ПЕРСПЕКТИВЫ И ПРЕИМУЩЕСТВА ТОРСОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ И СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

PERSPECTIVES AND ADVANTAGES OF TANGENTIAL DEVELOPABLE SURFACES IN MODELING MACHINE-BUILDING AND BUILDING DESIGNS

Проанализированы перспективы и преимущества торсовых поверхностей при моделировании машиностроительных и строительных конструкций, в архитектуре, при моделировании скульптурных форм, изделий легкой промышленности. Установлено, что торсы, торсовые изделия и конструкции нашли применение в судостроении, самолетостроении, сельскохозяйственном и общем машиностроении, в архитектуре и строительстве, в дорожном строительстве, в проектах противозерозионных валов, картографии, при производстве одежды и обуви, а также в скульптурных формах.

Ключевые слова: развертываемая поверхность, торсовая оболочка, судостроение, самолетостроение, сельскохозяйственное машиностроение, архитектура, строительство, дорожное строительство, противозерозионный вал, картография, конструирование одежды, скульптурная форма, математическое искусство.

The article presents the analysis results of perspectives and advantages of using tangential developable surfaces at modeling machine-building and building structures, in architecture, at modeling of sculptural forms, products of light industry. It is established that developable surfaces, products and structures with developable surfaces have found the application in ship hull design, airplane building, agricultural machine building, in architecture and in civil engineering, road building, in the projects of anti-erosion banks and for the approximation of topographical surface, in manufacture of shoes and clothes, as well as in sculpture forms.

Keywords: developable surface, torse shell, ship building, airplane building, agricultural machine building, architecture, civil engineering, road building, anti-erosion bank, approximation of topographical surface, garment construction, sculpture form, mathematical art.

Как известно, развертываемые поверхности — это линейчатые поверхности нулевой гауссовой кривизны [1]. Торсы образуются прямыми линиями, касательными к своему ребру возврата. Ребром возврата может быть любая пространственная кривая. У конуса ребро возврата вырождается в точку, у цилиндра она удаляется на бесконечность. Цилиндрическая и коническая поверхности изучены очень хорошо, их применяют на практике с незапамятных времен. Дж. Ашет [2] впервые разделил линей-

чатые поверхности на развертываемые и неразвертываемые. Принято считать, что торсовые поверхности начал изучать французский математик Г. Монж в 1795 году, хотя уже намного раньше применялись винты Архимеда. Изучение и использование торсовых поверхностей имеет длинную историю [3].

Во всех научных статьях, появившихся в последние два десятилетия и посвященных геометрии, расчету на прочность и применению торсов, подчеркивается большое значение этих

поверхностей и изделий в форме торсов как для теории, так и для практики [4].

Перечислим преимущества торсовых поверхностей.

Ребру возврата, касательные к которому образуют торс, может быть придана произвольная форма, поэтому можно запроектировать торс разнообразной конфигурации [5].

Процесс изготовления тонкостенных металлических изделий на основе этих поверхностей намного легче благодаря их способности разворачиваться на плоскость или быть изогнутыми в изделие без складок и разрывов.

Можно запроектировать торсовую поверхность, перекрывающую любой прямоугольный, или трапециевидный, или произвольный четырехугольный план, взяв за направляющие кривые на противоположных краях, например кривые второго порядка.

Поверхностью одинакового ската могут быть только торсы.

При изготовлении тонкостенного изделия в форме торса можно использовать параболическое изгибание плоской заготовки [5], или, наоборот, из тонкостенного торса получить плоскую развертку.

Любую поверхность с различной степенью точности можно аппроксимировать фрагментами торсовых поверхностей, используя возможность построения торсов на двух плоских направляющих кривых, лежащих в параллельных или пересекающихся плоскостях.

Любую торсовую поверхность, а следовательно, и любую поверхность можно аппроксимировать системой плоских четырехугольных пластин [5].

Задание поверхности в аналитическом виде является одним из основных этапов проектирования при конструировании, исследовании и обработке изделия или сооружения в форме торса.

