УДК 721.011:624.07

© В. Г. Темнов, д-р техн. наук, профессор
(Петербургский государственный университет
путей сообщения Императора Александра I)
E-mail: vgtemnov@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2019-16-4-18-28

© V. G. Temnov, Dr. Sci. Tech., Professor
(Emperor Alexander I St. Petersburg
State Transport University)
E-mail: vgtemnov@gmail.com

БЛОЧНО-ИЕРАРХИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕСУЩИХ КОНСТРУКТИВНЫХ СИСТЕМ ОБЪЕКТОВ СТРОИТЕЛЬСТВА

HIERARCHICAL BLOCK MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF LOAD-BEARING STRUCTURAL SYSTEMS OF BUILDING OBJECTS

Предложен блочно-иерархический подход к расчету и проектированию несущих конструктивных систем объектов строительства, основанный на иерархии математических моделей. При этом на каждом иерархическом уровне используются свои математические модели решаемых задач со своей степенью детализации силовых структур конструктивных систем, материализующих архитектурно-функциональные пространства объектов строительства. По характеру используемого математического аппарата, позволяющего определить напряженно-деформированное состояние (НДС) несущих конструктивных систем, предложены математические модели и возможное деление их по трем основным иерархическим уровням абстрагирования: метауровень, макроуровень, микроуровень.

Ключевые слова: автоматизированный расчет, математические модели, надежность, напряженно-деформированное состояние (НДС), несущая способность конструкции, система автоматизированного проектирования (САПР), дискретные и континуальные системы.

The article proposes using a block-hierarchical approach to the calculation and design of the bearing structural systems of building objects, which is based on hierarchy of mathematical models. Herewith, at each hierarchical level, its own mathematical models are used of the problems solved with its own degree of refinement of the force structures of structural systems materializing the architectural and functional space of construction projects. By the nature of the mathematical apparatus used to determine the stress-strain state (SSS) of structural bearing systems, the author proposes mathematical models and their possible division into three main hierarchical levels of data abstraction, namely, the meta-level, macro-level, and micro-level.

Keywords: automated analysis, mathematical models, reliability, stress-strain state (SSS), the bearing capacity of the structure, computer-aided design (CAD), discrete and continuum systems.

Расчет и проектирование несущих конструктивных систем объектов строительства на всех стадиях их жизненного цикла [1, 2] представляют собой иерархию математических моделей [3].

В зависимости от сложности деления конструктивных систем архитектурно-функционального пространства по силовым признакам возможно различное число уровней абстрагирования. Однако по характеру используемого математического аппарата, позволяющего описать напряженно-деформированное состояние (НДС) несущих конструктивных систем, возможно деление математических моделей по трем основным

иерархическим уровням абстрагирования: метауровень, макроуровень, микроуровень.

1. Моделирование на метауровне напряженно-деформированного состояния конструктивных систем (метауровневый блок)

Метауровень (*греч.* meta — за, после) — иерархический уровень представления континуальных конструктивных систем объектов строительства (рис. 1), характеризующийся наиболее укрупненным рассмотрением НДС. Это позволяет одной математической моделью охватить взаимодействие всех элементов сложной конструктивной системы, материализующей

Рис. 1. Плитно-стоечный несущий каркас здания: а — исходное состояние непрерывной конструктивной системы; б — компоненты напряжений и усилий в плите; в — вариант дискретизации непрерывной системы на базе двумерных конечных элементов

архитектурно-функциональное пространство объектов среды обитания.

Задача в этом случае состоит в том, что при действии внешних сил и при заданных граничных условиях необходимо определить в любой точке конструктивной системы величины параметров напряженно-деформированного состояния (напряжений, деформаций, перемещений).

Математическая модель задачи определения НДС непрерывной конструктивной системы на метатуровне определяется следующими разрешающими уравнениями.

Дифференциальные уравнения равновесия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X\rho &= 0 \left(\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right); \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y\rho &= 0 \left(\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right); \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z\rho &= 0 \left(\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

где X, Y, Z — компоненты объемной силы; ρ — плотность материала; t — время.

