УДК 624.07

DOI 10.23968/1999-5571-2020-17-2-85-94

© С. О. Чепилко, инженер
(ООО «Институт строительных экспертиз»,
Санкт-Петербург, Россия)
E-mail: chep-65@mail.ru

© S. O. Chepilko, engineer
(«Institut stroitelnykh ekspertyz» LLC,
St. Petersburg, Russia)
E-mail: chep-65@mail.ru

РАСЧЕТ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ ПРИ МГНОВЕННОМ ЗАГРУЖЕНИИ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ ДИАГРАММЫ ε – σ БЕТОНА

CALCULATION OF STEEL-REINFORCED CONCRETE BEAM FOR INSTANT LOADING TAKING INTO ACCOUNT THE NON-LINEARITY OF THE CONCRETE DIAGRAM ε – σ

Рассмотрены вопросы расчета сталежелезобетонных балок с учетом нелинейной диаграммы бетона на основе формулы Сарджина. Выписана в явном виде нелинейная система уравнений для определения кривизны и нейтральной оси, которая решается численно. Получены явные выражения для определения других расчетных величин, необходимых при проектировании сталежелезобетонных балок. Приведены численные примеры. Проведен анализ учета нелинейности в сравнении с линейным расчетом.

Ключевые слова: сталежелезобетонная балка, нелинейность деформирования бетона, формула Сарджина.

Issues of calculating steel-reinforced concrete beams are considered taking into account a nonlinear concrete diagram based on the Sargin formula. The nonlinear system of equations for determination of curvature and neutral axis, which is solved numerically, is written in explicit form. Explicit expressions for determination of other calculated quantities needed for design of steel-reinforced concrete beams are derived. Numerical examples are given. The analysis of accounting nonlinearity in comparison with the linear calculation is carried out.

Keywords: steel-reinforced concrete beam, nonlinearity of concrete deformation, the Sargin formula.

В данной работе рассматривается расчет сталежелезобетонных балок (далее — СЖБ-балок) с учетом физической нелинейности работы бетона. Стандартный расчет СЖБ-балок проводится в упругой постановке. Однако линейная работа бетона происходит лишь при нагрузках, вызывающих относительно малые напряжения в бетоне — до величин порядка $0,2...0,3R_b$. При дальнейшем увеличении нагрузки начинает сказываться нелинейность работы бетона: во-первых, при мгновенном (кратковременном) нагружении, когда считается, что напряжения в бетоне удовлетворяют нелинейной диаграмме ε – σ ; во-вторых, при продолжительном действии нагрузки, когда в бетоне начинаются процессы ползучести и релаксации, действие которых обусловлено появлением неупругих внутренних деформаций, вызванных перекристаллизацией, накоплением микротрещин и другими факторами. Математически уравнение ползучести может записываться в форме интегрального уравнения,

связывающего относительные деформации и напряжения в бетоне:

$$f(\sigma_b(z, t)) = E_b(t)\varepsilon_b(z, t) + E_b(t) \int_{t_0}^t K(t, \xi) f(\sigma_b(z, \xi)) d\xi.$$

Это так называемое уравнение вязкоупругопластичности бетона (см., например, [6, 9]). В случае, если функция напряжений принимается в виде $f(\sigma_b(z, t)) = \sigma_b(z, t)$, уравнение переходит в линейное уравнение ползучести Маслова – Арутюняна. Если отбросить в формуле интеграл в правой части, уравнение должно соответствовать диаграмме ε – σ в случае мгновенного нагружения. Если нелинейная функция напряжений $f(\sigma)$ входит только под интеграл, уравнение переходит в нелинейное уравнение Маслова – Арутюняна. Исходя из вышеизложенного, расчет СЖБ-балок естественным образом распадается на три задачи:

86

Оба интеграла могут быть легко вычислены. Имеем

$$N_b = \int_{A_b} \sigma_b dA_b = a \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} dz \sigma_b((z_0 - z)|\kappa|) =$$

$$= -E_b A_b \kappa \frac{(k-1)^2}{k(k-1)} \times$$

$$\times \left(\frac{z_0}{(k-1)^2} + \xi + \frac{\xi^2}{h} \ln \left(\frac{\xi - \left(z_0 + \frac{h}{2}\right)}{\xi - \left(z_0 - \frac{h}{2}\right)} \right) \right), \quad (4)$$

$$N_s = \int_{A_s} \sigma_s dA_s = \int_{A_s} E_s (z_0 - z) \kappa dA_s = E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa. \quad (5)$$