Пусть уравнение ребра возврата в параметрической форме ($x = x(v)$, $y = y(v)$, $z = z(v)$) известно заранее. Тогда классическое векторное уравнение торсовой поверхности можно представить в виде

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = \mathbf{p}(v) + u\mathbf{l}(v),$$

где $\mathbf{p}(v)$ — текущий радиус-вектор ребра возврата:

$$\mathbf{p}(v) = x(v)\mathbf{i} + y(v)\mathbf{j} + z(v)\mathbf{k},$$

$\mathbf{l}(v)$ — единичный касательный вектор, заданный в каждой точке известного ребра возврата, т. е.

$$\mathbf{l}(v) = \frac{x'(v)\mathbf{i} + y'(v)\mathbf{j} + z'(v)\mathbf{k}}{\sqrt{x'^2(v) + y'^2(v) + z'^2(v)}}.$$

В этом случае торсовые поверхности формируются семейством координатных линий u , которые представляют собой образующие прямые, касательные к ребру возврата, и семейством координатных линий v — линий, «параллельных» ребру возврата, т. е. расстояние, отсчитываемое по линиям u между линиями v_i и v_{i+1} , равно постоянной величине. Координатная линия $u = 0$ совпадает с ребром возврата.

Имеется другой подход к определению векторного уравнения торсовой поверхности. При его использовании нет необходимости определять предварительно уравнение ребра возврата.

Пусть дана пара направляющих кривых

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u) \text{ и } \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_2(v),$$

где u, v — соответствующие геометрические параметры. По формулам Г. Монжа находим зависимость $v = v(u)$, тогда

$$\mathbf{r}(v, \lambda) = \mathbf{r}_1(u) + \lambda[\mathbf{r}_2(v) - \mathbf{r}_1(u)],$$

где $0 \leq \lambda \leq 1$, причем при $\lambda = 0$ получим одну направляющую кривую $\mathbf{r}_1(u)$, а при $\lambda = 1$ получим кривую $\mathbf{r}_2(v)$.

Для определения напряженно-деформированного состояния торсовых оболочек необходимо использовать систему расчетных уравнений А. Л. Гольденвейзера или систему уравнений, предложенную автором, для неортогональной сопряженной системы координат. Обе системы расчетных уравнений приведены в монографии [5].

Рассмотрим возможности и перспективы применения сооружений и изделий в форме торсовых поверхностей применительно к различным отраслям народного хозяйства. До настоящего времени этот вопрос наиболее широко обсуждался в работах [5, 6]. Интересующиеся более подробной информацией о геометрии торсовых поверхностей, построением их разверток, расчетом на прочность торсовых оболочек и вопросами качения торсов друг по другу могут просмотреть работы [5, 7].

Судостроение

Впервые принципиальные теоретические положения по вопросу применения торсовых по-

верхностей при проектировании корпуса судна упрощенной формы изложил Г. Е. Павленко в 1948 году в небольшой брошюре. Он же в качестве примера привел теоретический чертеж судна, построенного из торсовых поверхностей [5]. Аналогичный графический метод построения торсовых поверхностей, проходящих две любые заранее заданные кромочные линии, называемый методом Ульмана Килгора (Kilgore's Method), описывается в работе [8]. Корабельный архитектор Ульман Килгор из Мичиганского университета предложил его в 1967 году.

Кормовая оконечность, очерченная по поверхностям нулевой полной кривизны, разработанная в Японии [5], служит примером обводов, хорошо приспособленных к производственным возможностям судостроительных заводов. В 50–60-е годы XX века были запроектированы и изготовлены речные суда, корпус которых состоит из полос развертывающихся поверхностей. В статье [9] описывается опыт проектирования и постройки пассажирского судна в г. Магдебурге (ГДР), корпус которого целиком состоит из торсовых поверхностей. Особо широко развертывающиеся поверхности используются строителями яхт и лодок, работающими в домашних условиях с фанерой и алюминием [8].

