УДК 624.073.113

© Э. К. Опбул, канд. техн. наук, зав. лабораторией
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет)

E-mail: fduescnufce@mail.ru

© Д. А. Дмитриев, инженер

(ООО «ТЕКТОН-СПБ»)

E-mail: dmitriev@tekton-spb.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2019-16-6-93-110

© E. K. Opbul, PhD in Sci. Tech., laboratory head
(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering)

E-mail: fduescnufce@mail.ru

© D. A. Dmitriev, engineer

(ООО «ТЕКТОН-СПБ»)

E-mail: dmitriev@tekton-spb.ru

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ МОДЕЛИ НА ПРИМЕРЕ МНОГОПУСТОТНОЙ ПЛИТЫ ПЕРЕКРЫТИЯ БЕЗОПАЛУБОЧНОЙ ТЕХНОЛОГИИ

CALCULATION OF PRESTRESSED STRUCTURE STRENGTH ON THE BASIS OF NONLINEAR DEFORMATION MODEL (ON THE EXAMPLE OF MULTI-HOLLOW CORE SLAB WITHOUT USING FORMWORK TECHNOLOGY)

Предложены практические методы расчета предварительно напряженных конструкций, основанные на использовании опытных диаграмм деформирования материалов. В зависимости от величины деформаций, вычисленных с помощью итерационных процедур по диаграмме деформирования, устанавливается соответствующее состояние материалов — упругое или пластическое. Нелинейные итерационные расчеты в 1-м методе направлены на нахождение нового положения нейтральной линии в зависимости от модуля материалов по мере деформирования элемента, а во 2-м — на определение жесткостных характеристик материалов в матричной форме вычислений. Конечная цель итерационных процедур — определение максимальной кривизны элемента с последующим вычислением соответствующих этой кривизне относительных деформаций в материалах конструкции. Алгоритм расчета обоих методов представлен в виде блок-схем, приведены примеры расчетов. Сопоставление численных значений результатов расчетов показывает адекватность предложенных методов, что подтверждается близкими значениями вычисленных деформаций (напряжений) материалов.

Ключевые слова: прочность, предварительное напряжение, усилие обжатия, диаграмма, арматура, бетон, потери, деформация, напряжение, итерация, кривизна.

The article presents practical methods proposed for calculating of prestressed structures and based on the use of experimental diagrams of material deformation. Depending on the value of the deformations calculated using iterative procedures on the deformation diagram, the corresponding state of the material – elastic or plastic – is defined. Nonlinear iterative calculations made in accordance with the first method are aimed at finding a new position of the neutral line depending on the modulus of materials as the member is deformed, and in the second method they are aimed at determining the stiffness characteristics of materials in the matrix form of calculations. The ultimate goal of iterative procedures is determining of the maximum curvature of the member, with the subsequent calculation of the relative deformations corresponding to this curvature in the structure materials. The algorithm of calculation of both methods is presented in the form of block diagrams, examples of calculations are given. Comparison of numerical values of the results of calculations shows the adequacy of the proposed methods, which is confirmed with the closely adjacent values of the calculated deformations (stresses) of materials.

Keywords: strength, pre-stressing, compression force, diagram, reinforcement, concrete, losses, deformation, stress, iteration, curvature.

Введение

Первые практические расчеты на основе нелинейной деформационной модели с использованием итерационных процедур, выполненные авторами настоящей статьи, были сделаны для

сталефибробетонных конструкций и описаны в работах [1, 2].

1. Ниже представлены два метода расчета, выполненных на основе нелинейной деформационной модели с использованием нормативных

диаграмм деформирования, приведенных в СП 52-102-2004 «Предварительно напряженные железобетонные конструкции» с пособием к ним¹, СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения»², СНиП 52-01-2003 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» применительно для изгибаемых предварительно напряженных конструкций и на примере многопустотной плиты перекрытия безопалубочного формования.

Целью методов расчета является определение величины относительных деформаций бетона и арматуры при максимально возможной кривизне элемента путем итерационных процедур.

В основе первого метода лежит справедливость гипотезы плоских сечений и использование принципов подобия треугольников. За начало координатных осей (точка пересечения осей) или за моментную точку для определения плеча внутренней пары сил принято положение нейтральной линии. Переменной величиной является положение нейтральной линии, которая для первой итерации определяется в зависимости от начального модуля упругости, а в последующих итерациях новое положение нейтральной линии зависит от величины вычисленных деформаций, которые численно могут быть либо в упругой, либо в пластической стадиях деформирования.

Второй метод выполнен согласно тем же действующим нормам (СП 52-102-2004 и пособие к ним, СП 63.13330.2012, СНиП 52-01-2003). Для определения максимальной кривизны и соответствующих деформаций используются жесткостные характеристики малых участков в известной матричной форме. Начало координат располагают в произвольном месте в пределах поперечного сечения элемента. Ниже, в приведенном примере, за начало координат принята крайняя фибра растянутой зоны.

На практике итерационные процедуры при необходимости могут быть выполнены как вручную, так и с помощью программных комплексов, например, таких, как Excel, Mathcad.

¹ Пособие по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций из тяжелого бетона (к СП 52-102-2004). М.: ОАО ЦРИИПромзданий, 2005. 185 с.

² СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 (с изм. № 1, 2). М.: Минстрой России, 2013.

Критерием прочности в обоих методах является сравнение величин расчетных деформаций в бетоне и арматуре, полученных при максимально возможной кривизне элемента, с нормативными, приведенными в СП 52-102-2004 и пособия к ним, СП 63.13330.2012, СНиП 52-01-2003.

На начальном этапе на основе вышеуказанных нормативов строятся расчетные диаграммы деформирования материалов с учетом допустимых величин предварительного напряжения, затем определяются суммарные значения первых и вторых потерь (то есть потерь, вычисленных по первому и второму методам). Вычисленные величины суммарных потерь непосредственно учитываются при создании окончательных расчетных диаграмм, необходимых в процессе итерационных расчетов конструкции.

Известно (пособие к СП 52-102-2004, СП 63.13330.2012, СНиП 52-01-2003) [3–4], что предварительное напряжение сжатой зоны выполняют с целью погашения возможного недопустимого выгиба плиты (конструкций) и образования трещин в сжатой зоне за счет обжатия бетона растянутой зоны, возникающего от предварительного напряжения растянутой арматуры.

1. Исходные данные

Геометрические размеры плиты: $b \times h \times l = 1200 \times 220 \times 6500$ мм; $l_0 = 6200$ мм; $a_h = 0,25$ м — расстояние от торца до прокладки при хранении.

Из протокола испытаний действующие нагрузки и усилия: $g_w = 4,57$ кН/м — расчетная нагрузка от собственного веса плиты; $g_{tot} = 13,210$ кН/м — полная расчетная нагрузка.

Суммарный момент без учета момента (или выгиба) от предварительного напряжения (M_{sp}):

$$M_{tot} = \frac{g l_0^2}{8} = 63,474 \text{ кН} \cdot \text{м}. \quad (1)$$

Характеристики материалов: бетон В30: $R_b = 17$ МПа; $R_{bn} = 22$ МПа; $R_{bt} = 1,2$ МПа; $R_{bm} = 1,8$ МПа; $E_b = 29\,000$ МПа; $\gamma_2 = 0,9$.

Выражения для определения напряжений и модуля деформаций в бетоне:

а) при сжатии:

• при упругой стадии работы $0 < \mu_{bi} < 1,5 \cdot 10^{-3}$:

$$\sigma_{bi} = R_b \frac{\varepsilon_{bi}}{1,5 \cdot 10^{-3}}; E'_b = \frac{\sigma_{bi}}{\varepsilon_{bi}};$$

- в стадии пластических деформаций:

$$1,5 \cdot 10^{-3} < \mu_{bi} < 3,5 \cdot 10^{-3}; \sigma_{bi} = R_b; E'_b = \frac{R_b}{\varepsilon_{bi}};$$

- б) при растяжении:

- при упругой стадии работы $0 < \mu_{bt,i} < 8 \cdot 10^{-5}$:

$$\sigma_{bt,i} = R_{bt} \frac{\varepsilon_{bt,i}}{8 \cdot 10^{-5}}; E'_{bi} = \frac{\sigma_{bt,i}}{\varepsilon_{bi}};$$

- в стадии пластических деформаций:

$$8 \cdot 10^{-5} < \mu_{bt,i} < 15 \cdot 10^{-5}; \sigma_{bt,i} = R_{bt}; E'_{bt} = \frac{R_{bt}}{\varepsilon_{bt,i}}.$$

Натяжение арматуры производится с помощью гидравлических домкратов, обжатие бетона производят с усилием напрягаемой арматурой при достижении передаточной прочности бетона $R_{bp} = 0,5B = 15$ МПа; так как минимальная величина напряжения должна быть $R_{bp} \geq 15,5$ МПа, то принимается $R_{bp} = 15,5$ МПа.

Арматура верхняя 4Ø5Bp1400:

$$A'_{sp} = nA_s = 4 \cdot 0,196 = 0,784 \text{ см}^2; R_s = 1170 \text{ МПа};$$

$$R_{sn} = 1400 \text{ МПа}; E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

$$\alpha'_{sp} = \frac{E_s}{E_b} = 6,89655; \mu_{s1} = \frac{0,9R_s}{E_s} = 5,265 \cdot 10^{-3};$$

$$\mu_{s0} = \frac{R_s}{E_s} + 0,002 = 7,85 \cdot 10^{-3};$$

$$\mu_{s2} = 0,015.$$

Арматура нижняя 7Ø9K1500:

$$A'_{sp} = nA_s = 7 \cdot 0,63585 = 4,45095 \text{ см}^2;$$

$$R_s = 1250 \text{ МПа}; R_{sn} = 1500 \text{ МПа}; E_s = 1,8 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

$$\alpha'_{sp} = \frac{E_s}{E_b} = 6,2069; \mu_{s1} = \frac{0,9R_s}{E_s} = 6,25 \cdot 10^{-3};$$

$$\mu_{s0} = \frac{R_s}{E_s} + 0,002 = 8,94 \cdot 10^{-3}; \mu_{s2} = 0,015.$$

II. Диаграммы растяжения высокопрочных арматурных стержней с учетом величины предварительного напряжения

Нормативное значение величины предварительного напряжения σ_{sp} согласно СП 52-102-2004, СП 63.13330.2012: $0,3R_{sn} \leq \sigma_{sp} \leq 0,8R_{sn}$. Диаграммы деформирования арматур из твердой стали после предварительного напряжения представлены на рис. 1, 2.

