УДК 721.011:624.07

© В. Г. Темнов, д-р техн. наук, профессор,
академик Международной академии наук
экологии, безопасности человека и природы
(Петербургский государственный университет
путей сообщения Императора Александра I,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: vgtemnov@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2020-17-3-62-71

© V. G. Temnov, Dr. Sci. Tech., Professor,
Academician of the International Academy
of Ecology, Human and Nature Safety
(Petersburg State Transport University
named after Emperor Alexander I,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: vgtemnov@gmail.com

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ РАСЧЕТ И ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИЙ БЫСТРОВОЗВОДИМЫХ ЗДАНИЙ ИЗ УНИФИЦИРОВАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

AUTOMATED CALCULATION AND OPTIMIZATION OF STRUCTURES OF PREFABRICATED BUILDINGS FROM STANDARD ELEMENTS FOR STATIC AND DYNAMIC EFFECTS

Предложено осуществлять автоматизированный расчет и оптимизацию пространственных конструкций быстровозводимых зданий из унифицированных элементов. Представлены математические модели расчета конструктивных систем по несущей способности. Разработан алгоритм расчета конструктивных систем с оптимальными параметрами структур в среде САПР на статические и динамические воздействия. Показаны технические решения конструктивной системы, полученные на основе результатов теоретических исследований в процессе компьютерного проектирования.

Ключевые слова: алгоритмическая модель задачи, математические методы оптимизации, напряженно-деформированное состояние (НДС), несущая способность конструкции (прочность, жесткость и устойчивость), система автоматизированного проектирования (САПР).

The article proposes to carry out an automated calculation and optimization of spatial structures of prefabricated buildings from standard elements. Mathematical models of calculation of structural systems for load-bearing capacity are submitted. There have been worked out an algorithm of calculation of structural systems with optimal parameters of structures in CAD environment for static and dynamic effects. Technical solutions of the structural system obtained on the basis of the results of theoretical research in the process of computer-aided design are presented.

Keywords: algorithmic model of the problem, mathematical methods of optimization, stress-strain state (SSS), structural-load capacity (strength, rigidity and stability), computer-aided design (CAD).

В настоящее время несущие пространственные конструкции из унифицированных элементов (рис. 1) находят самое широкое применение в практике строительства быстровозводимых зданий [1–3]. Наибольшее распространение получили пространственные конструкции быстровозводимых зданий и сооружений, получаемые на основе регулярного расположения унифицированных элементов на плоскостях или на поверхностях [4].

Несущие пространственные конструкции, изготовленные из унифицированных элементов

с их регулярным расположением на плоскостях, представляют собой структурные плиты или структурные каркасы разнообразной конфигурации (рис. 2).

Несущие пространственные конструкции, изготовленные из унифицированных элементов с их регулярным расположением на поверхностях одинарной или двоякой кривизны, представляют собой сетчатые своды, оболочки или геодезические купола (рис. 3).

Предлагается алгоритмическая модель автоматизированного расчета и оптимизации

Рис. 1. Конструктивные решения быстровозводимых зданий: а — здание яхт-клуба в Санкт-Петербурге, арх. Г. П. Морозов, инженеры О. А. Курбатов, Б. А. МIRONKOV; б — каркас здания Maintower в процессе монтажа (Франкфурт-на-Майне, Германия); в — проект большепролетного геодезического купола дайвинг-центра «Сириус» в Дубае (ОАЭ), арх. Е. Крадинова, инженер В. Г. Темнов

Рис. 2. Конструкции быстровозводимых зданий с регулярным расположением унифицированных элементов на плоскостях: а — структурная плита из трубчатых элементов; б — пространственный структурный каркас из трубчатых элементов

Рис. 3. Конструкции быстровозводимых зданий с регулярным расположением унифицированных элементов на поверхностях: а — сетчатый свод из трубчатых элементов; б — геодезический купол из трубчатых элементов

конструктивных систем из унифицированных элементов быстровозводимых зданий, подверженных действиям статических внешних сил и динамических внешних сил, изменяющихся по гармоническому закону.