Тут обозначено

$$A_b = ah; k = \frac{E_b \varepsilon_{b0}}{R_*};$$

$$\xi = \frac{\varepsilon_{b0}}{(k-2)\kappa}. \quad (6)$$

При малых κ для N_b выполняется

$$N_b \underset{\kappa \rightarrow 0}{=} E_b A_b z_0 \kappa + O(\kappa^2).$$

Таким образом, при малых κ уравнение (3) имеет вид:

$$(3) \underset{\kappa \rightarrow 0}{\Rightarrow} E_b A_b z_0 \kappa + E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z_0 = \frac{E_s A_s z_s}{E_s A_s + E_b A_b} = \frac{1}{1+m} z_s,$$

где обозначено $m = \frac{E_b A_b}{E_s A_s}$, а полученное выражение для z_0 есть положение нейтральной оси в упругой постановке.

После упрощений уравнение равновесия (3) принимает вид:

$$-m \frac{(k-1)^2}{k(k-2)} \times$$

$$\times \left(\frac{z_0}{(k-1)^2} + \xi + \frac{\xi^2}{h} \ln \left(\frac{\xi - \left(z_0 + \frac{h}{2}\right)}{\xi - \left(z_0 - \frac{h}{2}\right)} \right) \right) + (z_0 - z_s) = 0. \quad (7)$$

Определим теперь момент внутренней пары в произвольном сечении СЖБ-балки. В случае одноосного напряженного состояния он по определению равен

$$M_{\text{int}} = M_b + M_s =$$

$$= \int_{A_b} \sigma_b (z_0 - z) dA_b + \int_{A_s} \sigma_s (z_0 - z) dA_s.$$

Интегрирование дает

$$M_b = \int_{A_b} \sigma_b (z_0 - z) dA_b =$$

$$= -E_b A_b \kappa \frac{(k-1)^2}{k(k-2)} \left[\xi(\xi + z_0) + \frac{1}{(k-1)^2} \left(\frac{h^2}{12} + z_0^2 \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\xi^3}{h} \ln \left(\frac{\xi - \left(z_0 + \frac{h}{2}\right)}{\xi - \left(z_0 - \frac{h}{2}\right)} \right) \right]; \quad (8)$$

$$M_s = \int_{A_s} \sigma_s (z_0 - z) dA_s =$$

$$= \int_{A_s} E_s \kappa (z_0 - z)^2 dA_s = E_s \kappa (I_s + A_s (z_0 - z_s)^2), \quad (9)$$

где I_s — момент инерции стальной балки.

Таким образом, внутренний момент равен

$$M_{\text{int}} = M_b + M_s =$$

$$= -E_b A_b \kappa \frac{(k-1)^2}{k(k-2)} \left[\xi(\xi + z_0) + \frac{1}{(k-1)^2} \left(\frac{h^2}{12} + z_0^2 \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\xi^3}{h} \ln \left(\frac{\xi - \left(z_0 + \frac{h}{2}\right)}{\xi - \left(z_0 - \frac{h}{2}\right)} \right) \right] + E_s \kappa (I_s + A_s (z_0 - z_s)^2). \quad (10)$$

При малых $\kappa \rightarrow 0$ можно записать

$$M_{\text{int}} \underset{\kappa \rightarrow 0}{=} \left(E_b \left(\frac{ah^3}{12} + A_b z_0^2 \right) + E_s [I_s + A_s (z_0 - z_s)^2] \right) \kappa + O(\kappa^2).$$

В принятой системе координат $\kappa = Y^{\text{II}}$, поэтому при малых κ

$$Y^{\text{II}} = \frac{M_{\text{int}}}{(EI)_{sb}},$$

где

$$(EI)_{sb} = E_b \left(\frac{ah^3}{12} + A_b z_0^2 \right) + E_s (I_s + A_s (z_0 - z_s)^2) \quad \text{—}$$

изгибная жесткость СЖБ-балки в упругой постановке.

Поскольку рассматриваемая балка однопролетная шарнирно опертая, величина внутреннего момента с учетом принятой системы координат равна балочному моменту со знаком «-». Балочный момент может быть легко вычислен. Таким образом,

$$M_{\text{int}} = -M_{\text{beam}}.$$

Следовательно, в этом случае мы имеем полную систему уравнений для определения z_0 и κ :

$$\begin{cases} N_b + N_s = 0; \\ M_b + M_s = -M_{beam}, \end{cases} \quad (11)$$

где N_b , N_s , M_b , M_s вычисляются по формулам (4), (5), (8), (9).