А. В сжатой зоне для арматуры Bp1400 принимается $\sigma_{sp} = 0,55R_{sn} = 770$ МПа; $\mu_{sp} = \frac{0,55R_{sn}}{E_s} = 3,85 \cdot 10^{-3}$.

Нормативное допустимое отклонение $p = 0,05\sigma_{sp} = 38,5$ МПа.

Рис. 1. Предварительное напряжение высокопрочной проволоки Bp1400

Рис. 2. Предварительное напряжение каната K1500

Проверка условий $\sigma_{sp} + p < R_{sn}$ и $\sigma_{sp} - p > 0,3R_{sn}$:

$$770 + 38,5 = 808,5 < 1400 \text{ МПа}$$

и $770 - 38,5 = 731,5 > 231 \text{ МПа}$ — условия выполняются.

Б. Для каната K1500 $\sigma_{sp} = 0,8R_{sn} = 1200$ МПа;

$$\mu_{sp} = \frac{0,8R_{sn}}{E_s} = 6,666 \cdot 10^{-3}.$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sp} &= \varepsilon_{s1} + \frac{(\sigma_{sp} - 0,9R_s)}{(R_s - 0,9R_s)} (\varepsilon_0 - \varepsilon_{s1}) = \\ &= 6,25 \cdot 10^{-3} + \frac{(1200 - 1125)}{(1250 - 1125)} \times \end{aligned}$$

$$\times (8,94 \cdot 10^{-3} - 6,25 \cdot 10^{-3}) = 7,864 \cdot 10^{-3}.$$

III. Геометрические характеристики плиты

$$A_b = 2h_f b_f + b(h - 2h_f) =$$

$$= 2 \cdot 4,6 \cdot 113,8 + 37,0(22,0 - 2 \cdot 4,6) = 1520,56 \text{ см}^2 \quad \text{—}$$

площадь бетона в поперечном сечении плиты.

$$A_{red} = A_b + \alpha'_{sp} A'_{sp} + \alpha_{sp} A_{sp} =$$

$$= 1520,56 + 6,896 \cdot 0,784 + 6,207 \cdot 3,563 =$$

$$= 1548,08208 \text{ см}^2 \quad \text{—}$$

приведенная площадь сечения плиты.

$a'_{sp} = a_{sp} = 3 \text{ см}$ — защитный слой бетона сжатой и растянутой зон сечения.

На рис. 3 представлено приведенное сечение плиты.

$$S_b = b_f h_f \left(h - \frac{h_f}{2} \right) + b(h - 2h_f) \left[h_f + \frac{(h - 2h_f)}{2} \right] +$$

$$+ b_f h_f \frac{h_f}{2} = 113,8 \cdot 4,6(22,0 - 4,6/2) +$$

$$+ 37,0(22,0 - 2 \cdot 4,6) \left[4,6 + \frac{(22,0 - 2 \cdot 4,6)}{2} \right] +$$

$$+ 113,8 \cdot 4,6 \cdot 4,6/2 = 16\,726,16 \text{ см}^3.$$

$$S_{red} = S_b + \alpha'_{sp} A'_{sp} (h - a'_{sp}) + \alpha_{sp} A_{sp} a_{sp} =$$

$$= 16\,726,16 + 6,896 \cdot 0,784(22 - 3) +$$

$$+ 6,2069 \cdot 3,563 \cdot 3 = 16\,851,00619 \text{ см}^3 \quad \text{—}$$

статический момент сечения.

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red}} = \frac{16\,851,00619}{1548,08208} = 10,9 \text{ см};$$

$y'_{sp} = h - y_0 - a'_{sp} = 22 - 10,9 - 3 = 8,1 \text{ см}$ — расстояние от центра тяжести сечения до крайнего растянутого волокна.

$y_{sp} = y_0 - a_{sp} = 10,9 - 3 = 7,9 \text{ см}$ — плечо канатной арматуры K1500.

$y'_{sp} = h - y_0 - a'_{sp} = 22 - 10,9 - 3 = 8,1 \text{ см}$ — плечо проволочной арматуры Вр1400.

$$I_b = \frac{b_f h_f^3}{12} + b_f h_f (h - y_0 - h'_f/2)^2 +$$

$$+ \frac{b_f h_f^2}{12} + b_f h_f (y_0 - h_f/2)^2 + \frac{b(h - h'_f - h_f)^3}{12} +$$

$$+ b(h - h'_f - h_f)(y_0 - \frac{(h - h'_f - h_f)}{2}) = 87\,568,096 \text{ см}^4.$$

$$I_{red} = I_b + I'_{sp} + I_{sp} =$$

$$= I_b + \alpha'_{sp} A'_{sp} y_{sp}^2 + \alpha_{sp} A_{sp} y_{sp}^2 = 89\,306,63179 \text{ см}^4.$$

Рис. 3. Приведенное поперечное сечение

IV. Расчет потерь предварительного напряжения

Введем обозначения σ'_{spi} , σ_{spi} — потери i -й напрягаемой арматуры соответственно сжатой и растянутой зон.

А. Верхняя арматура Вр1400

• Потери от релаксации напряжений арматуры:

$$\sigma'_{sp1} = (0,22 \frac{\sigma_{sp}}{R_{sn}} - 0,1) \sigma_{sp} =$$

$$= (0,22 \frac{770}{1400} - 0,1) 770 = 16,17 \text{ МПа};$$

• от перепада температур между арматурой и натяжным устройством:

$$\sigma'_{sp2} = 1,25 \cdot 10^6 \frac{\text{Па}}{\text{К}} \Delta t = 1,25 \cdot 10^6 \frac{\text{Па}}{\text{К}} 65 \text{ К} =$$

$$= 81,25 \cdot 10^6 \text{ Па} = 81,25 \text{ МПа},$$

где $\Delta t = 65 \text{ К}$;

• от деформации стальной формы (упоров) при одновременном натяжении. Если отсутствует технология изготовления, то принимают

$$\sigma'_{sp3} = 30 \text{ МПа};$$

• от деформации анкеров:

$$\sigma'_{sp4} = E_s \frac{\Delta l}{l} = 2 \cdot 10^5 \frac{2}{92\,000} = 4,348 \text{ МПа},$$

где $\Delta l = 1,25 + 0,15d = 1,25 + 0,15 \cdot 5 = 2 \text{ мм}$;

$l = 92\,000 \text{ мм}$ — длина натягиваемого стержня.

Первые потери для Вр1400:

$$\sigma'_{sp(1)} = \sum_1^4 \sigma_{sp,i} =$$

$$= 16,17 + 81,25 + 30 + 4,348 = 131,8 \text{ МПа}.$$

Б. Нижняя арматура K1500

• Потери от релаксации напряжений арматуры:

$$\sigma_{sp1} = (0,22 \frac{1200}{1500} - 0,1) = 91,2 \text{ МПа};$$

• от перепада температур между арматурой и натяжным устройством:

$$\sigma_{sp2} = 1,25 \cdot 10^6 \cdot 65 = 81,25 \cdot 10^6 \text{ Па} = 81,25 \text{ МПа};$$

- от деформации стальной формы (упоров) при одновременном натяжении. Если отсутствует технология изготовления, то принимают

$$\sigma_{sp3} = 30 \text{ МПа};$$

- от деформации анкеров,

где $\Delta l = 1,25 + 0,15d = 1,25 + 0,15 \cdot 9 = 2,6 \text{ мм}$:

$$\sigma_{sp4} = 1,8 \cdot 10^5 \frac{2,6}{92\,000} = 5,09 \text{ МПа}.$$

Первые потери для К1500:

$$\sigma_{sp(1)} = \sum_1^4 \sigma_{sp,i} = 91,2 + 81,25 + 30 + 5,09 = 207,5 \text{ МПа}.$$

Для определения вторых потерь для верхней и нижней предварительно напряженных арматур необходимо выполнить расчет следующих параметров:

- усилие обжатия P_1 с учетом $\sigma'_{sp1} \dots \sigma'_{sp5}$ и $\sigma_{sp1} \dots \sigma_{sp5}$:

$$\begin{aligned} P_1 &= A'_{sp}(\sigma_{sp} - \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4 - \sigma_5) + \\ &+ A_{sp}(\sigma_{sp} - \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4 - \sigma_5) = \\ &= 0,784(7700 - 161,7 - 812,5 - 43,48) + \\ &+ 3,563(12\,000 - 912 - 812,5 - 50,9) = \\ &= 41\,669,18868 \text{ кг} = 4,16692 \cdot 10^5 \text{ Н}; \end{aligned}$$

- точка приложения усилия P_1 (см. формулу (2.8) в СП 52-102-2004):

$$\begin{aligned} e_{op1} &= \frac{A_{sp} y_{sp} - A'_{sp} y'_{sp}}{A_{sp} + A'_{sp}} = \\ &= \frac{3,563 \cdot 7,9 - 0,784 \cdot 8,1}{3,563 + 0,784} = 5,01 \text{ см}; \end{aligned}$$