1. Алгоритмическая модель задачи расчета конструктивных систем из унифицированных элементов на действия динамических внешних сил, изменяющихся по гармоническому закону (аналитическая форма)

Рассмотрим конструктивную схему структурного каркаса быстровозводимого здания из унифицированных элементов (рис. 4).

Данная конструкция каркаса представляет собой пространственную дискретную систему с регулярной структурой из унифицированных стержневых элементов. В верхней части каркаса, в местах узловых сопряжений унифицированных элементов, расположены точечные массы

$$m_1 = m_2 = \dots = m_i = \dots = m_n = m.$$

В общем случае по направлению любой независимой массы дискретной системы m_i ($i = 1, 2, \dots, n$) может действовать внешняя сила, изменяющаяся по гармоническому закону.

Покажем действия этой силы, изменяющейся во времени по гармоническому закону $P(t) = P_0 \cos \theta t$. В этом случае перемещения масс $m_1, m_2, \dots, m_n$ определяются из решения системы уравнений вида

[illegible]

Здесь J_i — силы инерции масс ($i = \overline{1, n}$); δ_{ii} — перемещение i -й массы от соответствующих I_i — единичных сил ($i = \overline{1, n}$), приложенных к i -й массе; δ_{ip} — перемещение i -й массы от внешней силы $P(t)$.

Следует отметить, что движение масс, а следовательно, и движение перекрестной системы стержневых элементов верхней части будет происходить по тому же закону, по которому изменяется во времени внешняя сила $P(t) = P_0 \cos \theta t$:

$$y_1 = A_1 \cos \theta t, y_2 = A_2 \cos \theta t, \dots, y_n = A_n \cos \theta t, \quad (1.2)$$

где A — амплитуда колебаний массы.

Силы инерции, действующие на стержневые элементы в месте приложения масс, определяются по формуле

$$J_i(t) = -m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} = m_i \theta^2 A_i \cos \theta t = m_i \theta^2 y_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (1.3)$$

Рис. 4. Расчетно-конструктивная схема структурного каркаса быстровозводимого здания из унифицированных элементов: а — общий вид структурного каркаса; б — типовая решетчатая панель, применяемая при укрупненной сборке структурного каркаса

Отсюда найдем перемещения

$$y_i = (1/m_i \theta^2) J_i(t), \quad i = \overline{1, n}. \quad (1.4)$$

Подставив выражение (1.4) в (1.1), получим систему уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} & \left[\delta_{11} - (1/m_1 \theta^2) \right] J_1(t) + \delta_{12} J_2(t) + \dots + \\ & + \delta_{1i} J_i(t) + \dots + \delta_{1n} J_n(t) + \delta_{1p} P_0 \cos \theta t = 0; \\ & \delta_{21} J_1(t) + \left[\delta_{22} - (1/m_2 \theta^2) \right] J_2(t) + \dots + \\ & + \delta_{2i} J_i(t) + \dots + \delta_{2n} J_n(t) + \delta_{2p} P_0 \cos \theta t = 0; \\ & \dots \dots \dots \\ & \delta_{i1} J_1(t) + \delta_{i2} J_2(t) + \dots + \\ & + \left[\delta_{ii} - (1/m_i \theta^2) \right] J_i(t) + \\ & + \dots + \delta_{in} J_n(t) + \delta_{ip} P_0 \cos \theta t = 0; \\ & \dots \dots \dots \\ & \delta_{n1} J_1(t) + \delta_{n2} J_2(t) + \dots + \delta_{ni} J_i(t) + \dots + \\ & + \left[\delta_{nn} - (1/m_n \theta^2) \right] J_n(t) + \delta_{np} P_0 \cos \theta t = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

Обозначив

$$\delta_{ii}^* = \delta_{ii} - (1/m_i \theta^2); \quad \Delta_{ip} = \delta_{ip} P_0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.6)$$