Дифференциальные уравнения совместности деформаций (уравнения Бельтрами):

$$\left. \begin{aligned} (1+\mu)\nabla^2 \sigma_x + \frac{\partial^2 \sigma^I}{\partial x^2} &= 0; (1+\mu)\nabla^2 \tau_{xy} + \frac{\partial^2 \sigma^I}{\partial x \partial y} = 0; \\ (1+\mu)\nabla^2 \sigma_y + \frac{\partial^2 \sigma^I}{\partial y^2} &= 0; (1+\mu)\nabla^2 \tau_{yz} + \frac{\partial^2 \sigma^I}{\partial y \partial z} = 0; \\ (1+\mu)\nabla^2 \sigma_z + \frac{\partial^2 \sigma^I}{\partial z^2} &= 0; (1+\mu)\nabla^2 \tau_{zx} + \frac{\partial^2 \sigma^I}{\partial z \partial x} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

где

$$\sigma^I = 3\sigma_{cp} = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z; \nabla^2 \sigma_x = \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial z^2}$$

и т. п.

Таким образом, для решения задачи необходимо проинтегрировать уравнения (1.1)–(1.2), а входящие в общие решения этих уравнений произвольные функции определить из условий на поверхности:

$$\begin{aligned} p_{xy} &= \sigma_x \cos(v, x) + \tau_{xy} \cos(v, y) + \tau_{xz} \cos(v, z); \\ p_{yx} &= \tau_{yx} \cos(v, x) + \sigma_y \cos(v, y) + \tau_{yz} \cos(v, z); \\ p_{zy} &= \tau_{zx} \cos(v, x) + \tau_{zy} \cos(v, y) + \sigma_z \cos(v, z). \end{aligned} \quad (1.3)$$

В общем случае поставленная задача представляет собой пространственную задачу теории упругости, аналитическое решение которой связано с математическими трудностями. Точные аналитические решения получены лишь для отдельных частных задач, таких как поперечный и продольный изгиб балки, кручение стержня и т. д.

Для успешного решения широкого круга задач, связанных с определением НДС конструктивных систем на метатуровне, в настоящее время используется процедура дискретизации, т. е. осуществляется разбивка непрерывных конструктивных систем на конечное число элементов. Выполнение процедуры дискретизации дает возможность алгебраизировать задачу определения НДС непрерывной конструктивной системы, то есть аппроксимировать дифференциальные уравнения алгебраическими. Для дискретизации непрерывных конструктивных систем предлагается использовать метод конечных элементов [4]. От того, что принимается за основные неизвестные в конструктивной системе: усилия в элементах, перемещения узлов или то и другое, с помощью классических методов строительной механики составляются разрешающие алгебраи-

ческие уравнения метода сил, метода перемещений, смешанного метода [5].

На рис. 2, 3 представлены математические модели задачи определения НДС дискретизированной конструктивной системы на метауровне с соответствующими разрешающими алгебраическими уравнениями.

Математическая модель 1 задачи определения НДС конструктивной системы получена на основе метода сил. Согласно этой модели определение НДС конструктивной системы осуществляется за счет решения системы уравнений равновесия (1.1), полученных на основе преобразования физических уравнений и уравнений совместности деформаций.

Здесь A — матрица условий статического равновесия; D — квазидиагональная матрица податливости элементов; $S(N, Q_y, Q_z, M_y, M_z, M_x)$ — вектор усилий; $P(P_x, P_y, P_z, m_x, m_y, m_z)$ — вектор внешних сил.

Математическая модель 2 задачи определения НДС конструктивной системы получена на основе метода перемещений.

Согласно этой модели определение напряженно-деформированного состояния (НДС) конструктивной системы осуществляется за счет решения системы уравнений равновесия (2.1), выраженных через узловые перемещения

$R(R_x, R_y, R_z, R_{ix}, R_{iy}, R_{iz})$, и физических уравнений (2.2).

Для получения законченных расчетных схем конструктивных систем предварительно устанавливаются граничные условия и конструктивные системы разбиваются на конечное число элементов (объект превращается из континуального в дискретный, рис. 1, а, в).

2. Моделирование на макроуровне напряженно-деформированного состояния конструктивных систем (макроуровневый блок)

Макроуровень (греч. makros — длинный, большой) — иерархический уровень представления дискретных конструктивных систем объектов строительства. На этом уровне в качестве несущих систем при проектировании объектов среды обитания фигурируют дискретные конструкции из одномерных, двумерных и трехмерных элементов (рис. 4).