- изгибающий момент от собственного веса элемента, действующий в стадии обжатия в рассматриваемом сечении:

$$\begin{aligned} M_{wh} &= \frac{g_w(l - 2a_h)^2}{8} = \\ &= \frac{4,57 \cdot (6,42 - 2 \cdot 0,25)^2}{8} = 20,02 \text{ кН} \cdot \text{м}; \end{aligned}$$

- краевые напряжения обжатия бетона в зоне верхней арматуры:

$$\begin{aligned} \sigma'_{bp} &= \frac{P_1}{A_{red}} - \frac{P_1 e_{op1} y'_{sp}}{I_{red}} + \frac{M_{wh} y'_{sp}}{I_{red}} = \\ &= \frac{41\,669,2}{1548,08208} - \frac{41\,669,2 \cdot 5,01 \cdot 7,9}{89\,306,63179} + \\ &+ \frac{20,02 \cdot 8,1}{89\,306,63179} = 26,91666065 - 18,93451551 + \\ &+ 0,001815789004 = 7,98 \text{ кг/см}^2 = 0,798 \text{ МПа}; \end{aligned}$$

- краевые напряжения обжатия бетона в зоне нижней арматуры:

$$\begin{aligned} \sigma_{bp} &= \frac{P_1}{A_{red}} + \frac{P_1 e_{op1} y_{sp}}{I_{red}} - \frac{M_{wh} y_{sp}}{I_{red}} = \\ &= \frac{41\,669,2}{1548,08208} + \frac{41\,669,2 \cdot 5,01 \cdot 7,9}{89\,306,63179} - \\ &- \frac{20,02 \cdot 7,9}{89\,306,63179} = 26,9166606 + 18,4669966 - \\ &- 0,00177095 = 45,38 \text{ кг/см}^2 = 4,538 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Вторые потери для Вр1400:

- от усадки бетона:

$$\sigma'_{sp5} = \varepsilon_{b,sh} E_s = 20 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^5 = 40 \text{ МПа},$$

где $\varepsilon_{b,sh} = 20 \cdot 10^{-5}$ — для бетона ниже В35;

- от ползучести бетона:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma'_{sp6} &= \frac{0,8 \alpha'_{sp} \varphi_{b,cr} \sigma'_{bp}}{1 + \alpha'_{sp} \mu_{sp} \left(1 + \frac{y_{sp}^2 A_{red}}{I_{red}} \right) (1 + 0,8 \varphi_{b,cr})} = \\ &= \frac{0,8 \cdot 6,896 \cdot 2,3 \cdot 0,798}{\left(1 + 6,896 \cdot 5,16 \cdot 10^{-4} \times \right.} \\ &\quad \left. \times \left(1 + \frac{8,1^2 \cdot 1548,08208}{89\,306,63179} \right) (1 + 0,8 \cdot 2,3) \right)} = \\ &= \frac{10,01133696}{1,021598997} = 9,8 \text{ МПа}, \end{aligned}$$

где $\mu'_{sp} = \frac{A'_{sp}}{A_b} = \frac{0,784}{1520,56} = 5,16 \cdot 10^{-4}$; $\varphi_{b,cr} = 2,3$ — для бетона В30 и влажности 40–75 % (см. табл. 5 в СП 52-102-2004).

Таким образом, вторые потери для Вр1400:

$$\Delta \sigma'_{sp(2)} = \Delta \sigma'_{sp5} + \Delta \sigma'_{sp6} = 40 + 9,8 = 49,8 \text{ МПа}.$$

Вторые потери для К1500:

- от усадки бетона:

$$\sigma_{sp5} = \varepsilon_{b,sh} E_s = 20 \cdot 10^{-5} \cdot 1,8 \cdot 10^5 = 36 \text{ МПа},$$

где $\varepsilon_{b,sh} = 20 \cdot 10^{-5}$ — для бетона ниже В35;

- от ползучести бетона:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{sp6} &= \frac{0,8 \alpha_{sp} \varphi_{b,cr} \sigma_{bp}}{1 + \alpha_{sp} \mu_{sp} \left(1 + \frac{y_{sp}^2 A_{red}}{I_{red}} \right) (1 + 0,8 \varphi_{b,cr})} = \\ &= \frac{0,8 \cdot 6,2069 \cdot 2,3 \cdot 4,539}{\left(1 + 6,2069 \cdot 23,4 \cdot 10^{-4} \times \right.} \\ &\quad \left. \times \left(1 + \frac{7,9^2 \cdot 1548,08208}{89\,306,63179} \right) (1 + 0,8 \cdot 2,3) \right)} = \\ &= \frac{51,83853914}{1,085873079} = 47,74 \text{ МПа}, \end{aligned}$$

где $\mu_{sp} = \frac{A_{sp}}{A_b} = \frac{3,563}{1520,56} = 23,4 \cdot 10^{-4}$; $\phi_{b,cr} = 2,3$ — для бетона В30 и влажности 40–75 % (см. табл. 5 в СП 52-102-2004).

Таким образом, вторые потери для K1500:

$$\Delta\sigma_{sp(2)} = \Delta\sigma_{sp5} + \Delta\sigma_{sp6} = 36 + 47,74 = 83,74 \text{ МПа.}$$

Суммарная величина всех потерь $\sum \Delta\sigma_{spi}^{sum}$ для проволочной арматуры Вр1400:

$$\begin{aligned} \sum \Delta\sigma_{spi}^{sum} &= \Delta\sigma'_{sp(1)} + \Delta\sigma'_{sp(2)} = \\ &= 131,8 + 49,8 = 181,6 > 100 \text{ МПа.} \end{aligned}$$

Суммарная величина всех потерь $\sum \Delta\sigma_{sp2}^{sum}$ для канатов K1500:

$$\begin{aligned} \sum \Delta\sigma_{sp2}^{sum} &= \Delta\sigma_{sp(1)} + \Delta\sigma_{sp(2)} = \\ &= 207,5 + 83,74 = 291,24 > 100 \text{ МПа.} \end{aligned}$$

Величина фактического предварительного напряжения в арматуре с учетом всех потерь:

- для проволочной арматуры Вр1400: $\sigma'_{sp} = 770 - 181,6 = 588,4 \text{ МПа.}$

- для канатов K1500:

$$\sigma_{sp} = 1220 - 291,24 = 908,76 \text{ МПа.}$$

На рис. 4 представлено напряженное состояние плиты после предварительного натяжения высокопрочных арматурных стержней.

V. Расчетные диаграммы материалов с учетом напряжений обжатия бетона и суммарных потерь предварительного напряжения арматурных стержней

Ниже приведем расчетные диаграммы бетона (см. рис. 4) и арматуры для сжатой и растянутой зон сечения (соответственно рис. 5, 6).

С учетом суммарных потерь сжатой и растянутой зон $\sum \Delta\sigma_{spi}^{sum}$ строим расчетные диаграммы. Диаграммы, представленные на рис. 1, 2, трансформируются на новые диаграммы, показанные на рис. 6, 7.

V.1. Расчетная диаграмма деформирования бетона с учетом предварительных напряжений и деформаций обжатия (см. рис. 5)

Начальные краевые напряжения и деформации в сжатой зоне:

$$\sigma'_{bp} = 0,798 \text{ МПа, соответственно}$$

$$\varepsilon'_{bp} = \frac{\sigma'_{bp}}{E_b} = \frac{0,798}{29\,000} = 0,0272 \cdot 10^{-3}. \quad (2)$$

Начальные краевые напряжения и деформации в растянутой зоне:

$$\sigma_{bp} = 4,538 \text{ МПа, соответственно}$$

$$\varepsilon_{bp} = \frac{\sigma_{bp}}{E_b} = \frac{4,538}{29\,000} = 0,157 \cdot 10^{-3}. \quad (3)$$

Определение напряжений и модуля деформаций бетона на сжатие:

а) в пределах $-1,5 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{bi} < 0$:

$$\sigma_{bi} = 17 \frac{\varepsilon_{bi}}{1,5 \cdot 10^{-3}}; E'_{bi} = 0,85 E_b;$$

б) в пределах $-3,5 \cdot 10^{-3} < \mu_{bi} < -1,5 \cdot 10^{-3}$:

$$\sigma_{bi} = R_b = 17 \text{ МПа}; E'_{bi} = \frac{R_b}{\mu_{bi}}.$$

Определение напряжений и модуля деформаций бетона на растяжение:

а) в пределах $0 < \mu_{bi} < 8 \cdot 10^{-5}$:

$$\sigma_{bi} = R_{bt} \frac{\varepsilon_{bi}}{8 \cdot 10^{-5}} \text{ МПа}; E'_{bi} = 0,85 E_b;$$

б) в пределах $8 \cdot 10^{-5} < \mu_{bi} < 15 \cdot 10^{-5}$:

$$\sigma_{bi} = R_{bt} = 1,2 \text{ МПа}; E'_{bi} = \frac{R_{bt}}{\varepsilon_{bi}}.$$

V.2. Расчетная диаграмма деформирования проволоки Вр1400

Предельная величина относительных деформаций проволочной арматуры от усилия предва-

Рис. 4. Напряженное состояние плиты после преднапряжения

Рис. 5. Расчетная диаграмма деформирования бетона в нормальном сечении плиты с учетом предварительного напряжения

Рис. 6. Расчетная диаграмма деформирования высокопрочной проволоки Вр1400 с учетом суммарных потерь (начинается с предварительного растяжения при $\varepsilon'_{sp} = 2,94 \cdot 10^{-3}$)

Рис. 7. Расчетная диаграмма деформирования канатов К1500 с учетом суммарных потерь (деформирование под нагрузкой начинается с момента предварительного натяжения при $\varepsilon'_{sp} = 5,06 \cdot 10^{-3}$)

рительного напряжения в верхнем сжатом сечении определяется по формуле

$$\varepsilon'_{sp} = \frac{\sigma'_{sp}}{E_s} = \frac{588,4}{2 \cdot 10^5} = 2,942 \cdot 10^{-3}. \quad (4)$$

На рис. 6 представлена расчетная диаграмма деформирования проволочной арматуры Вр 1400.