получим:

$$\left. \begin{aligned} & \delta_{11}^* J_1(t) + \delta_{12} J_2(t) + \\ & + \dots + \delta_{1i} J_i(t) + \dots + \\ & + \delta_{1n} J_n(t) + \Delta_{1p} \cos \theta t = 0; \\ & \delta_{21} J_1(t) + \delta_{22}^* J_2(t) + \dots + \delta_{2i} J_i(t) + \dots + \\ & + \delta_{2n} J_n(t) + \Delta_{2p} \cos \theta t = 0; \\ & \dots \dots \dots \\ & \delta_{i1} J_1(t) + \delta_{i2} J_2(t) + \dots + \delta_{ii}^* J_i(t) + \dots + \\ & + \delta_{in} J_n(t) + \Delta_{ip} \cos \theta t = 0; \\ & \dots \dots \dots \\ & \delta_{n1} J_1(t) + \delta_{n2} J_2(t) + \dots + \delta_{ni} J_i(t) + \dots + \\ & + \delta_{nn}^* J_n(t) + \Delta_{np} \cos \theta t = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

Из уравнений (1.7) видно, что силы инерции также будут изменяться по гармоническому закону, поэтому можно принять

$$J_i(t) = J_i \cos \theta t, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.8)$$

где J_i — амплитуды сил инерции (наибольшие значения инерционных сил).

Подстановка выражения (1.8) в уравнения (1.7) и последующее сокращение на $\cos \theta t$ позволяют получить систему уравнений в общем виде для определения амплитуд инерционных сил J_i , $i = \overline{1, n}$:

$$\left. \begin{aligned} & \delta_{11}^* J_1 + \delta_{12} J_2 + \dots + \delta_{1i} J_i + \dots + \delta_{1n} J_n + \Delta_{1p} = 0; \\ & \delta_{21} J_1 + \delta_{22}^* J_2 + \dots + \delta_{2i} J_i + \dots + \delta_{2n} J_n + \Delta_{2p} = 0; \\ & \dots \dots \dots \\ & \delta_{i1} J_1 + \delta_{i2} J_2 + \dots + \delta_{ii}^* J_i + \dots + \delta_{in} J_n + \Delta_{ip} = 0; \\ & \dots \dots \dots \\ & \delta_{n1} J_1 + \delta_{n2} J_2 + \dots + \delta_{ni} J_i + \dots + \delta_{nn}^* J_n + \Delta_{np} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

Согласно формуле $\delta_{ii}^* = \delta_{ii} - (1/m_i \theta^2)$, неизвестные амплитуды сил инерции $J_1, J_2, \dots, J_i, \dots, J_n$, получаемые в результате решения системы уравнений (1.9), зависят как от частоты внешней силы, так и от соотношения частот вынужденных и собственных колебаний ($\theta/\omega = k$). В частности, при совпадении частот вынужденных колебаний с собственной частотой ($k = 1$) наступает резонанс [5].

После определения сил инерции $J_1, J_2, \dots, J_i, \dots, J_n$ и приложения их, а также амплитуды внешней силы P_0 к исходной стержневой системе решается задача определения параметров НДС (изгибающих и крутящих моментов, поперечных и продольных сил, линейных и угловых перемещений) от действия динамических нагрузок.

2. Алгоритмическая модель задачи расчета конструктивных систем из унифицированных элементов на действия статических и динамических внешних сил (матричная форма)

Алгоритмическая модель задачи расчета конструктивных систем в матричной форме представлена в виде логической схемы из восьми блоков, находящихся в циклической связи между собой (рис. 5).

В блоке 1 создаются расчетно-конструктивные схемы и решаются задачи определения напряженно-деформированного состояния (НДС) конструктивных систем из унифицированных элементов в среде САПР [6].