Система (11) — нелинейная, поэтому как z_0 , κ , так и прогибы балки могут быть найдены лишь численно. Численное решение системы (11) не представляет трудностей, однако определение прогибов требует решения дифференциального уравнения

$$Y'' = \kappa.$$

В случае использования конечно-разностных схем для решения дифференциального уравнения систему (11) нужно будет решать для каждой точки разбиения отрезка $\left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right]$. Однако прогиб может быть достаточно просто оценен исходя из кривой прогиба, соответствующей упругой работе. Пусть $\bar{Y}(y)$ — кривая прогиба под действием нагружения $q = q(y)$ в упругой постановке. Приближенно можно считать, что кривая прогибов $Y(y)$ при нелинейной работе бетона подобна кривой $\bar{Y}(y)$, то есть $Y = \lambda \bar{Y}(y)$.

Тогда для любой точки y_0 имеем

$$\kappa_0 = \kappa|_{y=y_0} = Y''(y)|_{y=y_0} = \lambda Y''(y)|_{y=y_0} = \lambda \bar{\kappa}_0;$$

$$Y_0 = Y(y)|_{x=x_0} = \lambda \bar{Y}(y)|_{y=y_0} = \lambda \bar{Y}_0,$$

где $\bar{Y}_0$, $\bar{\kappa}_0$ — прогиб и кривизна в точке y_0 в упругой постановке.

Из системы (11) можно определить κ_0 , значение $\bar{\kappa}_0$ также известно, поскольку известен вид $\bar{Y}(y)$. Поэтому коэффициент пропорциональности λ равен

$$\lambda = \frac{\kappa_0}{\bar{\kappa}_0}.$$

Откуда находим

$$Y_0 = \frac{\kappa_0}{\bar{\kappa}_0} \bar{Y}_0 = \kappa_0 \frac{\bar{Y}_0}{\bar{\kappa}_0}. \quad (12)$$

Величина $\frac{\bar{Y}_0}{\bar{\kappa}_0}$ для каждого конкретного нагружения может быть легко определена. В середине пролета для некоторых типов нагружений значения $\frac{\bar{Y}_0}{\bar{\kappa}_0}$ будут равны:

- для сосредоточенного (в середине балки)

$$\frac{\bar{Y}_0}{\bar{\kappa}_0} = -\frac{L^2}{12} \approx -0,083L^2;$$

- для равномерного $\frac{\bar{Y}_0}{\bar{\kappa}_0} = -\frac{5}{48}L^2 \approx -0,104L^2;$

- для нагружения вида $q_0 \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)$, т. е. по косинусу, $\frac{\bar{Y}_0}{\bar{\kappa}_0} = -\frac{L^2}{\pi^2} \approx -0,101L^2;$

- для треугольного с вершиной в середине балки $\frac{\bar{Y}_0}{\bar{\kappa}_0} = -\frac{L^2}{10} = -0,1L^2.$

Помимо кривизны и положения нейтральной оси, необходимых для определения напряжений, нужно также оценить величину сдвигающих сил на контакте «сталь — бетон». Сделаем это, следуя рассуждениям С. П. Тимошенко [10] (рис. 2).

На верхней (свободной) грани касательных напряжений нет. Из интегрального условия равновесия имеем

$$\int_{A_{отс}^{\tau}} \tau_{yz}^b dA + \int_{A_{отс}^{y+dy}} (\sigma_y^b + d\sigma_y^b) dA - \int_{A_{отс}^y} \sigma_y^b dA = 0.$$

Поскольку $A_{отс}^{y+dy} = A_{отс}^y$ (геометрия сечения не меняется по длине балки, то есть не зависит от y), то можно сразу записать

$$\int_{A_{отс}^{\tau}} \tau_{yz}^b dA + \int_{A_{отс}^y} (d\sigma_y^b) dA = 0.$$

Интегралы в последней сумме равны:

$$\int_{A_{отс}^{\tau}} \tau_{yz}^b dA = dy \cdot \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \tau_{yz}^b dx \Big|_{z=\frac{h}{2}+h_{отс}};$$

$$\int_{A_{отс}^y} (d\sigma_y^b) dA =$$

$$= d \left(\int_{A_{отс}^y} \sigma_y^b dA \right) = d \left(\frac{h}{2} + h_{отс} \left(\frac{a}{2} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \sigma_y^b dx \right) dz \right).$$