Расчетные напряжения и модуль деформации в арматуре Вр1400 при сжатии и растяжении величины соответствующей деформации определяется по диаграмме, представленной на рис. 6.

Напряжения и модули деформации в арматуре Вр1400 при растяжении:

а) в упругой стадии работы с учетом предварительного напряжения, когда относительные деформации $0 < \mu_{si} < 5,26 \cdot 10^{-3}$:

$$\sigma_{si} = 1053 \frac{\varepsilon_{si}}{5,26 \cdot 10^{-3}}; E'_{si} = E_s;$$

б) в пределах $5,26 \cdot 10^{-3} < \mu_{si} < 10,43 \cdot 10^{-3}$:

$$\sigma_{si} = 45,35 \cdot 10^3 \varepsilon_{si} + 814,0116279, \text{ которое получено из } \frac{\sigma_{si} - 1053}{\varepsilon_{si} - 5,26 \cdot 10^{-3}} = \frac{1287 - 1053}{10,43 \cdot 10^{-3} - 5,26 \cdot 10^{-3}};$$

$$E'_{si} = \frac{\sigma_{si}}{\varepsilon_{si}}.$$

Абсолютная величина деформаций при достижении напряжений до $1,1R_s = 1287$ МПа (см. рис. 6) определяется как

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,1R_s} &= 7,85 \cdot 10^{-3} + \omega = \\ &= 7,85 \cdot 10^{-3} + 2,58 \cdot 10^{-3} = 10,43 \cdot 10^{-3}, \end{aligned}$$

где

$$\omega = \frac{(10,43 - 5,26) \cdot 10^{-3}}{(1287 - 1053)} (1287 - 1170) = 2,58 \cdot 10^{-3};$$

в) в пределах $10,43 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{si} < 15,0 \cdot 10^{-3}$:

$$\sigma_{si} = 1,1R_s = 1287 \text{ МПа}; E'_{si} = \frac{1,1R_s}{\varepsilon_{si}} = \frac{1287}{\varepsilon_{si}} \text{ МПа}.$$

V.3. Расчетная диаграмма деформирования канатной арматуры К1500

Предельная величина относительных деформаций канатной арматуры от усилия предварительного напряжения в нижней зоне сечения определяется по формуле

$$\varepsilon_{sp} = \frac{\sigma_{sp}}{E_s} = \frac{908,76}{1,8 \cdot 10^5} = 5,06 \cdot 10^{-3}. \quad (5)$$

На рис. 7 представлена расчетная диаграмма деформирования канатной арматуры К1500.

Для арматурных канатов К1500 расчетные формулы для напряжений и модуля деформаций (см. рис. 7) при растяжении:

а) в стадии $0 < \mu_{si} < 6,25 \cdot 10^{-3}$ до напряжений 1125,0 МПа материал деформируется упруго, и, соответственно, $E'_{si} = E_s$.

$$\text{Напряжения } \sigma_{si} = 1125 \frac{\varepsilon_{si}}{6,25 \cdot 10^{-3}};$$

б) в пределах

$$6,25 \cdot 10^{-3} < \mu_{si} < 11,63 \cdot 10^{-3};$$

аналогично составляем пропорцию

$$\frac{\sigma_{si} - 1125}{\varepsilon_{si} - 6,25 \cdot 10^{-3}} = \frac{1375 - 1125}{11,63 \cdot 10^{-3} - 6,25 \cdot 10^{-3}},$$

откуда $\sigma_{si} = 46,468 \cdot 10^3 \varepsilon_{si} + 834,57$; модуль деформации $E'_{si} = \frac{\sigma_{si}}{\varepsilon_{si}}$.

Величина деформаций при достижении напряжений до $1,1R_s = 1375$ МПа (см. рис. 5) определяется как

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,1R_s} &= 8,94 \cdot 10^{-3} + \omega = \\ &= 8,94 \cdot 10^{-3} + 2,69 \cdot 10^{-3} = 11,63 \cdot 10^{-3}, \end{aligned}$$

где

$$\omega = \frac{(1375 - 1250)}{(1250 - 1125)} (8,94 \cdot 10^{-3} - 6,25 \cdot 10^{-3}) = 2,69 \cdot 10^{-3};$$

в) при деформациях $11,63 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{si} < 15 \cdot 10^{-3}$,

$$\sigma_{si} = 1,1R_s = 1375 \text{ МПа}; E'_{si} = \frac{1,1R_s}{\varepsilon_{si}} = \frac{1375}{\varepsilon_{si}} \text{ МПа}.$$

VI. Основные расчетные положения и построение блок-схем методов

Ниже представлены нелинейные методы расчета предварительно напряженных плит перекрытия, выполненные с использованием общеизвестных расчетных формул (пособие к СП 52-102-2004, СП 63.13330.2012, СНиП 52-01-2003) [7-8].

VI.1. Первый деформационный метод

А. Центр тяжести приведенного сечения:

$$y_0 = \frac{S_{red}}{A_{red}}. \quad (6)$$

Б. Приведенный статический момент:

$$S_{red} = \sum A_{bi} y_{bi} + \sum \alpha A_{spi} y_{si} + \sum \alpha A'_{spi} y'_{si}, \quad (7)$$

где A_{bi} , A_{spi} , A'_{spi} — площадь сечения соответственно i -го малого участка (слоя) бетона и i -й растянутой и сжатой арматуры; y_{bi} , y_{si} — расстояния от крайнего растянутого волокна соответственно до центра тяжести i -го малого участка бетона и i -й арматуры, α — коэффициент приведения арматуры в бетон.

В. Приведенная площадь сечения:

$$A_{red} = \sum b_{bi} \Delta_{bi} + \sum \alpha A_{spi} + \sum \alpha A'_{spi}, \quad (8)$$

где b_{bi} , Δ_{bi} — соответственно, ширина и высота (толщина) i -го бетонного малого участка.

Г. Новое положение нейтральной линии определяется по формуле

$$y_{0j} = \frac{\sum E'_{bi} A_{bi} y_{bi} + \sum E'_{si} A_{spi} y_{si} + \sum E'_{si} A'_{spi} y'_{si}}{\sum E'_{bi} A_{bi} + \sum E'_{si} A_{spi} + \sum E'_{si} A'_{spi}}, \quad (9)$$

где E'_{bi} , E'_{si} — модули деформации бетона и арматуры.

Д. Кривизна элемента вычисляется по формуле

$$\frac{1}{r_j} = \frac{M_{extern}}{\sum E'_{bi} A_{bi} y_{bi}^2 + \sum E'_{si} A_{spi} y_{si}^2 + \sum E'_{si} A'_{spi} y_{si}'^2}, \quad (10)$$

где M_{extern} — внешний момент с учетом момента, возникающего от усилия обжатия, определяемого по формуле

$$M_{extern} = M_{tot} - M_{sp}; \quad (11)$$

момент от усилия обжатия по формуле

$$M_{sp} = P_1 e_{0p1}, \quad (12)$$

где P_1 — усилие обжатия от предварительного напряжения; e_{0p1} — эксцентриситет усилия обжатия. Численные значения величин P_1 и e_{0p1} определяются при определении вторых потерь; $y'_{bi} = y_{0j} - y_{bi}$; $y'_{si} = y_{0j} - y_{si}$ — плечо пары сил, определяемое как расстояние от нейтральной линии до центра тяжести малых участков бетона или арматуры.

Е. Максимальная расчетная кривизна $\frac{1}{r_{j,calc}}$ достигается при условии

$$\delta = \frac{\frac{1}{r_j} - \frac{1}{r_{j-1}}}{\frac{1}{r_{j-1}}} 100 \% \leq 1 \%. \quad (13)$$

Ж. Расчетные деформации

$$\varepsilon_{b,calc} = \frac{1}{r_{j,calc}} y'_{bi} - \varepsilon_{bpi}; \quad \varepsilon_{s,calc} = \frac{1}{r_{j,calc}} y'_{si} + \varepsilon_{spi}, \quad (14)$$

где ε_{bpi} и ε_{spi} — начальные относительные деформации от усилия предварительного напряжения бетона (ε_{bpi}) и арматуры (ε_{spi}) на уровне центра тяжести i -го слоя или арматуры, которые определяются по расчетной схеме, представленной на рис. 8.

Из соотношения $\frac{\varepsilon_{bpi} - \varepsilon'_{bp}}{\varepsilon_{bp} - \varepsilon'_{bp}} = \frac{h - y_{bi}}{h}$ получаем формулу для бетона:

$$\varepsilon_{bpi} = \varepsilon'_{bp} + \frac{h - y_{bi}}{h} (\varepsilon_{bp} - \varepsilon'_{bp}). \quad (15)$$

Из соотношения $\frac{\varepsilon_{spi} - \varepsilon'_{sp}}{\varepsilon_{sp} - \varepsilon'_{sp}} = \frac{h - y_{si} - a'_s}{h - a_s - a'_s}$ получаем формулу для арматуры:

$$\varepsilon_{spi} = \varepsilon'_{sp} + \frac{h - y_{si} - a'_s}{h - a_s - a'_s} (\varepsilon_{sp} - \varepsilon'_{sp}). \quad (16)$$

Рис. 8. Расчетная схема для определения деформаций от преднапряжения

На рис. 9 представлена оригинальная блок-схема первого итерационного метода расчета.