Ходовые качества буксировочных моделей грузовых судов с обводами упрощенной формы, спроектированными из развертывающихся поверхностей, были испытаны в Институте гидромеханики АН УССР. Модели показали положительные результаты во всех случаях до возникновения так называемой стенки сопротивления [10]. Сейчас в связи с развитием математического моделирования всё шире используются численные методы для проектирования корпусов судов [11] (рис. 1).

Самолетостроение

Из наиболее ранних работ, посвященных применению тонкостенных торсовых конструкций в самолетостроении, можно привести брошюру [12]. Использование торсов при проектировании крыла самолета иллюстрируется в работе [13], где приводится алгоритм решения задачи нахождения изометричных форм развертывающихся поверхностей. Различные существующие методики построения разверток на плоскость торсовых поверхностей применительно к компьютер-

Рис. 1. Корпус судна из торсовых полос, опирающихся на две кромочные кривые, лежащие в параллельных плоскостях

ному проектированию листовых металлических компонентов в самолетостроении позволяют значительно расширить их применение [14].

Имеется модель вертолета, собранная из кусков торсовых поверхностей, и дается набор плоских разверток этих кусков [15]. В этой же статье приводится компьютерная модель самолета F16 и дается картонная модель этого же самолета, которая представляет собой аппроксимацию компьютерной модели торсами. При моделировании не учитывалась толщина материала.

Сельскохозяйственное машиностроение

В. П. Горячкин впервые поднял вопрос о применении тонкостенных торсовых конструкций в практике сельскохозяйственного машиностроения еще в 1927 году. Он отмечал, что при штамповании отвалов не будут усаживаться или наоборот вытягиваться отдельные части отвалов, т. е. поверхность будет без выпуклостей и углублений, а плавность поверхности имеет очень большое значение для отсутствия залипания отвалов. В дальнейшем вопросы о расширении возможностей использования торсовых поверхностей в качестве лемешно-отвальных рассматривались, в основном, в работах российских и украинских ученых и их учеников, которые перечислены в [5]. Украинские ученые-геометры традиционно продолжают заниматься созданием плужных поверхностей с улучшенными

свойствами. В статье [16] предлагается методика определения формы рыхлительного рабочего органа культиватора в виде торсовой поверхности. Свойство нормалей быть параллельными между собой вдоль прямолинейной образующей торса здесь используется в полной мере. Имеется работа [17], где показывается, как усовершенствовать процесс моделирования разворачивающихся рабочих поверхностей почвообрабатывающих машин. А. С. Нитейский [18] конструирует лемешную поверхность рыхлителя на основе разворачивающейся полосы.

Поверхность торса-геликоида (рис. 2) широко используется в сельскохозяйственном машиностроении в виде устройства для транспортировки сыпучих, солоmistых и полужидких грузов. Например, транспортирующий орган жатки — шнеки постоянного и переменного шага — описан в [19].

Машиностроение

Касательная плоскость вдоль одной прямолинейной образующей торсовой поверхности не меняет своего положения, что является существенным фактором в вопросе упрощения технологического процесса изготовления торсовой детали. В этом случае поверхность детали можно обрабатывать в прямолинейном направлении вдоль всей образующей. Это дает эффект при работе на строгальных или фрезерных станках.

Рис. 2. Разворачивающийся геликоид

Наиболее часто торсы принимаются за геометрические модели технических конструкций из листового материала.

В статье [20] предлагается способ конструирования шнековой поверхности угольной центрифугальной машины УЦМ-2000 и ее стыка с барабаном на основе математической модели торса с ребром возврата на круговом конусе (рис. 3).

Построение торсов на двух плоских направляющих кривых, лежащих на противоположных торцах, используется для проектирования переходного участка трубопровода, соединяющего два трубопровода разных или одинаковых диаметров, пересекающихся под разными углами. Теоретическая часть иллюстрируется массой реальных примеров в работе [21].