Рис. 2. Касательные силы

Деля оба интеграла на dy , получим

$$\frac{a}{2} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \tau_{yz}^b dx \Big|_{z=-\frac{h}{2}+h_{отс}}^{\frac{h}{2}+h_{отс}} = -\frac{d}{dy} \left(\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_{отс}} \left(\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \sigma_y^b dx \right) dz \right).$$

Для полного бетонного сечения $h_{отс} = h$, следовательно, интегральное сдвигающее усилие $t_{cont}(y)$ на контакте «сталь — бетон» равно

$$\begin{aligned} t_{cont}(y) &= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \tau_{yz}^b dx \Big|_{z=\frac{h}{2}} = -\frac{d}{dy} \left(\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \sigma_y^b dx \right) dz \right) = \\ &= -\frac{d}{dy} \int_{A_b} \sigma_y^b dA_b = -\frac{d}{dy} N_b. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку из условия равновесия следует, что выполняется

$$N_b + N_s = 0,$$

то тогда

$$N_b = -N_s = -E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} t_{cont}(y) &= -\frac{d}{dy} (-E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa) = \\ &= E_s A_s \frac{d}{dy} ((z_0 - z_s) \kappa). \end{aligned} \quad (15)$$

Величина накопленной на участке $[a, b]$ сдвигающей силы составляет:

$$\begin{aligned} T_{cont}(a, b) &= \\ &= \int_a^b t_{cont}(y) dy = E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa \Big|_{y=a}^{y=b}. \end{aligned} \quad (16)$$

Ее можно записать, исходя из (13), в другом виде

$$\begin{aligned} T_{cont}(a, b) &= -\int_a^b \frac{d}{dy} N_b dy = \\ &= N_b(a) - N_b(b) = N_s(b) - N_s(a). \end{aligned} \quad (17)$$

Расчет дискретно расположенных упоров на бетон, обеспечивающих совместную работу стальной балки и бетонной плиты, проводится именно на соответствующую накопленную сдвигающую силу. Тем самым для определения $T_{cont}(a, b)$ достаточно иметь значения $z_0(y)$ и $\kappa(y)$ в точках $y = a$ и $y = b$, то есть решить систему (10) для $M_{beam}(a)$ и $M_{beam}(b)$. Однако при $y = \pm \frac{L}{2}$ (на концах) для шарнирно опертой балки $M_{int} = M_{beam} = 0$. И, кроме того, $\kappa|_{y=\pm \frac{L}{2}} = 0$. Последнее следует из того, что учет нелинейной диаграммы $\sigma - \epsilon$ бетона позволяет рассматривать

Рис. 3. Диаграмма $\sigma - \epsilon$

СЖБ-балку как балку переменной жесткости. При этом, поскольку кривая $\sigma = \sigma(\epsilon)$ располагается между прямыми $\sigma = E_b \epsilon$ и $\sigma = E_{b,crk} \epsilon$ (рис. 3), изгибная жесткость СЖБ-балки будет в любом сечении заключена между двумя крайними значениями:

$$(EI)_{sb}^{E_{b,crk}} < (EI)_{sb}^{нелин} < (EI)_{sb}^{E_b}, \quad (18)$$

где $(EI)_{sb}^{E_b}$ и $(EI)_{sb}^{E_{b,crk}}$ — упругие изгибные жесткости, вычисленные по модулям деформаций E_b и $E_{b,crk}$.

Для кривизны κ выполняется соотношение

$$\kappa = Y'' = -\frac{M}{(EI)}.$$

Поэтому для любой упругой балки

$$\kappa|_{y=\pm \frac{L}{2}} = Y''|_{y=\pm \frac{L}{2}} = -\frac{M}{(EI)_{sb}} \Big|_{y=\pm \frac{L}{2}} = 0.$$

Значит, в нелинейном случае из неравенства (18) следует, что кривизна $\kappa = 0$ на концах балки. Из этого также следует, что в окрестностях точек $y = \pm \frac{L}{2}$ кривизна κ мала. Ранее было получено (из первого уравнения системы (10))

$$z_0 \xrightarrow{\kappa \rightarrow 0} \frac{1}{1+m} z_s.$$

Таким образом, в некоторой окрестности точек $y = \pm \frac{L}{2}$ нейтральная ось z_0 постоянна:

$$z_0 = \frac{1}{1+m} z_s = \text{const.}$$

Если продифференцировать второе уравнение системы (10) по y , то можно записать следующее соотношение (z_0 полагается постоянной):

$$\left(F(y) + E_s A_s \left[(z_0 - z_s)^2 + i_s^2 \right]\right) \kappa' = -\frac{d}{dy} M_{beam} = -Q,$$