3. Условие прочности:

- по деформациям:

$$\varepsilon_{bi,calc} < [\varepsilon_{b2}]; \varepsilon_{si,calc} < [\varepsilon_{s2}], \quad (17)$$

где

$$\varepsilon_{bi,calc} = \frac{1}{r_{j,calc}} y'_{bi} + (-\varepsilon_{bpi}),$$

$$\varepsilon_{si,calc} = \frac{1}{r_{j,calc}} y'_{si} + \varepsilon_{spi} -$$

расчетные деформации; $[\varepsilon_{b2}]$, $[\varepsilon_{s2}]$ — допустимые деформации согласно СП 52-102-2004, СП 63.13330.2012;

- по внутренним усилиям согласно формуле

$$M_{tot} \leq M_{calc} = \sum \sigma_{bi} A_{bi} y'_{bi} + \sum \sigma_{si} A_{si} y'_{si}, \quad (18)$$

где M_{tot} — момент от полной нагрузки, определяемый по формуле (1).

VI.2. Второй деформационный метод

Определение величины максимальной кривизны и соответствующих ей деформаций проводится на основе расчетных формул (8.42)–(8.47) из СП 63.13330.2012.

А. При чистом поперечном изгибе определяются только три жесткостные характеристики:

$$D_{11} = \sum_i E'_{bi} A_{bi} y_{bi}^2 + \sum_i E'_{si} A_{si} y_{si}^2;$$

$$D_{13} = D_{31} = \sum_i E'_{bi} A_{bi} y_{bi} + \sum_i E'_{si} A_{si} y_{si}; \quad (19)$$

$$D_{33} = \sum_i E'_{bi} A_{bi} + \sum_i E'_{si} A_{si}.$$

Б. Далее вычисляется определитель ($\det A$) матрицы вида $A = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{13} \\ D_{31} & D_{33} \end{bmatrix}$:

$$\det A = D_{11} D_{33} - D_{31} D_{13}, \quad (20)$$

затем обратная матрица

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} A^*, \quad (21)$$

где $A^* = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$ — матрица алгебраических дополнений, которые равны

$$\begin{aligned} A_{11} &= (-1)^{1+1} D_{33} = D_{33}; \\ A_{12} &= (-1)^{1+2} D_{31} = -D_{31}; \\ A_{21} &= (-1)^{2+1} D_{13} = -D_{13}; \\ A_{22} &= (-1)^{2+2} D_{11} = D_{11}. \end{aligned} \quad (22)$$

В. Вычисляется произведение матриц в виде

$$A^{-1} \begin{bmatrix} -M_{extern} \\ -\mu_{bpl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

где

$$x_1 = \frac{1}{\rho_j}; \quad x_2 = \varepsilon'_{0j}, \quad (24)$$

M_{extern} — момент от внешней нагрузки с учетом момента от предварительного напряжения, определяемый по формуле (11); ε_{bpl} — относительные деформации обжатия в бетоне от предварительного напряжения в центре тяжести первого слоя; $x_1 = \frac{1}{\rho_j}$; $x_2 = \varepsilon'_{0j}$ — соответственно кривизна продольной оси в плоскости действия изгибающего момента и относительная деформация волокна на пересечении выбранных осей X и Y (СП 52-102-2004, СП 63.13330.2012).

Важно отметить, что в формуле (23) величина начальных деформаций обжатия бетона, вводимая при каждой итерации, $\varepsilon_{bpl} = -0,00014948 = \text{const}$, постоянна, то есть она не меняется.

Максимальная расчетная кривизна $\frac{1}{r_{j,calc}}$ достигается по формуле (13) при условии

$$\delta = \frac{\frac{1}{r_{j-1}} - \frac{1}{r_j}}{\frac{1}{r_{j-1}}} 100 \% \leq 1 \%.$$

Г. По формулам (8.29), (8.30) из СП 63.13330.2012 с учетом формулы (24) определяют относительные деформации в бетоне и арматуре

$$\varepsilon_{bi} = \varepsilon_{0bi} + \frac{1}{\rho_j} y_{bi}; \quad \varepsilon_{si} = \varepsilon_{0si} + \frac{1}{\rho_j} y_{si}; \quad (25)$$

$$\varepsilon_{0bi} = \varepsilon'_{0j} - \varepsilon_{bpi}; \quad \varepsilon_{0si} = \varepsilon'_{0j} + \varepsilon_{spi}, \quad (26)$$

где ε_{0bi} , ε_{0si} — соответственно деформации в i -м слое бетона и арматуре с учетом деформаций от предварительного напряжения; y_{bi} , y_{si} — расстояния

Рис. 9. Блок-схема первого метода

яния от нижнего растянутого волокна сечения до центра тяжести i -го соответственно слоя бетона или арматуры.

Д. Условие прочности:

- по деформациям — по формуле

$$\varepsilon_{bi,calc} < [\varepsilon_{b2}]; \varepsilon_{si,calc} < [\varepsilon_{s2}],$$

где

$$\varepsilon_{bi,calc} = \varepsilon_{0bi} + \frac{1}{r_{j,calc}} y_{bi}; \varepsilon_{si,calc} = \varepsilon_{0si} + \frac{1}{r_{j,calc}} y_{si} —$$

расчетные деформации; $[\varepsilon_{b2}]$, $[\varepsilon_{s2}]$ — допустимые деформации согласно СП 52-102-2004, СП 63.13330.2012.

Максимальная расчетная кривизна $\frac{1}{r_{j,calc}}$ достигается при выполнении условия (13);

- по внутренним усилиям согласно формуле

$$M_{tot} \leq M_{calc}^2 = \sum \sigma_{bi} A_{bi} y'_{bi} + \sum \sigma_{si} A_{si} y'_{si}, \quad (27)$$

где y'_{bi} , y'_{si} — плечи пары сил, соответственно, i -го слоя бетона или арматуры, определяемые по формуле

$$y'_{bi} = y_{0,limit} - y_{bi}; y'_{si} = y_{0,limit} - y_{si}, \quad (28)$$

$y_{0,limit}$ — предельное расстояние от крайнего растянутого волокна до нейтральной линии, определяемое при вычисленной максимальной расчетной кривизне элемента с учетом работающих бетонных слоев без трещин и арматур по формуле

$$y_{0,limit} = \frac{\sum E'_{bi} A_{bi} y_{bi} + \sum E'_{si} A_{si} y_{si}}{\sum E'_{bi} A_{bi} + \sum E'_{si} A_{si}}. \quad (29)$$

На рис. 10 представлена оригинальная блок-схема второго итерационного метода.

VII. Примеры расчета многослойной плиты перекрытия ПБ 65.7-12-8-К7

Ниже представлены два примера расчета преднапряженной плиты перекрытия, выполненные по двум блок-схемам (см. рис. 9, 10). Для наглядности представлены только первые итерационные действия методов, причем только для первых слоев малых участков и арматуры.

Общие исходные данные методов.

Плита с размерами $b \times h \times l = 1200 \times 220 \times 6500$ мм; $l_0 = 6200$ мм; $g = 13,21$ кН/м — полная расчетная нагрузка.

Бетон В30: $R_b = 17$ МПа; $R_{bm} = 22$ МПа; $R_{bt} = 1,2$ МПа; $R_{btm} = 1,8$ МПа; $E_b = 29\,000$ МПа; с учетом $\gamma_2 = 0,9$ модуль $E_b = 26\,100$ МПа.

Арматура 4Ø5Bp1400:

$A'_{sp} = nA_s = 4 \cdot 0,196 = 0,784$ см²; $R_s = 1170$ МПа; $R_{sn} = 1400$ МПа; $E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Арматура 7Ø9K1500:

$$A'_{sp} = nA_s = 7 \cdot 0,63585 = 4,45095$$
 см²;

$$R_s = 1250 \text{ МПа}; R_{sn} = 1500 \text{ МПа};$$

$$E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

$$M_{tot} = \frac{gl_0^2}{8} = \frac{13,21 \cdot 6,2^2}{8} = 63,474 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_{sp} = P_{le0pl} = 416,692 \cdot 0,0501 = 20,87 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$M_{extern} = M_{tot} - M_{sp} = 42,604 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

На рис. 11, 12 представлены соответственно армирование и разбивка приведенного сечения плиты. После разбивки сечения определяются расстояния (y_{bi} , y_{si}) от нижнего растянутого волокна до центра тяжести всех малых участков и арматур.

При построении расчетных диаграмм материалов (см. выше) по формулам (1)–(4) с учетом возможных потерь были определены напряжения и соответствующие им деформации приведем их численные значения:

- $\sigma'_{bp} = 0,798$ МПа, $\sigma_{bp} = 4,538$ МПа,
 $\varepsilon'_{bp} = 0,0272 \cdot 10^{-3}$, $\varepsilon_{bp} = 0,157 \cdot 10^{-3}$;
- $\sigma'_{sp} = 588,4$ МПа, $\sigma_{sp} = 908,76$ МПа,
 $\varepsilon'_{sp} = 2,942 \cdot 10^{-3}$, $\mu_{sp} = 5,06 \cdot 10^{-3}$.

По формулам (14), (15) определяются величины относительных деформаций сжатия и растяжения (ε_{bpi} , ε_{spi}) от предварительного напряжения малых участков и арматур.

В табл. 1 приведены вычисленные расчетные параметры малых участков и существующих арматур приведенного сечения. Как видно из табл. 1, нумерация в данном случае начинается с растянутой нижней зоны сечения плиты.

VII.1. Пример расчета по первому методу

По формуле (8) определяем 1-е положение нейтральной линии:

$$y_{01} = \frac{\left(2,16 \cdot 10^5 (290,2 \cdot 1,275 + \dots + 313 \cdot 20,63) + 2 \cdot 10^6 (4,45 \cdot 3 + 0,78 \cdot 19) \right)}{2,16 \cdot 10^5 (290,2 + \dots + 313) + 2 \cdot 10^6 (4,45 + 0,78)} = 10,89 \text{ см}.$$

При известном положении нейтральной линии вычисляются плечи пары сил всех малых участков и арматур.