Математическая модель 3 задачи определения НДС конструктивной системы на макроуровне с соответствующими разрешающими алгебраическими уравнениями получена на основе смешанного метода строительной механики (рис. 5).

Здесь, $S(N, Q_y, Q_z, M_y, M_z, M_x)$ — вектор усилий; $\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \theta_{xy}, \theta_{yz}, \theta_{xz})$ — вектор деформаций; $R(R_x, R_y, R_z, R_{ix}, R_{iy}, R_{iz})$ — вектор узловых

1	<p style="text-align: center;">Математическая модель задачи определения напряженно-деформированного состояния (НДС) методом сил</p> $DS - A^T (AD^{-1}A^T)^{-1} P = 0,$ $S = D^{-1}A^T (AD^{-1}A^T)^{-1} P. \quad (1.1)$
----------	---

Рис. 2. Математическая модель задачи определения НДС конструктивной системы на метауровне

2	<p style="text-align: center;">Математическая модель задачи определения НДС методом перемещений</p> $(AD^{-1}A^T)R - 0 = P, \quad (2.1)$ $A^T R - DS = 0. \quad (2.2)$
----------	---

Рис. 3. Математическая модель задачи определения НДС конструктивной системы на метауровне

Рис. 4. Здание промышленного назначения: а — несущий пространственно-стержневой каркас; б, в, з — эпюры усилий (параметров напряженно-деформированного состояния) соответственно M, Q, N

3	<p style="text-align: center;">Математическая модель задачи определения НДС в общем виде</p> $\begin{pmatrix} 0 & A & 0 \\ 0 & D & I \\ A^T & 0 & I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R \\ S \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$
----------	---

Рис. 5. Математическая модель задачи определения НДС конструктивной системы на макроуровне

перемещений; $P(P_x, P_y, P_z, m_x, m_y, m_z)$ — вектор внешних сил.

Математическая модель (3.1) представляет собой систему, состоящую из уравнений равновесия, физических уравнений и уравнений совместности деформаций, в результате решения которой определяются параметры НДС несущей конструкции.

Характерной особенностью макромоделей на этом уровне, в отличие от метамоделей, является детализированное рассмотрение и определение параметров НДС в виде напряжений (нормальных σ , касательных τ) и деформаций (линейных δ , угловых φ), возникающих в конструктивных элементах.

Векторные величины полученных полей напряжений и деформаций отражают физические процессы, протекающие внутри несущих конструктивных систем объекта строительства.

3. Эквивалентность параметров НДС континуальных и дискретных конструктивных систем

Из математической модели (1.1) видно, что в основу теории исследования определения НДС конструктивных систем могут быть положены исходные положения, не требующие доказательств. Эти положения автор данной статьи сформулировал в виде аксиомы, согласно которой усилия $S = D^{-1} A^T (A D^{-1} A^T)^{-1} P$, возникаю-

щие в строительных конструкциях, зависят не от их физико-механических характеристик, а определяются внешними силовыми факторами, геометрическими параметрами перекрываемого пространства и граничными условиями закрепления будущей конструктивной системы.

Покажем, согласно этой аксиоме, независимость усилий от физико-механических характеристик конструктивных систем. Для этого остановимся на конструктивных вариантах упрощенной континуальной системы и упрощенной дискретной системы в виде монолитной и решетчатой однопролетных балок с защемленными концами (табл. 1, 2). Решетчатые балки представляют собой несущие конструктивные системы, в которых ячейки различной геометрической формы образуют макроуровневые структуры. Наибольшее распространение в практике проектирования несущих конструктивных систем получили решетчатые балки с квадратными ячейками, образующие рамные и сотовые макроуровневые структуры.

Теперь определим усилия и построим эпюры M_x, Q_y (табл. 1, 2).