где $Q = Q(y)$ — поперечная сила;

$$F(y) = E_b A_b \frac{(k-1)^2}{k(k-2)} \cdot \left(\xi^2 - \frac{1}{(k-1)^2} \left(\frac{h^2}{12} + z_0^2 \right) + \frac{2\xi^3}{h} \ln \left(\frac{\xi - \left(z_0 + \frac{h}{2} \right)}{\xi - \left(z_0 - \frac{h}{2} \right)} \right) + \frac{\xi^4}{(\xi - z_0)^2 - \frac{h^2}{4}} \right).$$

Отсюда получается

$$\kappa' = -\frac{Q(y)}{F(y) + E_s A_s \left[(z_0 - z_s)^2 + i_s^2 \right]}$$

в окрестности $y = \pm \frac{L}{2}$.

Переходя к пределу по $y \rightarrow \pm \frac{L}{2}$,

$$\begin{aligned} \kappa \Big|_{y \rightarrow \pm \frac{L}{2}} &= 0; \\ F(y) \Big|_{\kappa \rightarrow 0} &\rightarrow E_b A_b \left(\frac{h^2}{12} + z_0^2 \right); \\ \kappa \Big|_{y = \pm \frac{L}{2}} &= \\ &= -\frac{Q \Big|_{\pm \frac{L}{2}}}{\left(E_b A_b \left(\frac{h^2}{12} + z_0^2 \right) + E_s A_s \left[(z_0 - z_s)^2 + i_s^2 \right] \right)} = \frac{Q \Big|_{\pm \frac{L}{2}}}{(EI)_{sb}}, \end{aligned}$$

где $(EI)_{sb}$ — упругая жесткость СЖБ-балки.

Тем самым, погонная сдвигающая сила на концах СЖБ-балки (шарнирно опертой) равна

$$\begin{aligned} t_{cont} \Big|_{y = \pm \frac{L}{2}} &= \\ &= \frac{E_s A_s (z_0 - z_s) Q}{E_b A_b \left(\frac{h^2}{12} + z_0^2 \right) + E_s A_s \left[(z_0 - z_s)^2 + i_s^2 \right]} = \\ &= \frac{E_s A_s (z_0 - z_s) Q}{(EI)_{sb}}. \end{aligned}$$

Получена обычная формула Журавского для СЖБ-балки. Ее можно переписать в эквивалентном виде, воспользовавшись уравнением равновесия на концах балки:

$$\begin{aligned} E_s A_s (z_0 - z_s) + E_b A_b z_0 &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow E_s A_s (z_0 - z_s) &= -E_b A_b z_0. \end{aligned}$$

Поэтому

$$\begin{aligned} t_{cont} \Big|_{y = \pm \frac{L}{2}} &= \\ &= -\frac{E_b A_b z_0 Q}{E_b A_b \left(\frac{h^2}{12} + z_0^2 \right) + E_s A_s \left[(z_0 - z_s)^2 + i_s^2 \right]} = \\ &= -\frac{E_b A_b z_0 Q}{(EI)_{sb}}. \end{aligned}$$

Выведенные формулы совпадают с аналогичными формулами для упругой задачи, то есть погонная сдвигающая сила на концах шарнирно опертой СЖБ-балки не зависит от нелинейной работы бетона и определяется начальным модулем деформации бетона.

Величина накопленной на половине пролета сдвигающей силы составит

$$\begin{aligned} T_{cont} \left(0, \frac{L}{2} \right) &= E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa \Big|_{y=0}^{\frac{L}{2}} = \\ &= -E_s A_s (z_0 - z_s) \kappa \Big|_{y=0}, \end{aligned} \quad (19)$$

поскольку на конце балки $\kappa \Big|_{y = \frac{L}{2}} = 0$.