По формуле (9) определяется кривизна плиты:

Рис. 10. Блок-схема второго метода

Рис. 11. Армирование плиты БП 65.7-12-8-К7

Рис. 12. Разбивка поперечного сечения, где y_{bi} или y_{si} — расстояние от крайнего растянутого волокна до центра тяжести i малого участка или арматуры

$$\frac{1}{\eta_1} = \frac{4,2604 \cdot 10^5}{2,61 \cdot 10^5 \left[290,2 \cdot 9,61^2 + \dots + 313 \cdot (-9,74)^2 \right] + 2 \cdot 10^6 \left[4,45 \cdot 7,89^2 + 0,78 \cdot (-8,11)^2 \right]} = 1,84 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{см}}$$

По формуле (13) определяются деформации в бетоне и арматуре. Определим для первого участка и арматуры:

$$\varepsilon_{bl} = 1,84 \cdot 10^{-5} \cdot 9,61 - 0,000149 = 2,74 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_{sl} = 1,84 \cdot 10^{-5} \cdot 7,89 + 0,00506 = 5,205 \cdot 10^{-3}.$$

Заметим, что для обоих материалов в данных участках деформации упругие (см. рис. 5, 7). В зависимости от численных значений найденных деформаций по расчетным диаграммам, представленным на рис. 5–6, определяются соответствующие напряжения малых участков и арматур.

В бетоне в пределах $0 < 2,74 \cdot 10^{-5} < 8 \cdot 10^{-5}$:

$$\sigma_{bl} = 1,2 \cdot \frac{2,74 \cdot 10^{-5}}{8 \cdot 10^{-5}} = 0,41 \text{ МПа};$$

$$E'_{bl} = 0,9 \cdot 29 \cdot 1000 = 26 \cdot 100 \text{ МПа}.$$

В арматуре в пределах $0 < 5,205 \cdot 10^{-3} < 6,25 \cdot 10^{-3}$
 $E'_{bl} = 0,9 \cdot 29 \cdot 1000 = 26 \cdot 100$:

$$\sigma_{sl} = 1125 \cdot \frac{5,205 \cdot 10^{-3}}{6,25 \cdot 10^{-3}} = 938,0 \text{ МПа} \quad (\text{расчет на}$$

калькуляторе), $E'_{sl} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$

Таблица 2

Расчет в Excel

E'_{bl} МПа	E'_{sl} МПа	y_{oi} см	y'_{bi} см	y'_{si} см	$\frac{1}{\eta_j}$ см ⁻¹	ε_{bi}	σ_{bi} МПа	ε_{si}	σ_{si} МПа
2,61E+04			9,61			2,74E-05	0,41		
2,61E+04	2,Е+05		7,89	7,89		5,80E-06	0,09	5,21E-03	945,77
2,61E+04			6,86			-7,01E-06	-0,08		
2,61E+04			4,69			-3,42E-05	-0,39		
2,61E+04			1,49			-7,42E-05	-0,84		
2,61E+04			-1,71			-1,14E-04	-1,29		
2,61E+04			-4,91			-1,54E-04	-1,75		
2,61E+04			-7,19			-1,83E-04	-2,07		
2,61E+04	2,Е+05		-8,11	-8,11		-1,94E-04	-2,20	2,82E-03	513,01
2,61E+04			-9,74			-2,14E-04	-2,43		

Таблица 1

Расчетные параметры малых участков и существующих арматур приведенного сечения

№	Δ_i	b_{bi}	A_{bi}	y_{bi}	№	n/d	A_{si}	y_{si}	ε_{bpi}	ε_{spi}
бет.уч	см	см	см ²	см	армат.	мм	см ²	см		
1	2,55	113,8	290,19	1,275					0,000149	
2	0,9	113,8	97,969	3	1	709	4,45	3	0,000139	0,00506
3	1,15	113,8	130,87	4,025					0,000133	
4	3,2	37	118,4	6,2					0,00012	
5	3,2	37	118,4	9,4					0,000102	
6	3,2	37	118,4	12,6					8,27E-05	
7	3,2	37	118,4	15,8					6,38E-05	
8	1,35	113,8	153,63	18,08					5,04E-05	
9	0,5	113,8	56,116	19	2	405	0,78	19	4,49E-05	0,00297
10	2,75	113,8	312,95	20,63					3,53E-05	

Таблица 3

Расчет в Excel

E'_{bl} МПа	E'_{sl} МПа	y_{oi} см	y'_{bi} см	y'_{si} см	$1/\eta$ см ⁻¹	ε_{bi}	σ_{bi} МПа	ε_{si}	σ_{si} МПа
0,00E+00			16,86			4,21E-03	0,00		
0,00E+00	1,Е+05		15,14	15,14		3,77E-03	0,00	8,97E-03	1251,48
0,00E+00			14,11			3,51E-03	0,00		
0,00E+00			11,94			2,96E-03	0,00		
0,00E+00			8,74			2,16E-03	0,00		
0,00E+00			5,54			1,35E-03	0,00		
0,00E+00			2,34			5,40E-04	0,00		
1,13E+04			0,06			-3,48E-05	-0,39		
1,13E+04	2,Е+05		-0,86	-0,86		-2,68E-04	-3,04	2,75E-03	499,51
1,13E+04			-2,49			-6,79E-04	-7,69		

Вычисленные по первому методу **деформации и напряжения при первой итерации** представлены в табл. 2.

В табл. 3 представлен **результат последней, 10-й итерации**.

Предельная расчетная кривизна по табл. 3 и с учетом выполненного условия (13) равна

$$\frac{1}{\eta_{10,calc}} = 2,58 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{см}}.$$

Прочность по деформациям проверяется по формуле (17):

$$\varepsilon_{b1,calc} = 0,679 \cdot 10^{-3} < [\varepsilon_{b2}] = 3,5 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{s2,calc} = 2,75 \cdot 10^{-3} < [\varepsilon_{s2}] = 15 \cdot 10^{-3},$$

условие прочности по деформациям выполняется.

Прочность по усилиям находят по формуле (18):

$$\begin{aligned} M_{tot} &= 63,474 \text{ кН} \cdot \text{м} < M_{calc}^1 = \\ &= 3,9 \cdot 153,63 \cdot 0,06 + 30,4 \cdot 56,116 \cdot 0,86 + \\ &+ 76,9 \cdot 312,95 \cdot 2,49 + 12 \cdot 514,8 \cdot 4,451 \cdot 15,14 - \\ &- 4995,1 \cdot 0,784 \cdot 0,86 = 901 \cdot 408,2 \text{ кг} \cdot \text{см} = \\ &= 90,14082 \text{ кН} \cdot \text{м}, \end{aligned}$$

условие прочности выполняется.

VII.2. Пример расчета по второму методу

По формуле (19) определяются жесткостные характеристики плиты:

$$\begin{aligned} D_{11} &= 2,61 \cdot 10^5 \times \\ &\times (290,19 \cdot 1,275^2 + 97,969 \cdot 3^2 + 130,87 \cdot 4,03^2) + \\ &+ 2,61 \cdot 10^5 \cdot 118,4(6,2^2 + 9,4^2 + 12,6^2 + 15,8^2) + \\ &+ 2,61 \cdot 10^5 (153,63 \cdot 18,1^2 + 56,116 \cdot 19^2 + 312,95 \cdot 20,6^2) + \\ &+ 2 \cdot 10^6 (4,451 \cdot 3^2 + 0,784 \cdot 19^2) = 7,1165871370 \cdot 10^{10}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{13} = D_{31} &= 2,61 \cdot 10^5 \times \\ &\times (290,19 \cdot 1,275 + 97,969 \cdot 3 + 130,87 \cdot 4,03) + \\ &+ 2,61 \cdot 10^5 \cdot 118,4(6,2 + 9,4 + 12,6 + 15,8) + \\ &+ 2,61 \cdot 10^5 (153,63 \cdot 18,1 + 56,116 \cdot 19 + 312,95 \cdot 20,6) + \\ &+ 2 \cdot 10^6 (4,451 \cdot 3 + 0,784 \cdot 19) = 4,409482970 \cdot 10^9. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{33} &= 2,61 \cdot 10^5 (290,19 + 97,969 + 130,87 + \\ &+ 118,4 + 153,63 + 56,116 + 312,95) + \\ &+ 2 \cdot 10^6 (4,451 + 0,784) = 4,05011742 \cdot 10^8. \end{aligned}$$

Вычисляется определитель матрицы в виде

$$\begin{aligned} A &= \begin{vmatrix} 7,1 \cdot 10^{10} & 4,4 \cdot 10^9 \\ 4,4 \cdot 10^9 & 4,1 \cdot 10^8 \end{vmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \det A &= 7,1 \cdot 10^{10} \cdot 4,1 \cdot 10^8 - \\ &- 4,4 \cdot 10^9 \cdot 4,4 \cdot 10^9 = 9,37947 \cdot 10^{18}. \end{aligned}$$

Составляется матрица алгебраических дополнений

$$A_{11} = (-1)^{1+1} D_{33} = 4,1 \cdot 10^8;$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} D_{31} = -4,4 \cdot 10^9;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} D_{13} = -4,4 \cdot 10^9;$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} D_{11} = 7,1 \cdot 10^{10},$$

$$\text{откуда имеем } A^* = \begin{vmatrix} 4,1 \cdot 10^8 & -4,4 \cdot 10^9 \\ -4,4 \cdot 10^9 & 7,1 \cdot 10^{10} \end{vmatrix}.$$

По формуле (21) определяется обратная матрица

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \frac{1}{9,37947 \cdot 10^{18}} \begin{vmatrix} 4,1 \cdot 10^8 & -4,4 \cdot 10^9 \\ -4,4 \cdot 10^9 & 7,1 \cdot 10^{10} \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} 4,31806 \cdot 10^{-11} & -4,70121 \cdot 10^{-10} \\ -4,70121 \cdot 10^{-10} & 7,58741 \cdot 10^{-9} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Вычисляется произведение матриц по формуле (23):

$$\begin{aligned} &\begin{vmatrix} 4,31806 \cdot 10^{-11} & -4,70121 \cdot 10^{-10} \\ -4,70121 \cdot 10^{-10} & 7,58741 \cdot 10^{-9} \end{vmatrix} \times \\ &\times \begin{vmatrix} -42 & 604 \\ -0,00014948 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1,84 \cdot 10^{-5} \\ 2,0 \cdot 10^{-4} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \end{vmatrix}, \end{aligned}$$

где $X_1 = \frac{1}{\rho_1} = -1,84 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{см}}$; $X_2 = \varepsilon'_0 = 2,0 \cdot 10^{-4}$.