Торсовая поверхность встречается в очертании лопатки осевого вентилятора шахтного проветривания [5], в форме червяков [22], буровых машин, винтов транспортера, который может достигать 76-метровой длины. Разворачивающийся геликоид (см. рис. 2) используется в доменных печах в качестве направляющей поверхности в газоходах. Обычно торсы-геликоиды получают изгибанием стального листа толщиной 4–8 мм. Транспортирующее устройство «винтовой спуск» для спуска насыпных и штучных грузов под действием силы тяжести выполняют в виде винтового желоба.

Имеется работа В. С. Люкшина [23], где очень подробно разбираются вопросы применения разворачивающихся геликоидов к образованию режущих инструментов и, в частности, описывается обработка эвольвентной винтовой поверх-

Рис. 3. Разворачивающийся конический геликоид

ности по методу обкатки. Свойство этой поверхности обрабатываться плоскостью обусловило возможность ее точного изготовления, поэтому она получила широкое применение при конструировании зубчатых колес и зуборезных инструментов [24].

Новые подходы к проектированию зубчатых зацеплений с использованием рабочих поверхностей зубьев в виде торсовых поверхностей описаны в работе [25].

Архитектура и строительство

Применение торсовых оболочек в архитектуре и строительстве может дать в ряде случаев положительный эффект благодаря отмеченным ранее их свойствам. Торсовые железобетонные оболочки позволяют использовать для армирования рулонные или плоские арматурные сетки, а опалубка может быть выполнена из прямолинейных или листовых элементов, которые можно изготовить в стационарных условиях, а затем установить в проектное положение. Практика показывает, что иногда выгоднее применить большую толщину оболочки, но добиться более выгодного варианта раскроя арматуры и опалубки. Тем не менее, в технической литературе не найдено реальных железобетонных сооружений в форме торсов.

В современной архитектуре свойства торсов наиболее удачно применяли Hans Hollein, Frank O. Gehry (рис. 4) [26], С. Калатрава (Santiago Calatrava), Заха Хадид (Zaha Hadid) [27]. Arum — поверхность, запроектированная З. Хадид со-

Рис. 4. Музей MARTa в Херфорде, Германия. Большая часть поверхности крыши — развертывающаяся. Геометрическое моделирование крыши выполнено Jess Maertterer

вместно с Robofold для Венецианской биеннале архитектуры 2012, состоит из металлических листов, состыкованных вдоль криволинейных ребер [28].

В статье Ж. Глаезера (Georg Glaeser) «Красота развертывающихся поверхностей» [29] говорится, что на практике торсы наиболее востребованы авангардной архитектурой, где особенно учитываются ограничения на стоимость здания. Несколько торсов, объединенных вместе, могут создать новую структуру. В статье [30] описываются и комментируются примеры применения торсов в современной архитектуре.

Центр информационных технологий в архитектуре CITA (Швеция) в рамках проекта «The Research devA CITA» продолжает разрабатывать новые, более эффективные пути создания и проектирования сложных поверхностей на основе развертывающихся. На своем сайте этот Центр отмечает, что торсовые поверхности относительно легко производить, а комбинация из разных торсов с ребром возврата позволяет создавать объекты высокой степени сложности, которые, в свою очередь, расширяют возможности по пространственному экспериментированию в архитектуре. В Центре считают, что потенциал торсовых поверхностей в архитектуре до конца еще не раскрыт.

З. В. Беляева с соавторами [31] указывает на возможность применения торсов в тентовых сооружениях. Приняв за основу формы тентовой конструкции торс, можно избежать трудностей при раскрое ограждающих конструкций. Если установить опорный контур, систему балок, совпадающих с прямолинейными образующими торсовой поверхности, и соответствующие связи, то можно получить пространственный жесткий каркас и затем накрыть его тентовым ограждением.

Материалы монографии [5] используются также в статье [32], где описываются возможности применения торсов-геликоидов в качестве анкеров для вантовых сооружений. В этой же монографии представлены эскизы некоторых дополнительных сооружений в форме торсовых поверхностей. В статье [33] предлагается применять для винтового пандуса многоэтажных гаражей развертывающиеся геликоиды вместо прямых геликоидов.