Из анализа результатов, представленных в табл. 1, 2, видно, что усилия, возникающие в континуальной и дискретной конструктивных системах (в монолитной и решетчатой балках), одни и те же. Зависят эти усилия только от ха-

Таблица 1

Уравнения определения усилий в сплошных и решетчатых балках постоянного сечения

Конструктивный вариант упрощенной континуальной системы — однопролетной балки постоянного поперечного сечения с защемленными концами	Конструктивный вариант упрощенной дискретной системы — однопролетной решетчатой балки постоянной конфигурации с защемленными концами
<p data-bbox="367 689 582 721">Опорные реакции</p> $R_A = R_B; M_A = M_B = \frac{ql^2}{12}$ <p data-bbox="414 817 534 851">Этюра Q_y</p> $Q_y = q\left(\frac{l}{2} - z\right); Q_A = Q_B = \frac{ql}{2}$ <p data-bbox="414 1146 534 1180">Этюра M_x</p> $M_x = \frac{ql^2}{12} - \frac{1}{2}qlz + \frac{qz^2}{2};$ $M_{l/2} = ql^2 / 24; M_{\max} = ql^2 / 12$	<p data-bbox="1013 689 1228 721">Опорные реакции</p> $R_A = R_B = \sum_{i=1}^n Q_{z_i} (z = 0, l) = \frac{ql}{2};$ $M_A = M_B = \sum_{i=1}^n N_{z_i} \cdot h_i (z = 0, l) = \frac{ql^2}{12}$ <p data-bbox="1013 896 1228 929">Этюра усилий Q_y</p> $Q_y = \sum_{i=1}^n \bar{Q}_{z_i} (z = (0, l)); Q_A = Q_B = \frac{ql}{2}$ <p data-bbox="1013 1198 1228 1232">Этюра усилий N_x</p> $M_x = \sum_{i=1}^n N_{z_i} \cdot h_i (z = (0, l));$ $M_{l/2} = \sum_{i=1}^n N_{l_i} \cdot \frac{h_i}{2} = ql^2 / 24;$ $M_{\max} = \sum_{i=1}^n N_{l_i} \cdot h_i = ql^2 / 12$

рактера и величины внешнего силового воздействия, граничных условий закрепления и геометрических параметров перекрываемого архитектурно-функционального пространства (величины пролетов балок) и никак не связа-

ны с физико-механическими характеристиками проектируемых (будущих) конструкций.

4. Моделирование на микроуровне напряженно-деформированного состояния конструктивных систем (микроуровневый блок)

Таблица 2

Уравнения определения усилий в сплошных и решетчатых балках переменного сечения

Конструктивный вариант упрощенной континуальной системы — однопролетной балки переменного поперечного сечения с защемленными концами	Конструктивный вариант упрощенной дискретной системы — однопролетной решетчатой балки переменной конфигурации с защемленными концами
<p>Опорные реакции</p> $R_A = R_B; M_A = M_B = \frac{ql^2}{12}$ <p>Этюра Q_y</p> $\frac{ql}{2} \quad 0 \quad \frac{ql}{2}$ $Q_y = q\left(\frac{l}{2} - z\right); Q_A = Q_B = \frac{ql}{2}$ <p>Этюра M_x</p> $\frac{ql^2}{12} \quad \frac{ql^2}{24} \quad \frac{ql^2}{12}$ $M_x = \frac{ql^2}{12} - \frac{1}{2}qlz + \frac{qz^2}{2};$ $M_{l/2} = ql^2 / 24; M_{\max} = ql^2 / 12$	<p>Опорные реакции</p> $R_A = R_B = \sum_{i=1}^n Q_{z_i} (z = 0, l) = \frac{ql}{2};$ $M_A = M_B = \sum_{i=1}^n N_{z_i} \cdot h_i (z = 0, l) = \frac{ql^2}{12}$ <p>Этюра усилий Q_y</p> $\frac{ql}{2} \quad 0 \quad \frac{ql}{2}$ $Q_y = \sum_{i=1}^n \bar{Q}_{z_i} (z = (0, l)); Q_A = Q_B = \frac{ql}{2}$ <p>Этюра усилий N_x</p> $\frac{ql^2}{12} \quad \frac{ql^2}{24} \quad \frac{ql^2}{12}$ $M_x = \sum_{i=1}^n N_{z_i} \cdot h_i (z = \overline{0, l});$ $M_{l/2} = \sum_{i=1}^n N_{l_i} \cdot \frac{h_i}{2} = ql^2 / 24;$ $M_{\max} = \sum_{i=1}^n N_{l_i} \cdot h_i = ql^2 / 12; M_x = \sum_{i=1}^n N_x \cdot h_i; M_l = \frac{ql^2}{12}$

Микроуровень (греч. mikros — малый) — иерархический уровень представления внутреннего строения конструктивных элементов из малых величин (частиц, молекул, атомов).