По формуле (25) определяются деформации на малых участках и в арматуре:

$$\varepsilon_{b1} = 5,052 \cdot 10^{-5} + (-1,84 \cdot 10^{-5})1,275 = 2,74 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_{s1} = 5,26 \cdot 10^{-3} + (-1,84 \cdot 10^{-5})3 = 5,21 \cdot 10^{-3},$$

где

$$\varepsilon_{0b1} = \varepsilon'_{01} - \varepsilon_{bp1} = 2,0 \cdot 10^{-4} - 0,00014948 = 5,052 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_{0s1} = \varepsilon'_{01} + \varepsilon_{sp1} = 2,0 \cdot 10^{-4} + 0,00506 = 5,26 \cdot 10^{-3} —$$

для первого слоя бетона и арматуры.

По расчетным диаграммам, представленным на рис. 5 и 6, в зависимости от вычисленных деформаций определяются соответствующие напряжения малых участков и арматуры.

В бетоне деформации в пределах $0 < 2,74 \cdot 10^{-5} < 8 \cdot 10^{-5}$:

$$\sigma_{b1} = 1,2 \frac{2,74 \cdot 10^{-5}}{8 \cdot 10^{-5}} = 0,41 \text{ МПа};$$

$$E'_{b1} = 0,9 \cdot 29 \cdot 000 = 26 \cdot 100 \text{ МПа}.$$

В арматуре деформации в пределах $0 < 5,21 \cdot 10^{-3} < 6,25 \cdot 10^{-3}$:

Таблица 4

Расчет в Excel

y_{bi}	A_{bi}	E_{bi}	y_{si}	A_{si}	E'_{si}	ε_{bi}	σ_{bi}	ε_{si}	σ_{si}
см	см ²	МПа	см	см ²	МПа		МПа		МПа
1,28	290,19	2,61E+04				2,74E-05	0,41		
3	97,969	2,61E+04	3	4,451	2,Е+05	5,80E-06	0,09	5,21E-03	945,77
4,03	130,87	2,61E+04				-7,01E-06	-0,08		
6,2	118,4	2,61E+04				-3,42E-05	-0,39		
9,4	118,4	2,61E+04				-7,42E-05	-0,84		
12,6	118,4	2,61E+04				-1,14E-04	-1,29		
15,8	118,4	2,61E+04				-1,54E-04	-1,75		
18,1	153,63	2,61E+04				-1,83E-04	-2,07		
19	56,116	2,61E+04	19	0,784	2,Е+05	-1,94E-04	-2,20	2,82E-03	513,01
20,6	312,95	2,61E+04				-2,14E-04	-2,43		

Таблица 5

Расчет в Excel

y_{bi}	A_{bi}	E_{bi}	y_{si}	A_{si}	E'_{si}	ε_{bi}	σ_{bi}	ε_{si}	σ_{si}
см	см ²	МПа	см	см ²	МПа		МПа		МПа
1,28	290,19	0,00E+00				4,12E-03	0,00		
3	97,969	0,00E+00	3	4,451	1,Е+05	3,70E-03	0,00	8,90E-03	1248,21
4,03	130,87	0,00E+00				3,45E-03	0,00		
6,2	118,4	0,00E+00				2,93E-03	0,00		
9,4	118,4	0,00E+00				2,15E-03	0,00		
12,6	118,4	0,00E+00				1,37E-03	0,00		
15,8	118,4	0,00E+00				5,95E-04	0,00		
18,1	153,63	1,50E+04				4,30E-05	0,65		
19	56,116	1,47E+04	19	0,784	2,Е+05	-1,82E-04	-2,06	2,84E-03	515,30
20,6	312,95	1,47E+04				-5,76E-04	-6,53		

$\sigma_{s1} = 1125 \frac{5,21 \cdot 10^{-3}}{6,25 \cdot 10^{-3}} = 938,0$ МПа (расчет на калькуляторе); $E'_{s1} = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Вычисленные по второму методу деформации и напряжения при первой итерации представлены в табл. 4.

В табл. 5 представлен результат последней, 10-й итерации.

По формуле (19) определяются жесткостные характеристики плиты:

$$D_{11} = 1,5 \cdot 10^5 \cdot 153,63 \cdot 18,1^2 + \\ + 1,47 \cdot 10^5 \cdot 56,116 \cdot 19^2 + \\ + 1,47 \cdot 10^5 \cdot 312,95 \cdot 20,6^2 + 1 \cdot 10^6 \cdot 4,451 \cdot 3^2 + \\ + 2 \cdot 10^6 \cdot 0,784 \cdot 19^2 = 3,059 \cdot 10^{10};$$

$$D_{13} = D_{31} = 1,5 \cdot 10^5 \cdot 153,63 \cdot 18,1 + \\ + 1,47 \cdot 10^5 \cdot 56,116 \cdot 19 + \\ + 1,47 \cdot 10^5 \cdot 312,95 \cdot 20,6 + 1 \cdot 10^6 \cdot 4,451 \cdot 3 + \\ + 2 \cdot 10^6 \cdot 0,784 \cdot 19 = 1,565 \cdot 10^9;$$

Таблица 6

Вычисленные плечи пары сил

Слои	Плечо пары сил, см									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y'_{bi}								0,704	-0,221	-1,846
y'_{si}		15,779							-0,221	

$$D_{33} = 1,5 \cdot 10^5 \cdot 153,63 + \\ + 1,47 \cdot 10^5 \cdot 56,116 + 1,47 \cdot 10^5 \cdot 312,95 + \\ + 1 \cdot 10^6 \cdot 4,451 + 2 \cdot 10^6 \cdot 0,784 = 8,484 \cdot 10^7.$$

Вычисляется определитель матрицы в виде:

$$A = \begin{vmatrix} 3,059 \cdot 10^{10} & 1,565 \cdot 10^9 \\ 1,565 \cdot 10^9 & 8,484 \cdot 10^7 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \det A = 3,059 \cdot 10^{10} \cdot 8,484 \cdot 10^7 - \\ - 1,565 \cdot 10^9 \cdot 1,565 \cdot 10^9 = 1,454 \cdot 10^{17}.$$

Составляется матрица алгебраических дополнений:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} D_{33} = 8,484 \cdot 10^7;$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} D_{31} = -1,565 \cdot 10^9;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} D_{13} = -1,565 \cdot 10^9;$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} D_{11} = 3,059 \cdot 10^{10},$$

откуда имеем

$$A^* = \begin{vmatrix} 8,484 \cdot 10^7 & -1,565 \cdot 10^9 \\ -1,565 \cdot 10^9 & 3,059 \cdot 10^{10} \end{vmatrix}.$$

По формуле (21) определяется обратная матрица

$$A^{-1} = \frac{1}{1,454 \cdot 10^{17}} \times \\ \times \begin{vmatrix} 8,484 \cdot 10^7 & -1,565 \cdot 10^9 \\ -1,565 \cdot 10^9 & 3,059 \cdot 10^{10} \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} 5,835 \cdot 10^{-10} & -1,076 \cdot 10^{-8} \\ -1,076 \cdot 10^{-8} & 2,172 \cdot 10^{-7} \end{vmatrix}.$$

Вычисляется произведение матриц по формуле (23):

$$\begin{vmatrix} 5,835 \cdot 10^{-10} & -1,076 \cdot 10^{-8} \\ -1,076 \cdot 10^{-8} & 2,172 \cdot 10^{-7} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} -426 & 040 \\ -0,00014948 \end{vmatrix} = \\ = \begin{vmatrix} 5,835 \cdot 10^{-10} (-426 & 040) + \\ + (-1,076 \cdot 10^{-8}) (-0,000149) \\ -1,076 \cdot 10^{-8} (-426 & 040) + \\ + 2,172 \cdot 10^{-7} (-0,000149) \end{vmatrix} =$$

$$= \left| \frac{-2,49 \cdot 10^{-4}}{4,59 \cdot 10^{-3}} \right| = \left| \frac{X_1}{X_2} \right|,$$

где $X_1 = \frac{1}{\rho_{10}} = -2,49 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{см}}$;

$X_2 = \varepsilon'_{0j} = 4,59 \cdot 10^{-3}$ — предельная расчетная кривизна плиты (см. табл. 5) с учетом выполненного условия (13) равна

$$\frac{1}{\eta_{10,calc}} = 2,49 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\text{см}}.$$

По формулам (25), (26) определяются расчетные деформации на контрольных малых участках бетона (в сжатой зоне) и в арматуре (в растянутой зоне):

$$\varepsilon_{0b10} = \varepsilon'_{010} - \varepsilon_{bp10} = 4,59 \cdot 10^{-3} - 3,5 \cdot 10^{-5} = 4,555 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{0s1} = \varepsilon'_{010} + \varepsilon_{sp1} = 4,59 \cdot 10^{-3} + 5,06 \cdot 10^{-3} = 9,65 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{bi,calc} = \varepsilon_{b10,calc} = \varepsilon_{0b10} + \frac{1}{\eta_{10}} y_{b10} = 4,555 \cdot 10^{-3} + (-2,49 \cdot 10^{-4}) 20,6 = -0,574 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{si,calc} = \varepsilon_{s1,calc} = \varepsilon_{0s1} + \frac{1}{\eta_{10}} y_{s1} = 9,65 \cdot 10^{-3} + (-2,49 \cdot 10^{-4}) 3 = 8,903 \cdot 10^{-3}.$$

Прочность по деформациям проверяется по формуле (17):

$$\varepsilon_{b10,calc} = 0,574 \cdot 10^{-3} < [\varepsilon_{b2}] = 3,5 \cdot 10^{-3};$$

$$\varepsilon_{s1,calc} = 8,903 \cdot 10^{-3} < [\varepsilon_{s2}] = 15 \cdot 10^{-3},$$

условие прочности по деформациям выполняется.