Дорожное строительство

В автодорожном строительстве торсовые поверхности находят применение в качестве геометрических моделей откосов насыпи при подъеме и закруглении дороги. Эти поверхности проектируются как поверхности одинакового ската, которые получаются как огибающие однопараметрического семейства конусов вращения с вертикальной осью, вершины которых перемещаются вдоль некоторой направляющей линии, например, вдоль бровки дороги [34]. А. И. Карташев в своей кандидатской диссертации «Поверхности одинакового ската» (1954, ЛИИЖТ) рассмотрел два конкретных примера, имеющих место в практике железнодорожного строительства. В первом случае направляющей кривой поверхности одинакового ската является цилиндрическая винтовая линия, во втором — направляющая кривая есть пространственная кривая с постоянным уклоном по отношению к горизонтальной плоскости, в плане представляющая собой лемнискату. За направляющую кривую принималась бровка дорожного полотна. Поверхность откосов насыпи при подъеме дороги или при ее закруглении можно моделировать торсовыми поверхностями, предварительно определив уравнения их ребер возврата, что подтверждают исследования, проведенные И. В. Бубякиным и Е. С. Никитиной [35].

Противоэрозионные валы и картография

Одним из эффективных средств борьбы с водной эрозией почв является сооружение противоэрозионных валов на склонах. Стремление к совмещению границ полей с валами приводит к криволинейной форме границ полей, причем на топографической поверхности получается система параллельных (эквидистантных) кривых линий. Известные геометрические свойства поверхности одинакового ската позволяют использовать торсовые поверхности для аппроксимации топографических поверхностей [36], для моделирования берега городского озера [35].

Компьютерные программы DEVELOPABLE-MESH и UNFOLD program дают возможность по отдельным разрозненным числовым отметкам строить развертывающиеся поверхности, аппроксимирующие геологические структуры с заданной степенью точности [37], что подтверж-

дено в реальных условиях (Red Mountain area in the Ventura basin).

Развертывающиеся поверхности привлекаются для составления картографических проекций, когда поверхность Земли проецируется на развертывающуюся поверхность, которая затем разворачивается на плоскость. Как отмечают авторы статьи [38], вопросы развертывания поверхностей на плоскость имеют давнюю историю, но в картографии эта задача уже полностью решена, в то время как в промышленности многие вопросы остаются пока не решенными.

Изделия легкой промышленности

В обзорной статье [3] даются примеры применения торсов в широком диапазоне отраслей, в том числе в производстве одежды и обуви [39].

Применявшиеся в первой половине XX века графические методы построения разверток торсов постепенно переводились на язык ЭВМ. Например, А. А. Богущко [40] создал алгоритм построения разверток характерных участков поверхностей в автоматизированном процессе конструирования одежды с помощью вспомогательного направляющего конуса. Использование торсовых поверхностей для планирования раскроя одежды рассматривается также в [41]. Е. А. Баландина [42] разработала метод и алгоритм построения развертки числовой модели поверхности тела человека с использованием способа аппроксимации отсеками торсов применительно к проектированию изделий легкой промышленности, что может найти применение в некоторых отраслях машиностроения. С. В. Павлова в своей диссертации «Разработка способа развертывания участка сложной поверхности с помощью торсового посредника для проектирования изделий индустрии моды» [43] предлагает геометрические методы построения разверток неразвертывающихся поверхностей с помощью торсового посредника и дает большой список использованной литературы и защищенных диссертаций по этой проблеме.

Скульптурные формы

Благодаря вышеперечисленным свойствам торсов они находят применение не только в машиностроении, строительстве и т. д., но и в создании скульптурных форм (рис. 5), что подтверждается Ильханом Команом [44]. Его развертывающиеся скульптурные формы, создан-

Рис. 5. Скульптурная композиция из торсовых оболочек, полученных параболическим изгибанием тонких металлических листов, Ирландия, Дублин

ные в конце 1970-х и начале 1980-х годов, вызывают большой интерес у любителей «математического искусства».

В статье [28] представлены методы геометрического моделирования моделей скульптурных форм в виде объединенных фрагментов развертывающихся поверхностей из листа бумаги. Методы проиллюстрированы большим числом моделей.