Характерной особенностью на этом уровне является рассмотрение физических процессов, протекающих в сплошных средах, каковыми являются твердые тела. Несущие конструктивные системы, как твердые тела, обладают определенной степенью упругости¹. Это свойство физических тел искажать без изменения массы свои первоначальные размеры и формы в результате деформации от действия внешних сил и восстанавливать исходную конфигурацию силами взаимодействия атомов, из которых они состоят, при прекращении внешних воздействий

Восстановление происходит за счет внутреннего механизма межатомных электромагнитных сил, вследствие механических действий которых упругие деформации последовательно передаются от одного участка тела к соседнему, полностью восстанавливая его форму.

Распространение упругих деформаций осуществляется в виде продольных и сдвиговых волн [6].

В упругих телах скорости распространения продольных и сдвиговых волн деформаций, вызванных силовыми воздействиями, связаны с внутренними электромагнитными силами, вызванными электрическими зарядами атомов, плотностями вещества, а также с геометрическими параметрами тела.

Для продольной волны скорость распространения равна

$$V_l = \sqrt{E(1-\nu)/\rho(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad (4.1)$$

а для сдвиговой волны

$$\sqrt{E/2\rho(1+\nu)} = \sqrt{Q/\rho}, \quad (4.2)$$

где E — модуль Юнга; Q — модуль сдвига; ν — коэффициент Пуассона; ρ — плотность материала.

При отсутствии поперечных движений (это касается стержневых элементов) скорость распространения продольной волны равна

$$V_{лст} = \sqrt{E/\rho}. \quad (4.3)$$

4.1. Силы и величины электрических зарядов взаимодействия конструктивных элементов (тел)

Как известно¹, каждое тело обладает массой m и соответствующей этой массе величиной электрического заряда q . Именно электрические заряды, как физические величины, вызывают электромагнитные взаимодействия между телами. Исходя из основных законов тяготения и электростатики, автором данной статьи была математически получена физическая зависимость электрических зарядов тел от их масс

$$q = \lambda m \quad (4.4)$$

и предложены формулы для определения силы электромагнитного взаимодействия между конструктивными элементами (телами):

$$F = k \frac{(\lambda m_1 \cdot \lambda m_2)}{r^2}, F = G \frac{(\lambda^{-1} q_1 \cdot \lambda^{-1} q_2)}{r^2}, \quad (4.5)$$

здесь $\lambda = 8,61007 \cdot 10^{-11} \left(\frac{\text{Кл}}{\text{кг}} \right)$ — константа, отражающая соотношение единицы заряда и единицы массы тела; r — расстояния между телами; $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ — коэффициент пропорциональности в законе электростатики; $G = 6,6745 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ — гравитационная постоянная в законе тяготения.

4.2. Силы и величины электрических зарядов взаимодействия атомов в конструктивном элементе

Рассмотрим конструктивный элемент (стержень), представляющий собой упругое тело, подверженное действию внутренних электромагнитных сил. На атомном уровне стержень представляет собой каркас из атомов (рис. 6, а), находящихся на определенном расстоянии относительно друг друга в равновесном состоянии за счет удерживающих электромагнитных сил отталкивания $f^{(-)}$ (сил Борна) и электромагнитных сил притяжения $f^{(+)}$ (сил Кулона) [7, 8].

Его твердое агрегатное состояние, характеризующееся стабильностью формы, связано с уравновешивающими механическими действиями внутренних электромагнитных сил $f^{(+)}$ и $f^{(-)}$ между атомами (рис. 6, б), которые совершают малые колебания вокруг положений равновесия.

Масса такого стержня, кг,

$$m = F l_0 \rho, \quad (4.6)$$

где F — площадь поперечного сечения, м²; l_0 — длина, м; ρ — плотность материала стержня, кг/м³.