В результате решения уравнений равновесия (1.1); физических уравнений (1.2); уравнений совместности деформаций (1.3) или уравнений равновесия в перемещениях (1.4) находятся: δ_{ii} — узловые перемещения от соответствующих масс ($i = \overline{1, n}$), δ_{ip} — перемещения масс от амплитуд внешних сил $P(t)$, изменяющихся по гармоническому закону.

(Здесь A — матрица условий статического равновесия; D — матрица податливости стерж-

Рис. 5. Укрупненная блок-схема задачи расчета и оптимизации конструкций

невой системы; S — вектор усилий; ε — вектор деформаций; R — вектор узловых перемещений.

В блоке 2 на основе полученных перемещений δ_{ii} составляется характеристическое (вековое) уравнение $(LM - \lambda E) = 0$,

где

$$L = \begin{bmatrix} \delta_{11}^* & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22}^* & \dots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn}^* \end{bmatrix} \quad \text{— матрица внешней}$$

податливости системы; $M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix}$ —

диагональная матрица масс; λ — собственные числа; E — единичная диагональная матрица.

Решается относительно λ алгебраическое уравнение n -й степени:

$$\lambda^n + B_1\lambda^{n-1} + B_2\lambda^{n-2} + \dots + B_{n-1}\lambda + B_n = 0,$$

полученное в результате раскрытия определителя характеристического уравнения (2.1). На основе полученных собственных чисел λ_i находят по формуле (2.2) частоты собственных колебаний ω_i , $i = \overline{1, n}$.

В блоке 3 с учетом частоты вынужденных колебаний $\theta = (k\omega_i)$ составляется система уравнений (3.1), в результате решения которой определяются амплитуды инерционных сил J_i , $i = \overline{1, n}$.

Здесь $\bar{J} = (J_1, J_2, \dots, J_i, \dots, J_n)$ — вектор сил инерции; $\lambda_f = \lambda_{1p}, \lambda_{2p}, \dots, \lambda_{ip}, \dots, \lambda_{np}$ — вектор перемещений масс от действия амплитудного значения возмущающей силы F .

В блоке 4 создается расчетная схема и решается задача определения напряженно-деформированного состояния (НДС) конструктивных систем из унифицированных элементов на суммарные действия полученных сил инерции $\bar{J} = (J_1, J_2, \dots, J_i, \dots, J_n)$ и действия амплитудного значения возмущающей силы $P(t)$. В результате решения уравнений равновесия (4.1), физических уравнений (4.2), уравнений совместности деформаций (4.3) находятся вектор усилий $\bar{S}_d$; вектор деформаций ε_d ; вектор узловых перемещений $\bar{R}_d$ от динамического воздействия внешней силы, меняющейся по гармоническому закону $P(t) = \cos \theta t$.

В блоке 5 создается расчетная схема и решается задача определения параметров НДС кон-

структивных систем из унифицированных элементов от суммарного действия сил статического и динамического воздействий ((5.1)–(5.3)).

В блоке 6 осуществляется проверка несущей способности (надежности) конструктивной системы [7], подверженной суммарному воздействию от статических и динамических нагрузок, исходя из условий: прочности — (6.1), (6.2); устойчивости — (6.3), (6.4); жесткости — (6.5), (6.6).

В блоке 7 осуществляется корректировка численных значений напряжений, деформаций, перемещений, частот собственных колебаний конструкции, подверженной суммарному силовому воздействию от статических и динамических нагрузок.

В блоке 8 осуществляется оптимизация по массе несущей конструкции, подверженной суммарному воздействию от статических и динамических внешних сил, исходя из числа загрузений ($\varkappa = \overline{1, n}$). Для этого решается задача линейного программирования ((8.1)–(8.3)).

Линейная форма (8.1) представляет теоретическую массу конструктивной системы (здесь ρ — объемная масса материала; l и F — соответственно заданные длины и искомые площади поперечных сечений конструктивных элементов). Неравенство (8.2) отражает равновесие конструктивной системы, подверженной многим внешним загрузениям ($\varkappa = \overline{1, n}$). Неравенство (8.3) означает ограничение на размеры поперечных сечений конструктивных элементов [8].

