зующим факторам) подмножества и оценить, насколько потенциальный объект оценки отстоит от общего тренда для своего класса объектов.

2. Кадастровые базы могут быть данными для расчета рыночных показателей, например темпов роста/изменений.

3. На основании данных кадастрового учета можно рассчитывать корректировки по различным ценовым факторам, основанные на обработке больших данных.

4. Рынок оценочных услуг нуждается в создании обширных рыночных баз данных. Включение кадастрового номера в базы данных может придать новый импульс к разработке новых методов оценки.

Библиографический список

1. Ласкин М. Б., Гадасина Л. В. Как определить кадастровую стоимость // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2018. № 3 (198). С. 42–53.
2. Ласкин М. Б. Корректировка рыночной стоимости по ценообразующему фактору «площадь объекта» // Имущественные отношения в Российской Федерации. 2017. № 8 (191). С. 86–99.
3. Лемешко Б. Ю., Лемешко С. Б., Семенова, М. А. К вопросу статистического анализа больших данных // Вестник Томского университета. 2018. № 44. С. 40–49.
4. Рушаков О. В., Ласкин М. Б., Джаксумбаева О. И. Оценка показателей рынка недвижимости по статистическим данным на основе многомерного логарифми-

чески нормального закона // Экономический журнал Высшей школы экономики. 2016. Т. 20. № 2. С. 268–284.

5. Рушаков О. В., Ласкин М. Б., Джаксумбаева О. И., Стабровская К. Ю. Определение скидки на торг по статистическим данным // Вестник гражданских инженеров. 2016. № 2 (55). С. 268–284.

6. Korkmaz S., Goksuluk D., Zararsiz G. MVN: An R package for assessing multivariate normality // The R Journal. 2014. Vol. 6, № 2. Pp. 151–162.

7. Korkmaz S., Goksuluk D., Zararsiz G. MVN: An R package for assessing multivariate normality // Trakya University, Faculty of Medicine, Department of Biostatistics, Edirne, TURKEY 1 selcukorkmaz@gmail.com MVN version 5.7 (Last revision 2019-03-18).

8. Rusakov O. V., Laskin M. B., Jaksumbaeva O. I. Pricing in the real estate market as a stochastic limitLog Normal approximation // International Journal of mathematical models and methods in applied sciences. 2016. Vol. 10. Pp. 229–236.

References

1. Laskin M. B., Gadasina L. V. *Kak opredelit' kadastruvuyu stoimost'* [How to assess the cadastral value]. *Imushchestvennye otnosheniya v Rossiyskoy Federatsii – Property relations in the Russian Federation*, 2018, no. 3 (198), pp. 42–53.
2. Laskin M. B. *Korrektirovka rynochnoy stoimosti po tsenobrazuyushchemu faktoru «ploshchad' ob'ekta»* [Adjusting the market value of the price-forming factor “the object area”]. *Imushchestvennye otnosheniya v Rossiyskoy Federatsii – Property relations in the Russian Federation*, 2017, no. 8 (191), pp. 86–99.

3. Lemeshko B. Yu., Lemeshko S. B., Semenova M. A. *K voprosu statisticheskogo analiza bol'shikh dannykh* [On the issue of statistical analysis of big data]. *Vestnik Tomskogo Universiteta – Bulletin of Tomsk University*, 2018, no. 44, pp. 40–49.
4. Rusakov O. V., Laskin M. B., Dzhaksumbaeva O. I. *Otsenka pokazateley rynka nedvizhimosti po statisticheskim dannym na osnove mnogomernogo logarifmicheskogo zakona* [Evaluation of the real estate market indicators according to statistics based on the multivariate log-normal law]. *Ekonomicheskii zhurnal Vysshey shkoly ekonomiki – Economic Journal of the Higher School of Economics*, 2016, vol. 20, no. 2, pp. 268–284.
5. Rusakov O. V., Laskin M. B., Dzhaksumbaeva O. I., Stabrovskaya K. Yu. *Opredelenie skidki na torg po statisticheskim dannym* [Determination of discounts for the trading according to the statistical data]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2016, no. 2 (55), pp. 268–284.
6. Korkmaz S., Goksuluk D., Zararsiz G. MVN: AnR package for assessing multivariate normality. *The R Journal*, 2014, vol. 6, no. 2, pp. 151–162.
7. Korkmaz S., Goksuluk D., Zararsiz G. *MVN: AnR package for assessing multivariate normality*. Trakya University, Faculty of Medicine, Department of Biostatistics, Edirne, TURKEY 1 selcukorkmaz@gmail.com MVNversion 5.7 (Last revision 2019-03-18).
8. Rusakov O. V., Laskin M. B., Jaksumbaeva O. I. Pricing in the real estate market as a stochastic limit Log Normal approximation. *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 2016, vol. 10, pp. 229–236.