¹ Физический энциклопедический словарь / гл. ред. А. М. Прохоров. М.: Советская энциклопедия, 1984. 944 с.

Таблица 3

Физические и механические характеристики конструкционных материалов

Наименование материалов	Плотность материала ρ , кг/м ³	Модуль упругости $E = N/F$, МПа	Скорость деформации $V = 2\sqrt{\frac{E}{\rho}}$, м/с	Ускорение деформации $w = \frac{E}{l_0 \rho}$, м/с ²	Внутренняя электромагнитная сила $N = mw$, 10 ⁷ Н	Сила меж-атомного взаимодействия $f_0 = N/n$, 10 ⁻⁹ Н	Электрический заряд атома q_0 , 10 ⁻¹⁹ Кл
Сталь	7860	206 000	5119	26 204 161	2,06000	8,4627	2,7791
Титан	4500	120 000	5164	26 666 896	1,20000	4,4781	2,0816
Алюминий	2700	70 000	5092	25 928 464	0,70000	2,8696	2,2863

Согласно формуле (4.3), определим скорость V и время t распространения продольной деформации в стержне от суммарного действия внутренних электромагнитных сил $N = (\sum f^{(+)} \text{ или } \sum f^{(-)})$:

$$V = 2\sqrt{\frac{E}{\rho}} \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right), t = \frac{l_0}{V} = \frac{l_0}{2\sqrt{\frac{E}{\rho}}} \left(\frac{\text{м}}{\text{м/с}} = \text{с} \right). \quad (4.7)$$

Теперь определим величину ускорения W , с которой происходит распространение продольной деформации в стержне от суммарного действия внутренних электромагнитных сил N :

$$W = \frac{V}{t} = \frac{2\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{\frac{l_0}{2\sqrt{\frac{E}{\rho}}}} = \frac{E}{\rho l_0} \left(\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right). \quad (4.8)$$

Зная массу стержня m и величину ускорения W , несложно определить, исходя из второго закона Ньютона, величину внутренней электромагнитной силы N ($N^{(-)}$ или $N^{(+)}$), приходящуюся на площадь поперечного сечения стержневого элемента:

$$N = \frac{mV}{t} = \frac{Fl_0\rho \cdot 2\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{\frac{l_0}{2\sqrt{\frac{E}{\rho}}}} = \frac{Fl_0\rho \cdot 2\sqrt{\frac{E}{\rho}} \cdot 2\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{l_0} = \frac{Fl_0\rho \frac{E}{\rho}}{l_0} = EF \left(\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2} = \text{Н} \right). \quad (4.9)$$

Из анализа формулы (4.9) следует, что электромагнитная сила E , приходящаяся на единицу площади поперечного сечения стержневого элемента (в терминах теории упругости —

Рис. 6. Схематическое изображение каркаса стержня из атомов:
а — атомная структура стержня; б — силы притяжения $f^{(+)}$ и отталкивания $f^{(-)}$ между атомами

Таблица 4

Результаты расчета электродинамических параметров НДС в стержневых элементах несущей конструктивной системы на микроуровне