Выводы о современном состоянии исследований по моделированию конструкций и изделий в форме торсов

Во всех рассмотренных отраслях промышленности, строительства и в архитектуре нашли реальное применение только тонкостенные торсовые изделия и конструкции из металла, получаемые изгибанием тонкой заготовки [4–21, 26–33, 45–47]. Торсы нашли также реальное воплощение в машиностроении при конструировании зубчатых колес [22–25].

Все остальные торсовые изделия, конструкции и сооружения представлены в эскизах, проектах, макетах и пожеланиях авторов научно-технических статей.

Заключение

Целью данной работы не является обзор всей имеющейся научно-технической литературы по торсам и торсовым оболочкам. Это сделано в работе [45] с 333 ссылками, в [5] с 386 ссылками, в [28] с 44 источниками и др.

Цель статьи — изучить современное состояние исследований по моделированию конструкций и изделий в форме торсов и обозначить отрасли, где они нашли или могут найти практическое применение. Полученная информация показала, что на данный момент исследование торсов и торсовых оболочек ведется в следующих направлениях: 1) внутренняя и внешняя геометрия; 2) построение разверток торсов на плоскость; 3) аппроксимация торсов складками; 4) качение торсов друг по другу; 5) приложение теории торсов к геометрии поверхностей ненулевой гауссовой кривизны; 6) применение торсов в реальных конструкциях; 7) расчет тонких торсовых оболочек на прочность, устойчивость, динамику; 8) обобщение понятия торсовой поверхности на многомерный случай [48].

Результаты, полученные по всем указанным направлениям, влияют на рекомендации по применению торсов в реальных изделиях, конструкциях и сооружениях. Несмотря на успехи во всех направлениях человеческой деятельности, применение торсов в реальных конструкциях, выполненных не из тонкостенных металлических заготовок, еще не достигло удовлетворительного состояния.

Библиографический список

1. Кривошапко С. Н. Классификация линейчатых поверхностей // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2006. № 1. С. 10–20.
2. Hachette J. N. P. *Traité de géométrie descriptive comprenant les applications de cette géométrie aux ombres, à la perspective et à la stéréotomie*. 2nd edition. Paris: Corby Libraire Éditeur, 1822. 320 p.
3. Lawrence S. Developable surfaces: their history and application // Nexus Network Journal. 2011. Vol. 13 (3). Pp. 701–714.
4. Velimirovic L., Cvetkovic M. Developable surfaces and their application // Mongeometrija: Proceedings of the 24th International Scientific Conference on Descriptive Geometry. Serbia, September 25–27, 2008. Pp. 394–403.
5. Кривошапко С. Н. Геометрия линейчатых поверхностей с ребром возврата и линейная теория расчета торсовых оболочек. М.: Изд-во РУДН, 2009. 357 с.
6. Кривошапко С. Н., Мамиева И. А. Возможности применения торсов и торсовых оболочек в условиях Дагестана // Вестник Дагестанского гос. техн. ун-та. 2011. № 3 (22). С. 118–127.