Обозначим через $\bar{T}_{cont}(a, b)$ накопленную на интервале $[a, b]$ сдвигающую силу в упругой постановке. Тогда

$$\begin{aligned} \bar{T}_{cont} \left(0, \frac{L}{2} \right) &= E_s A_s (\bar{z}_0 - z_s) \bar{\kappa} \Big|_{y=0}^{\frac{L}{2}} = \\ &= -E_s A_s (\bar{z}_0 - z_s) \bar{\kappa} \Big|_{y=0}. \end{aligned}$$

Их отношение будет равно

$$\begin{aligned} r_T &= \frac{\bar{T}_{cont} \left(0, \frac{L}{2} \right)}{T_{cont} \left(0, \frac{L}{2} \right)} = \\ &= \frac{\bar{N}_b(0)}{N_b(0)} = \frac{\bar{N}_s(0)}{N_s(0)} = \frac{(\bar{z}_0 - z_s) \bar{\kappa} \Big|_{y=0}}{(z_0 - z_s) \kappa \Big|_{y=0}}. \end{aligned} \quad (20)$$

Величины $\bar{N}_b(0)$ и $N_b(0)$ есть интегралы от напряжений по бетонному сечению. Из общих соображений ясно, что изгибная жесткость СЖБ-балки в упругой постановке будет больше, чем в нелинейной, поскольку кривая $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ лежит ниже прямой $\sigma = E_b \varepsilon$. Перераспределение усилий растяжения-сжатия между бетонной и стальной частью сечения происходит пропорционально их жесткостям. В нелинейном случае жесткость бетонной части сечения СЖБ-балки меньше, тем самым меньше будет и интегральное усилие сжатия в бетоне. Следовательно, r_T будет больше 1.

Поскольку СЖБ-балку можно рассматривать как железобетонную балку с жесткой арматурой, то необходимо также проводить расчет по предельным состояниям первой группы. При использовании нелинейной диаграммы $\varepsilon - \sigma$ предельным состоянием нужно считать достижение предельных относительных деформаций в бетоне или стальной балке (в крайних волокнах). При этом вместо идеального пластического шарнира в стальной балке нужно учитывать зоны текучести и упругой работы. Данный расчет не вызывает особых затруднений, и детали обсуждаться не будут.

Полученные теоретические результаты можно проиллюстрировать следующим расчетным примером. Рассматривается СЖБ-балка со следующими параметрами:

1) пролет $L = 8$ м;

стальная балка — двутавр I 40Б1 (по ГОСТ Р 57837–2017);

$$h = 0,396 \text{ м}; A_s = 72,16 \text{ см}^2;$$

$$I_s = 20\,020 \text{ см}^4; E_s = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Па};$$

бетонное сечение — $b = 1,5$ м; $h = 0,12$ м;

1-й вариант — бетон класса В10; $E_b = 19 \cdot 10^9$ Па;

$R_b = 6$ МПа;

2-й вариант — бетон класса В25; $E_b = 30 \cdot 10^9$ Па;

$R_b = 14,5 \cdot 10^6$ Па;

2) пролет $L = 35$ м;

стальная балка — сварной двутавр I 100;

$$h = 1,006 \text{ м}; A_s = 362 \text{ см}^2; I_s = 584\,672 \text{ см}^4;$$

$$E_s = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Па};$$

бетонное сечение — $b = 2,0$ м; $h = 0,15$ м;

1-й вариант — бетон класса В35;

$E_b = 34,5 \cdot 10^9$ Па; $R_b = 19$ МПа;

2-й вариант — бетон класса В50; $E_b = 38 \cdot 10^9$ Па;

$R_b = 27,5 \cdot 10^6$ Па.

Зависимости максимальных напряжений в бетонной плите от погонной нагрузки приведены на рис. 4 (балка I 40Б1, бетон класса В10) и рис. 5 (балка I 100, бетон класса В50).

Значения максимальных напряжений в СЖБ-балках сведены в табл. 1 и 2. Погонные нагрузки приняты заведомо большими.

Из таблиц и графиков видно, что максимальные напряжения в бетоне в нелинейном расчете существенно ниже, чем напряжения в упругом. Более того, напряжения сжатия в бетоне при учете нелинейной работы не достигают предель-

Рис. 4. Напряжения в бетонной плите (В10) от погонной нагрузки

Рис. 5. Напряжения в бетонной плите (В50) от погонной нагрузки

ных значений R_b , и первыми «текут» стальные балки. Напряжения в стальной балке несколько больше, чем в упругом расчете, но не существенно. Стальные балки в составе СЖБ-балок сравнительно слабо чувствительны к качеству бетона (классу), если напряжения в них составляют порядка 200 МПа и ниже. Следовательно, если в процессе производства работ были нарушены какие-то требования технологии и бетон не соответствует проектной прочности, то для СЖБ-балок это может не носить фатальный характер, если стальная балка была запроектирована с некоторым запасом порядка $\approx 10\%$, а упоры на бетон обеспечивают совместную работу. Значения накопленных сдвигающих усилий на контакте «сталь – бетон» в упругом и нелинейном расчете в зависимости от класса бетона по прочности могут значительно отличаться только при высоких уровнях нагружений. Кроме того, необходимо учитывать, что в случае длительного действия нагрузки процессы ползучести и релаксации в бетоне приведут к снижению и выравниванию