3. Расчет конструктивной системы на силовые воздействия статической и динамической нагрузок

По схеме алгоритмической модели расчета и оптимизации конструктивных систем на статические и динамические силовые воздействия (см. рис. 5) были проведены исследования несущей способности конструктивной системы из унифицированных элементов. Расчет и оптимизация проводились на статические и динамические действия внешних сил, изменяющихся по гармоническому закону.

Для простоты расчета и последующей оптимизации был выбран унифицированный элемент (в виде балки) плоской стержневой плиты каркаса рамной конструкции (рис. 6, а). Балка прямоугольного поперечного сечения с произволь-

ной величиной жесткости (EI) загружена двумя одинаковыми массами $m_1 = m_2 = m = 1000$ кг, расположенными в четвертях пролета ($l = 4$ м). Масса m_1 подвержена действию гармонической силы $P(t) = P_0 \cos \theta t$ (рис. 6, б).

В результате решения уравнений равновесия (1.1), физических уравнений (1.2), уравнений совместности деформаций (1.3) (**блок 1**) были получены δ_{ii} — перемещения от соответствующих масс m_i ($i = 1, 2$), Δ_{1P} — перемещения масс от внешней силы $P(t)$:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} = \delta_{22} &= 0,01172 \frac{4^3 \cdot 1000}{EI} = \left(\frac{3l^3 m}{256 EJ} \right); \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= 0,00911 \frac{4^3 \cdot 1000}{EI} = \left(\frac{7}{3} \frac{l^3 m}{256 EJ} \right); \\ \Delta_{1P} = \delta_{1P} P_0 &= 0,01172 \frac{4^3 P_0}{EI} = \left(\frac{3l^3 P_0}{256 EJ} \right); \\ \Delta_{2P} &= 0,00911 \frac{4^3 P_0}{EI} = \left(\frac{7}{3} \frac{l^3 P_0}{256 EJ} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

На рис. 6, в представлены эпюры перемещений балки, вызванные действием соответствующих масс m_1 , m_2 и внешней силы $P(t)$.

На основе полученных узловых перемещений определялись частоты собственных колебаний ω с учетом заданных масс (**блок 2**).

Для этого раскрывался определитель характеристического (векового) уравнения — $\det(DM - \lambda E) = 0$ или, в развернутом виде,

$$\begin{vmatrix} 0,01172 \frac{l^3 m}{EI} - \lambda & 0,00911 \frac{l^3 m}{EI} \\ 0,00911 \frac{l^3 m}{EI} & 0,01172 \frac{l^3 m}{EI} - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

и находились собственные числа:

$$\lambda_1 = 0,020834 \frac{l^3 m}{EI} = 1/\omega_1^2;$$

$$\lambda_2 = 0,002604 \frac{l^3 m}{EI} = 1/\omega_2^2$$

и соответственно частоты собственных колебаний:

$$\omega_1 = 6,928 \sqrt{\frac{EI}{l^3 m}}; \quad \omega_2 = 19,596 \sqrt{\frac{EI}{l^3 m}}. \quad (3.2)$$

Рис. 6. Расчетно-конструктивная схема структурного каркаса рамной конструкции: а — общий вид конструкции; б — унифицированный балочный элемент; в — эпюры перемещений балки, вызванные действием масс и внешней силы

На основе полученных узловых перемещений была составлена в матричной форме (блок 3) система канонических уравнений для определения амплитуд инерционных сил J_i , $i = \overline{1,2}$:

$$\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{pmatrix} - \frac{1}{\theta^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda_{1P} \\ \lambda_{2P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