Силовые, геометрические и электромеханические параметры ЭДС элементов несущей конструкции											
Величины внешних сил P_p , кН	10,0	15,0	20,0	10,0	15,0	20,0	10,0	15,0	20,0	10,0	20,0
Этапы силового нагружения	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 1$	$i = 3$
Конструкционные материалы											
Сталь						Титан					
$f_p, 10^{-9}$ Н	8,4627	8,4627	8,4627	4,4781	4,4781	81	2,8696	2,8696	2,8696	2,8696	2,8696
$q_0, 10^{-19}$ Кл	2,7791	2,7791	2,7791	2,0816	2,0816	2,0816	2,2863	2,2863	2,2863	2,2863	2,2863
$Q, 10^{-4}$ Кл	6,7643	6,7643	6,7643	5,5781	5,5781	5,5781	5,5772	5,5772	5,5772	5,5772	5,5772
$S_i^{(+)}, 10^3$ Н	+147,0	+220,4	+302,5	+147,0	+220,4	+302,5	+147,0	+220,4	+302,5	+147,0	+302,5
$S_i^{(-)}, 10^3$ Н	-147,0	-220,4	-302,5	-147,0	-220,4	-302,5	-147,0	-220,4	-302,5	-147,0	-302,5
$\delta_i^{(+)}$, см	+0,028	+0,0419	+0,0576	+0,0491	+0,0735	+0,1012	+0,0841	+0,1263	+0,1734	+0,0841	+0,1734
$\delta_i^{(-)}$, см	-0,028	-0,0419	-0,0576	-0,0491	-0,0735	-0,1012	-0,0841	-0,1263	-0,1734	-0,0841	-0,1734
$n_p, 10^9$ шт.	3,4892	3,4892	3,4892	3,3887	3,3887	3,3887	2,4697	2,4697	2,4697	2,4697	2,4697
$a_0, 10^{-8}$ см	2,866	2,866	2,866	2,951	2,951	2,951	4,049	4,049	4,049	4,049	4,049
$a_i^{(+)}, 10^{-8}$ см	+2,8668	+2,8672	+2,8677	+2,9524	+2,9532	+2,9539	+2,8668	+2,8672	+2,8677	+2,8668	+2,8677
$a_i^{(-)}, 10^{-8}$ см	-2,8652	-2,8648	-2,8643	-2,9496	-2,9488	-2,9481	-2,8652	-2,8648	-2,8643	-2,8652	-2,8643
$N^{(+)}, 10^7$ Н	+2,0586	+2,0578	+2,0571	+1,1989	+1,1982	+1,1976	+0,6988	+0,6982	+0,6976	+0,6988	+0,6976
$N^{(-)}, 10^7$ Н	-2,0607	-2,0613	-2,0620	-1,2012	-1,2018	-1,2024	-0,7012	-0,7017	-0,7022	-0,7012	-0,7022
$Q = \sum_{i=1}^n a_0 ; a_i^{(+)} = a_0 + \frac{\delta_i^{(+)}}{n_l}; a_i^{(-)} = a_0 - \frac{\delta_i^{(-)}}{n_l}; N_i^{(+)} = \sum f_i^{(+)}; N_i^{(-)} = \sum f_i^{(-)}; k = \frac{Q^2}{n \left(a_i + \frac{\delta_i}{n} \right)^2}; i = 0, i; S_i^{(+)}, S_i^{(-)} — величины усилий$											
в стержневых элементах; $\delta_i^{(+)}, \delta_i^{(-)}$ — величины деформации в стержневых элементах; n_l — количество межэтомных участков на длине элемента.

Рис. 7. Одноэтажное здание из сборных унифицированных элементов: а — объект на завершающей стадии монтажа; б — несущая рамная конструкция пространственно-стержневого каркаса; в — эпюра усилий N в элементах сжатого и растянутого поясов ригеля на первом этапе загрузки рамной конструкции

модуль упругости), есть отношение величины внутренних электромагнитных сил притяжения $E = N^{(+)} / F = \sum f^{(+)} / F$ или отталкивания $E = N^{(-)} / F = \sum f^{(-)} / F$ к площади поперечного сечения F .

Равенство по абсолютной величине внутренних электромагнитных сил притяжения $N^{(+)}$ и отталкивания $N^{(-)}$ в стержне обеспечивает ему форму и твердое агрегатное состояние. Зная величину внутренних электромагнитных сил N , определим силу взаимодействия между одиночными зарядами атомов

$$f_0 = N / n, \quad (4.10)$$

где n — количество атомов, приходящихся на единицу площади стержневого элемента.

Исходя из закона Кулона определим величину заряда одиночного атома

$$|q_0| = \sqrt{\frac{f_0 a_0^2}{k}}. \quad (4.11)$$

В табл. 3 представлены физические характеристики конструкционных материалов, полученные по вышеприведенным формулам.

Представленные в статье формулы (4.4)–(4.5), (4.9)–(4.11) отражают закономерность электро-

магнитного строения строительного вещества материи.

5. Результаты численного эксперимента

Численный эксперимент, связанный с непосредственным определением электродинамических параметров напряженно-деформированного состояния элементов конструктивной системы на микроуровне [8], проводился на металлической решетчатой рамной конструкции. Рассматривались три варианта конструкции, выполненной из стали, титана и алюминия (рис. 7).