7. Кривошапко С. Н. Применение, геометрические и прочностные исследования торсовых оболочек. Обзор работ, опубликованных после 2008 г. // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. № 2. С. 19–25.
8. Barry C. D. Working with developable surfaces // Boatbuilder. 2001. Jan/Feb. Pp. 1–8.
9. Selke W., Tiegel H. Fahrgastschiff «Johannes R. Becher» // Schiffbautechnik. Feb. 1962. Berlin. S. 61–68.
10. П'ятецький В. Ю. Судна спрощених форм для обмеженого фарватеру. Київ: АН УРСР, 1962.
11. Perez F., Suarez Suarez J. A. Quasi-developable B-spline surfaces in ship hull design // Computer-Aided Design. 2007. Vol. 39 (10). Pp. 853–862.
12. Орлов Д. М., Колотов К. С., Гвоздев Ю. В., Дроботько С. В. О приближенной замене неразвертываемой поверхности (обшивки) крыла самолета поверхностью развертываемой / под ред. Д. М. Орлова. Киев: Киевское инженерно-авиационное военное училище ВВС, 1959. 15 с.
13. Егоров Э. В., Викулин Ю. Ю. Проектирование математической модели поверхности адаптивного крыла // Прикладная геометрия. 2002. Вып. 4. № 5. 11 с. URL: <http://mai.ru/~apg>
14. Amol Bhanage. An overview of flat pattern development (FPD) methodologies used in blank development of sheet metal components of aircraft // Int. J. Mech. Eng. and Robotics Research. 2014. Vol. 3 (2). Pp. 33–43.
15. Elber G. Model fabrication using surface layout projection // CAD. April 1995. Vol. 27, № 4. Pp. 283–291.
16. Кобець А. С., Кобець О. М., Пугач А. М., Хотюн Г. В., Слакв С. О. Геометрична модель поверхні культиваторної лапи // Вісник Дніпропетровського Державного аграрного університету. 2011. № 2. С. 77–80.
17. Трухина В. Д. Моделирование и анализ линейчатых технических поверхностей (на примере изделий сельскохозяйственного машиностроения). Барнаул: Изд-во АлтГТУ им. И. И. Ползунова, 1996. 65 с.
18. Нитейский А. С. Конструирование лемешной поверхности рыхлителя на основе линейчатой развертывающейся полосы // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2013. № 5 (33). С. 122–126.
19. Пилипака С. Ф. Обоснование геометрических параметров рабочих органов косилки-измельчителя КПИ-2,4 // Прикладная геометрия и инженерная графика: сб. науч. тр. Вып. 40. Киев: Будивельник, 1985. С. 73–76.
20. Скидан И. А., Скирда А. М. Применение ЭВМ при конструировании центрифугальной машины УЦМ-2000 // Прикладная геометрия и инженерная графика: сб. науч. тр. Вып. 34. Киев: Будивельник, 1982. С. 135–139.
21. Polański S., Pianowski L. Rozwinięcia Powierzchni w Technice. Konstrukcje Wspomagane Komputerowo. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2001. 412 s.
22. Peres N. T. C. Geometry of involute helicoidal hob and gear teeth // Austral. J. Appl. Sci. 1954. Vol. 5, № 4. Pp. 309–329.
23. Люкишин В. С. Теория винтовых поверхностей в проектировании режущих инструментов. М.: Машиностроение, 1968. 372 с.
24. Семенченко И. И., Матюшин В. М., Сахаров Г. Н. Проектирование металлорежущих инструментов. М.: ГНТИ машиностроительной литературы, 1963. 952 с.
25. Мартиросов А. Л., Бескопильная С. В. Линейчатое зацепление. Ростов. инж.-строит. ин-т, Ростов. архит. ин-т. Ростов н/Д, 1992. 13 с. Деп. в ВИНТИ 09.03.92, № 750-B92.
26. Webb M. Realizing Frank O. Gehry's Vision and Challenging Contemporary Artists // Architecture and Urbanism. 1998. No. 7 (334). Pp. 110–129.
27. Flöry S., Pottmann H. Ruled surfaces for rationalization and design in architecture // LIFE in:formation. On Responsive Information and Variations in Architecture. Proceedings of the 30th Annual conference of Association for Computer Aided Design in Architecture, ACADIA. A. Sprecher et al. (Eds.). New York: ACADIA, 2010. Pp. 103–109.
28. Tang C., Bo P., Wallner J., Pottmann H. Interactive design of developable surfaces // ACM Transactions on Graphics. January 2016. Vol. 35, No. 2, Article 12. Pp. 1–12.
29. Glaeser Georg. The beauty of developable surfaces // Computational Aesthetics in Graphics. Visualization and Imaging: Abstracts. 2007. P. 5.
30. Glaeser Georg, Gruber Franz. Developable surfaces in contemporary architecture // Journal of Mathematics and the Arts. Vol. 1 (1). March 2007. Pp. 59–71.
31. Belyaeva Z. V., Berestova S. A., Mityushov E. A. Tangent developable surfaces elements in thin walled structures // Structural Membranes 2017: VIII Int. Conf. on Textile Composites and Inflatable Structures. K. Bletzinger, E. Oñate and B. Kröplin (Eds.). 9–11 October 2017, Munich, Germany. Barcelona: International Center for Numerical Methods in Engineering, 2018. Pp. 415–426.
32. Krivoshapko S. N., Rynkovskaya M. Five types of ruled helical surfaces for helical conveyers, support anchors and screws // MATEC Web of Conferences. 2017. Vol. 95 (ICMME 2016)). 5 p.
33. Krivoshapko S. N. Geometry and stress-strain analysis of right, oblique, and open helicoidal shells // Konferencja o geometrii. 24–25 wrzesnia 1999 r. Czestochowa: Wydawnictwo politechniki Czestochowskiej, 1999. Pp. 159–163.
34. Дергунов В. И., Лагунова М. В., Румянцев Е. В. Инженерные задачи в строительстве на чертежах