или

$$\begin{pmatrix} 0,1172 \frac{l^3 m}{EI} & 0,00911 \frac{l^3 m}{EI} \\ 0,00911 \frac{l^3 m}{EI} & 0,01172 \frac{l^3 m}{EI} \end{pmatrix} - \frac{1}{\theta^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,01172 \frac{l^3}{EI} P_0 \\ 0,00911 \frac{l^3}{EI} P_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

С учетом $\delta_{ii}^* = \delta_{ii} - (1/m_i \theta^2)$ система канонических уравнений (3.3) принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} & \left(0,01172 \frac{l^3 m}{EI} - \frac{1}{m \theta^2} \right) J_1 + \\ & + 0,00911 \frac{l^3 m}{EI} J_2 - 0,01172 \frac{l^3 m}{EI} P_0 = 0; \\ & 0,00911 \frac{l^3 m}{EI} J_1 + \left(0,01172 \frac{l^3 m}{EI} - \frac{1}{m \theta^2} \right) J_2 - \\ & - 0,00911 \frac{l^3 m}{EI} P_0 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Исходя из условия $\theta = (k \omega_i) = k(6,928 \sqrt{EI / m l^3})$ были проведены преобразования (3.4) в вид

$$\left. \begin{aligned} & \left(0,01172 \frac{l^3}{EI} - 0,02084 \frac{1}{k^2} \frac{l^3}{EI} \right) J_1 + \\ & + 0,00911 \frac{l^3 m}{EI} J_2 = -0,01172 \frac{l^3 m}{EI} P_0; \\ & 0,00911 \frac{l^3 m}{EI} J_1 + \\ & + \left(0,01172 \frac{l^3}{EI} - 0,02084 \frac{1}{k^2} \frac{l^3}{EI} \right) J_2 = \\ & = -0,00911 \frac{l^3 m}{EI} P_0. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Решая уравнения (3.5) при $k = 0,8 \omega_1 = 0,8 \cdot 6,928 \sqrt{EI / m l^3}$, были получены величины инерционных сил $J_1 = 0,932367 P_0$ и $J_2 = 0,845411 P_0$.

После нахождения сил инерции J_1 , J_2 и приложения их, а также амплитуды внешней силы P_0

к исходной стержневой системе (рис. 7, а) решалась задача определения параметров НДС (изгибающих и крутящих моментов, поперечных и продольных сил, линейных и угловых перемещений) от действия динамических нагрузок (блок 4).

В результате решения задачи определения параметров НДС конструкции на динамические воздействия были получены следующие величины изгибающих моментов в местах загрузки балки массами m_1 и m_2 :

$$\begin{aligned} M_{1din} &= M_{1p} + M_1 j_1 + M_1 j_2 = 0,75 \text{ тм} + 0,70 \text{ тм} + \\ &+ 0,21 \text{ тм} = 1,660 \text{ тм}; \\ M_{2din} &= M_{2p} + M_2 j_1 + M_2 j_2 = 0,25 \text{ тм} + 0,23 \text{ тм} + \\ &+ 0,64 \text{ тм} = 1,112 \text{ тм}. \end{aligned}$$

Из решения уравнений равновесия, физических уравнений, уравнений совместности деформаций (блок 5) были определены параметры ((5.1)–(5.3)) НДС конструкции от суммарного действия сил (статического и динамического воздействий).

На рис. 7, б–г представлены эпюры: перемещений ΣR , перерезывающих сил ΣQ , изгибающих моментов ΣM . Далее, исходя из условий прочности — (6.1), (6.2), устойчивости — (6.3), (6.4) и жесткости — (6.5), (6.6), проводилась проверка несущей способности конструктивной системы (блок 6).

Последующая корректировка численных значений напряжений, деформаций, перемещений, а также частот собственных колебаний конструкции (блок 7) осуществлялась исходя из условий (6.1)–(6.6).

После корректировки численных значений параметров, определяющих несущую способность конструкции, была осуществлена ее оптимизация по массе (блок 8). Для этого решалась задача (8.1)–(8.3).