Таблица 1

Максимальные напряжения в первой балке

Стальная балка — двутавр I 40Б1, бетонное сечение $b = 1,5$ м, $h = 0,12$ м								
Бетон В10								
Величина	Погонная нагрузка							
	30 кН/м		40 кН/м		50 кН/м		60 кН/м	
	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет
$\sigma_{b,max}$, МПа	−5,51	−3,93	−7,35	−4,72	−9,19	−5,31	−11,02	−5,72
$\sigma_{s,max}$, МПа	163,41	171,11	217,88	232,2	272,35	295,98	326,82	363,05
r_T	1,05		1,083		1,13		1,196	
Бетон В25								
Величина	Погонная нагрузка							
	30 кН/м		40 кН/м		50 кН/м		60 кН/м	
	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет
$\sigma_{b,max}$, МПа	−6,65	−5,68	−8,86	−7,2	−11,08	−8,55	−13,29	−9,75
$\sigma_{s,max}$, МПа	157,94	160,77	210,59	215,66	263,23	271,25	315,88	327,57
r_T	1,004		1,007		1,011		1,016	

Таблица 2

Максимальные напряжения во второй балке

Стальная балка — сварной двутавр I 100, бетонное сечение $b = 2,0$ м, $h = 0,15$ м								
Бетон В35								
Величина	Погонная нагрузка							
	10 кН/м		20 кН/м		30 кН/м		40 кН/м	
	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет
$\sigma_{b,max}$, МПа	-6,27	-5,69	-12,54	-10,32	-18,82	-13,97	-25,09	-16,67
$\sigma_{s,max}$, МПа	99,1	100,41	198,19	203,93	297,29	311,42	396,39	423,82
r_T	1,035		1,082		1,147		1,238	
Бетон В50								
Величина	Погонная нагрузка							
	10 кН/м		20 кН/м		30 кН/м		40 кН/м	
	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет	Упругий расчет	Нелинейный расчет
$\sigma_{b,max}$, МПа	-6,47	-5,96	-12,94	-11,03	-19,41	-15,36	-25,88	-19,06
$\sigma_{s,max}$, МПа	98,47	99,03	196,95	199,32	295,42	301,19	313,43	321,35
r_T	1,013		1,029		1,05		1,076	

по сечению напряжений в бетоне и росту напряжений в стальной балке.

В табл. 3 приведены значения предельных погонных нагрузок, рассчитанных исходя из:

- линейного расчета (бетон и сталь работают упруго), q_{lim}^{LP} — предельные нагрузки, при которых достигаются R_b и R_y ;

- нелинейного расчета по упругой работе стальной балки, $q_{lim}^{НЛР}$ — предельная нагрузка, при которой достигается R_y ;

- по предельным состояниям первой группы, $q_{lim}^{Сарлж}$ — предельная нагрузка, при которой достигается предельная относительная деформация ϵ_{b2} в верхнем волокне бетона;

Таблица 3

Предельные погонные нагрузки

СЖБ-балка		q_{lim}^{LP} , кН/м	q_{lim}^{HLP} , кН/м	$q_{lim}^{Сардж}$, кН/м	r , %
I 40Б1	B10	32,66 (по R_b)	61,01	70,17	13,05
		67,93 (по R_y)			
	B25	65,44 (по R_b)	66,86	82,18	18,64
		70,28 (по R_y)			
I 100Б	B35	31,09 (по R_b)	35,28	45,72	22,83
		37,34 (по R_y)			
	B50	42,51 (по R_b)	36,32	47,35	23,29
		37,57 (по R_y)			

- запас по работе в пластической стадии

$$r = \frac{q_{lim}^{Сардж} - q_{lim}^{HLP}}{q_{lim}^{Сардж}} 100 \%$$

Расчетное сопротивление стали принято пределу текучести $R_s = R_y = 370$ МПа (сталь С390).