Ригель рамной конструкции пролетом $L = 12,0$ м и высотой $h = 1,2$ м представляет собой ферму с полигональными поясами, состоящую из призматических равнопрочных стержней с площадью поперечных сечений $F = 25$ см² и длиной $l = 100$ см. Рамная конструкция была подвержена поэтапному загрузению внешними сосредоточенными силами. Расчет параметров НДС элементов на микроуровне осуществлялся на трех решетчатых рамных конструкциях, изготовленных из стали, титана и алюминия. Результаты расчета приведены в табл. 4.

Из анализа результатов видно, что заряды атомов не меняют своих величин, остаются по-

стоянными на всех этапах силового нагружения. Меняются величины сил межатомного взаимодействия f_p , расстояния a_i между атомами и суммарные электромагнитные силы притяжения $N^{(+)}$ и отталкивания $N^{(-)}$ в стержневых элементах. Последние определяют оставшийся запас прочности конструктивной системы.

Библиографический список

1. Темнов В. Г. Конструктивные системы в природе и строительной технике. Л.: Стройиздат, 1987. 256 с.
2. Темнов В. Г. Конструктивные системы в природе и строительной технике. СПб.: Компьютербург, 2001. 62 с.
3. Темнов В. Г. Конструктивно-силовая аппроксимация геометрических форм архитектурно-функциональных пространств объектов среды обитания // Вестник гражданских инженеров. 2018. № 5 (70). С. 75–83.
4. Ржаницын А. Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М.: Стройиздат, 1978. 239 с.
5. Темнов В. Г. Архитектурно-конструктивное моделирование строительных объектов среды обитания средствами САПР // Вестник гражданских инженеров. 2015. № 3 (50). С. 92–100.
6. Филин А. П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. М.: Наука, 1981. Т. 1–3.
7. Вест А. Химия твердого тела. Теория и приложения: в 2 ч. / пер. с англ. М.: Мир, 1988. Ч. 1. 558 с.
8. Темнов В. Г. Компьютерное моделирование равновесного электродинамического состояния стержневых конструктивных систем // Вестник гражданских инженеров. 2016. № 3 (56). С. 95–103.

References

1. Temnov V. G. *Konstruktivnye sistemy v prirode i stroitel'noy tekhnike* [Constructive systems in the nature and construction equipment]. Leningrad, Stroyizdat Publ., 1987, 256 p.
2. Temnov V. G. *Konstruktivnye sistemy v prirode i stroitel'noy tekhnike* [Constructive systems in the nature and construction equipment]. Komp'yuterburg Publ., 2001, 62 p.
3. Temnov V. G. *Konstruktivno-silovaya approksimatsiya geometricheskikh form arkhitekturno-funktsional'nykh prostranstv ob'ektov sredy obitaniya* [Structural and power approximation of geometrical forms of architectural functional spaces of external environment objects]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2018, no. 5 (70), pp. 75–83.
4. Rzhantsyn A. R. *Teoriya rascheta stroitel'nykh konstruktivnykh nanadezhnost'* [Theory of calculation of construction designs for reliability]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1978, 239 p.
5. Temnov V. G. *Arkhiturno-konstruktivnoe modelirovanie stroitel'nykh ob'ektov sredy obitaniya sredstvami SAPR* [Architecture and construction modeling of building objects of the living environment using the CAD software]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2015, no. 3 (50), pp. 92–100.
6. Filin A. P. *Prikladnaya mekhanika tverdogo deformiruemogo tela* [Applied mechanics of the solid deformed body]. Moscow, Nauka Publ., 1981, vols. 1–3.
7. Vest A. *Khimiya tverdogo tela. Teoriya i prilozheniya* [The chemistry of solid body. The theory and applications]. In 2 Parts. Transl. from English. Moscow, Mir Publ., 1988, Pt. 1, 558 p.
8. Temnov V. G. *Komp'yuternoe modelirovanie ravnovesnogo ehlektrodinamicheskogo sostoyaniya stержnevnykh konstruktivnykh sistem* [Computer modeling of equilibrium electro-dynamic state of frame construction systems]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2016, no. 3 (56), pp. 95–103.