В результате решений были определены площади поперечных сечений по длине балки, отвечающие предельным значениям напряжений, и оптимальный расход материала. Исходя из полученных по длине балки величин площадей поперечных сечений, определялись требуемые моменты сопротивления сечений, и согласно сортаменту ГОСТ 8239–89 были приняты двутавры.

На рис. 7, д представлены конструктивные решения унифицированных элементов с расходом материала на их изготовление: из двутавра одно-

Рис. 7. Эпюры R , Q , M при суммарном действии сил (статического и динамического нагружений) и конструктивные решения унифицированных элементов (балок)

го типоразмера для случая одного нагружения ($m = 84$ кг); из набора двутавров для случая одного нагружения ($m = 68$ кг) и случая двух нагружений ($m = 75$ кг).

Библиографический список

1. Новейшая архитектура / под ред. Филиппа Ходидьо; пер. с англ. А. М. Ведюшкина. М.: АСТ; Астрель, 2008. 192 с.
2. Темнов В. Г. Конструктивные системы в природе и строительной технике. Л.: Стройиздат, 1987. 256 с.

3. Темнов В. Г. Конструктивные системы в природе и строительной технике. СПб.: Компьютербург, 2001. 62 с.

4. Темнов В. Г. Архитектурно-конструктивное моделирование строительных объектов среды обитания средствами САПР // Вестник гражданских инженеров. 2015. № 3 (50). С. 92–100.

5. Филин А. П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. М.: Наука, 1981. Т. 1–3.

6. САПР. Системы автоматизированного проектирования: в 9 кн. / под ред. И. П. Норенкова. М.: Высш. шк., 1986. Кн. 9. Иллюстрированный словарь. 159 с.

7. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978. 239 с.

8. Фролькис В. А. Линейная и нелинейная оптимизация (в задачах инженерно-строительного профиля). СПб.: СПбГАСУ, 2001. 306 с.

References

1. *Noveyshaya arhitektura* [Modern architecture]. Ed. by Filipp Hodid'o; transl. by Vedyushkin A. M. Moscow, AST Publ., Astrel' Publ., 2008, 192 p.

2. Temnov V. G. *Konstruktivnye sistemy v prirode i stroitel'noj tekhnike* [Construction systems in the nature and construction equipment (resource-saving design technologies)]. Leningrad, Strojizdat Publ., 1987, 256 p.

3. Temnov V. G. *Konstruktivnye sistemy v prirode i stroitel'noj tekhnike* [Construction systems in the nature and construction equipment (resource-saving design technologies)]. St. Petersburg, Komp'yuternykh Publ., 2001, 62 p.

4. Temnov V. G. *Arhitekturno-konstruktivnoe modelirovanie stroitel'nykh ob'ektov sredy obitaniya*

sredstvami SAPR [Architecture and construction modeling of building objects of the living environment using the CAD software]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineering*, 2015, no. 3 (50), pp. 92–100.

5. Filin A. P. *Prikladnaya mekhanika tverdogo deformiruemogo tela* [Applied mechanics of the solid deformed body]. Moscow, Nauka Publ., 1981, vol. 1–3.

6. *SAPR. Sistemy avtomatizirovannogo proektirovaniya* [CAD. Computer-aided engineering design systems]. In 9 Pts. Ed. by Norenkov I. P. Pt. 9. *Illyustrirovannyj slovar'* [Illustrated dictionary]. Moscow, Vyssh. shk. Publ., 1986, 159 p.

7. Rzhanicyn A. R. *Teoriya rascheta stroitel'nykh konstrukcij na nadezhnost'* [Theory of calculating construction designs for reliability]. Moscow, Strojizdat Publ., 1978, 239 p.

8. Fro'lkis V. A. *Linejnaya i nelinejnaya optimizaciya (v zadachah inzhenerno-stroitel'nogo profilya)* [Linear and nonlinear optimization (in problems of the engineering construction profile)]. St. Petersburg, SPbGASU Publ., 2001, 306 p.