Чтобы проверить прочность по усилиям, необходимо определить положение нейтральной линии по формуле (29):

$$y_{0,10} = \frac{\left(1,5 \cdot 10^5 \cdot 153,63 \cdot 18,1 + 1,47 \cdot 10^5 (56,116 \cdot 19 + 312,95 \cdot 20,6) + 1 \cdot 10^6 \cdot 4,451 \cdot 3 + 2 \cdot 10^6 \cdot 0,784 \cdot 19 \right)}{\left(1,5 \cdot 10^5 \cdot 153,63 + 1,47 \cdot 10^5 (56,116 + 312,95) + 1 \cdot 10^6 \cdot 4,451 + 2 \cdot 10^6 \cdot 0,784 \right)} = \frac{1\,564\,657\,628}{83\,316\,202} = 18,779 \text{ см.}$$

По формуле (28) определяются плечи пары сил и заносятся в табл. 6.

Несущая способность определяется по формуле (27):

$$\begin{aligned} M_{tot} &= 63,474 \text{ кН} \cdot \text{м} < M_{calc} = \\ &= 6,5 \cdot 153,63 \cdot 0,704 + 20,6 \cdot 56,116 \cdot 0,221 + \\ &\quad + 65,3 \cdot 312,95 \cdot 1,846 + \\ &\quad + 12\,482,1 \cdot 4,451 \cdot 15,779 - 5153,0 \cdot 0,784 \cdot 0,221 = \\ &= 914\,436,79 \text{ кг} \cdot \text{см} = 91,443679 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

VII.3. Расчет по предельным состояниям

Согласно [1] вычисляются следующие расчетные параметры:

• границная относительная высота сжатой зоны:

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b,ult}}};$$

• деформации текучести растянутой арматуры:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{s,el} &= \frac{R_s + 400 - \sigma_{sp}}{E_s} = \\ &= \frac{1250 + 400 - 908,76}{2 \cdot 10^5} = 3,7062 \cdot 10^{-3}, \end{aligned}$$

где $\sigma_{sp} = 908,76$ МПа — вычисленная величина фактического предварительного напряжения растянутого каната К1500 с учетом всех потерь;

• границная относительная высота сжатой зоны:

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{3,7062 \cdot 10^{-3}}{3,5 \cdot 10^{-3}}} = 0,388;$$

• высота сжатой зоны:

$$\begin{aligned} x &= \frac{R_s A_s - R_{sc} A'_s}{R_b b} = \\ &= \frac{12\,500 \cdot 4,451 - 11\,700 \cdot 0,784}{170 \cdot 113} = 2,42 \text{ см.} \end{aligned}$$

Проверяется следующее условие:

$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{2,42}{22-3} = 0,134 < \xi_R = 0,388$ — условие выполняется, значит, предельный момент определяется как для элементов с поперечным прямоугольным сечением.

Предельный момент вычислим по формуле

$$\begin{aligned} M_{ult} &= R_b b x (h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a') = \\ &= 170 \cdot 113 \cdot 2,42 (18 - 0,5 \cdot 2,42) + 1170 \cdot 0,784 (18 - 3) = \\ &= 918\,129 \text{ кг} \cdot \text{см} = 91,8129 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Таблица 7

Деформации и напряжения

Название	$\mu_{b10,calc}$	$\sigma_{b10,calc}$	$\mu_{s2,calc}$	$\sigma_{s2,calc}$	$\frac{1}{\mu_{10,calc}}, \text{см}^{-1}$
1-й метод	$0,679 \cdot 10^{-3}$	7,69 МПа	$8,97 \cdot 10^{-3}$	1251,48 МПа	$2,58 \cdot 10^{-4}$
2-й метод	$0,576 \cdot 10^{-3}$	6,53 МПа	$8,9 \cdot 10^{-3}$	1248,21 МПа	$2,49 \cdot 10^{-4}$

Таблица 8

Изгибающие моменты, кН·м

Название	1-й метод	2-й метод	Внешний	По предельным состояниям	Экспериментальный
Численное значение	90,14	91,44	63,47	91,81	105,89

VII.4. Экспериментальные данные по нагрузкам

Наибольшая экспериментальная нагрузка по протоколу испытаний составила 1671 кг/м², плита не доведена до разрушения.

Равномерно распределенная нагрузка при ширине плиты 1,2, 6,5 м

$$g^{\max} = 16,71 \cdot 1,2 = 20,052 \text{ кН/пог. м.}$$

Экспериментальный изгибающий момент при длине плиты 6,5 м

$$M_{\text{exp}} = \frac{20,052 \cdot 6,5^2}{8} = 105,889 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Сопоставление расчетных и экспериментальных значений прочности

Выше вычисленные расчетные и приведенные экспериментальные значения по деформациям и несущей способности предварительно напряженной плиты перекрытия безопалубочной формовки представлены в табл. 7 и 8.

Вывод

Достаточно близкие значения полученных результатов по 1-му и 2-му методам удовлетворительно согласуются с данными расчета по предельным состояниям, в том числе с экспериментальными данными, что подтверждает правильность разработанных методик.

Библиографический список

1. Морозов В. И., Опбул Э. К. Расчет изгибаемых сталефиброжелезобетонных элементов по нелинейной деформационной модели с использованием опытных диаграмм деформирования сталефибробетона // Вестник гражданских инженеров. 2016. № 5 (58). С. 51–55.

2. Опбул Э. К., Дмитриев Д. А., Ведерникова А. А. Нелинейно-итерационный расчет прочности сталефиброжелезобетонных элементов с использованием опытных диаграмм деформирования материалов // Вестник гражданских инженеров. 2017. № 1 (60). С. 79–91.

3. Александров А. В., Потапов В. Д., Державин Б. П. Соппротивление материалов. М.: Высшая школа, 1995. 560 с.

4. Феодосьев В. И. Соппротивление материалов. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. 590 с.

5. Байков В. Н., Сигалов Э. Е. Железобетонные конструкции. 4-е изд., перераб. М.: Стройиздат, 1985. 767 с.

6. Бондаренко В. М., Римшин В. И. Примеры расчета железобетонных и каменных конструкций. М.: Высшая школа, 2006. 504 с.

7. Кувалдин А. Н., Клевцова Г. С. Примеры расчета железобетонных конструкций зданий // Расчеты элементов конструкций гражданских и промышленных зданий. Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1976. 288 с.

8. Мандриков А. П. Примеры расчета железобетонных конструкций. М.: Стройиздат, 1979. 419 с.

References

1. Morozov V. I., Opbul E. K. *Raschet izgibaemykh stalefibrozhelezobetonnykh ehlementov po nelineynoy deformatsionnoy modeli s sipol'zovaniem opytnykh diagramm deformirovaniya stalefibrobeta* [Calculation of steel-fiber concrete members subjected to bending according to nonlinear deformation model using test deformation diagrams of steel-fiber-reinforced concrete]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2016, no. 5, pp. 51–55.

2. Opbul E. K., Dmitriev D. A., Vedernikova A. A. *Nelineyno-iteratsionnyy raschet prochnosti stalefibro-*

zhelezobetonnykh ehlementov s ispol'zovaniem opytnykh diagramm deformirovaniya materialov [Nonlinear iterative calculation of durability of steel-reinforced concrete elements using experimental diagrams of deformation of materials]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2017, no. 1 (60), pp. 79–91.

3. Aleksandrov A. V., Potapov V. D., Derzhavin B. P. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1995, 560 p.

4. Feodos'ev V. I. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. MGTU im. N. Eh. Baumana Publ., 1999, 512 p.

5. Baykov V. N., Sigalov Eh. E. *Zhelezobetonnye konstruksii* [Reinforced concrete structures]. 4-th ed., revised. Moscow, Stroyizdat Publ., 1985, 767 p.

6. Bondarenko V. M., Rimshin V. I. *Primery rascheta zhelezobetonnykh i kamennykh konstruksiy* [Examples of calculation of reinforced concrete and stone structures]. Moscow, Vyssh. shk. Publ., 2006, 504 p.

7. Kuvaldin A. N., Klevtsova G. S. *Primery rascheta zhelezobetonnykh konstruksiy zdaniy* [Examples of calculation of reinforced concrete structures of buildings]. *Raschety ehlementov konstruksiy grazhdanskikh i promyshlennykh zdaniy* [Calculations of structural elements of civil and industrial buildings]. 2-nd ed., revised. Moscow, Stroyizdat Publ., 1976, 288 p.

8. Mandrikov A. P. *Primery rascheta zhelezobetonnykh konstruksiy* [Examples of calculation of reinforced concrete structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1979, 419 p.