Из результатов в табл. 3 также видно, что упругий расчет может быть взят за основу при определении предельных нагрузок (предварительная оценка) только по R_y . При этом оценка будет несколько завышена. Кроме того, необходимо отметить, что чем выше класс бетона, тем больше будет (в процентах) запас по работе в пластической стадии.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

- 1) упругий расчет СЖБ-балок может использоваться для оценки сверху напряжений в стальной балке с достаточной для инженерной практики точностью;
- 2) оценка максимальных напряжений в бетоне на основе упругого расчета корректна только при малых уровнях нагружений;
- 3) проектирование СЖБ-балок на максимальные нагрузки без учета нелинейной работы бетона некорректно; в частности, это касается упоров на бетон (уголковых, стад-болтов и т. п.).

Библиографический список

1. Беглов А. Д., Санжаровский Р. С. Теория расчета железобетонных конструкций на прочность и устойчивость. Современные нормы и евростандарты. СПб.; М.: АСВ, 2006. 327 с.

2. Ильюшин А. А. Пластичность. М.: ОГИЗ. Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1949.

3. Лукаш П. А. Основы нелинейной строительной механики. М.: Стройиздат, 1978. 204 с.

4. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 384 с.

5. Ржаницын А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. М.: Гос. изд-во лит. по строит. и архит., 1954. 288 с.

6. Санжаровский Р. С., Манченко М. М. Нелинейная теория ползучести бетона и железобетона и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 1. С. 23–35.

7. Стрелецкий Н. С., Гениев А. Н., Белень Е. И., Балдин В. А., Лессиг Е. Н. Металлические конструкции. М.: Стройиздат, 1961. 776 с.

8. Стрелецкий Н. Н. Сталежелезобетонные пролетные строения мостов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Транспорт, 1981. 360 с.

9. Тамразян А. Г., Есаян С. Г. Механика ползучести бетона. М.: МГСУ, 2012. 490 с.

10. Тимошенко С. П. Сопротивление материалов. В 2 т. М.: Наука, 1965. 365 с.

11. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560 с.

12. Чепилко С. О. Линейная ползучесть в сталежелезобетонных балках // Вестник гражданских инженеров. 2019. № 6 (77). С. 157–165.

References

1. Beglov A. D., Sanzharovskiy R. S. *Teoriya rascheta zhelezobetonnykh konstruktsiy na prochnost' i ustoychivost'. Sovremennyye normy i evrostandarty* [Theory of calculation of reinforced concrete structures for strength and stability. Modern standards and European standards]. St. Petersburg; Moscow, ASV Publ., 2006, 327 p.

2. Il'yushin A. A. *Plastichnost'* [Plasticity]. Moscow, OGIZ. Gosudarstvennoe izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury Publ., 1949.
3. Lukash P. A. *Osnovy nelineynoy stroitel'noy mekhaniki* [Fundamentals of nonlinear structural mechanics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978, 204 p.
4. Rabotnov Yu. N. *Elementy nasledstvennoy mekhaniki tverdykh tel* [Elements of hereditary mechanics of solid bodies]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 384 p.
5. Rzhantsyn A. R. *Raschet sooruzheniy s uchetom plasticheskikh svoystv materialov* [Calculation of structures taking into account the plastic properties of materials]. Moscow, Gos. izd-vo lit. po stroitel'stvu i arkhitekture Publ., 1954, 288 p.
6. Sanzharovskiy R. S., Manchenko M. M. *Nelineynaya teoriya polzuchesti betona i zhelezobetona i sovremennye normy* [Nonlinear theory of creep of concrete and reinforced concrete and modern norms]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy – Construction mechanics of engineering designs and structures*, 2017, no. 1, pp. 23–35.
7. Streletskiy N. S., et al. *Metallicheskie konstruksii* [Metal structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1961, 776 p.
8. Streletskiy N. N. *Stalezhelezobetonnye proletnye stroeniya mostov* [Steel-reinforced concrete spans of bridges]. 2-nd ed., revised. Moscow, Transport Publ., 1981, 360 p.
9. Tamrazyan A. G., Esayan S. G. *Mekhanika polzuchesti betona* [Mechanics of concrete creep]. Moscow, MGSU Publ., 2012, 490 p.
10. Timoshenko S. P. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. In 2 vols. Moscow, Nauka Publ., 1965, 365 p.
11. Timoshenko S. P., Gud'er Dzh. *Teoriya uprugosti* [Theory of elasticity]. Moscow, Nauka Publ., 1979, 560 p.
12. Chepilko S. O. *Lineynaya polzuchest' v stalezhelezobetonnykh balkakh* [Linear creep in steel reinforced concrete beams]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2019, no. 6 (77), pp. 157–165.