с числовыми отметками. Н. Новгород: Нижегород. гос. архит.-строит. ун-т, 2011. 48 с.

35. Бубякин И. В., Никитина Е. С. О применении геометрии комплексов плоскостей и круговых конусов к моделированию в строительстве // Математические заметки СВФУ. 2009. Т. 16 (1). С. 7–15.

36. Варварица А. Г. Аппроксимация топографической поверхности поверхностью одинакового ската // Прикладная геометрия и инженерная графика: сб. науч. тр. Вып. 21. Киев: Будивельник, 1976. С. 39–42.

37. Thibert B., Gratier Jean-Pierre, Morvan Jean-M. A direct method for modeling and unfolding developable surfaces and its application to the Venture Basin (California) // Journal of Structural Geology. 2005. Vol. 27 (2). Pp. 303–316.

38. Simon Kolmanič, Nikola Guid. The flattening of arbitrary surfaces by approximation with developable stripes // From Geometric Modeling to Shape Modeling. GEO 2000. IFIP — The International Federation for Information Processing, vol. 80. Boston: Springer, 2001. Pp. 35–46.

39. Chen Ming, Kai Tang. A fully geometric approach for developable cloth deformation simulation // The Visual Computer. 2010. Vol. 26 (6–8). Pp. 853–863.

40. Бозушко А. А. Построение разверток торсовых поверхностей с помощью ЭВМ // Прикладная геометрия и инженерная графика: сб. науч. тр. Вып. 47. Киев: Будивельник, 1989. С. 49–50.

41. Ito Miori, Imaoka Haruki. A method of predicting sewn shapes and a possibility of sewing by the theory of developable surfaces // Journal of the Japan Research Association for Textile End-Uses. 2007. Vol. 48. No 1. Pp. 42–51.

42. Баландина Е. А. Реконструкция сложных каркасных поверхностей на основе перспективно-числовой модели применительно к проектированию изделий легкой промышленности: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Омск, 2006. 19 с.

43. Павлова С. В. Разработка способа развертывания участка сложной поверхности с помощью торсового посредника для проектирования изделий индустрии моды: дис. ... канд. техн. наук. Омск, 2010. 149 с.

44. Ilhan Koman, Françoise Ribeyrolles. On my approach to making nonfigurative static and kinetic sculpture // Leonardo. 1979. Vol. 12, No 1. Pp. 1–4.

45. Кривошапко С. Н. Геометрия и прочность торсовых оболочек: Реферативная информация. М.: АСВ, 1995. 280 с.

46. Усов А. Г. Торсовые модели листов, изгибаемых захватами // Вестник Санкт-Петербургского гос. ун-та технологии и дизайна. Серия 1: Естественные и технические науки. 2017. № 5. С. 3–8.

47. Krivoshapko S. N., Shambina S. L. Design of developable surfaces and the application of thin-walled

developable structures // Serbian Architectural Journal (SAJ). 2012. Vol. 4. № 3. Pp. 298–317.

48. Soley Ersoy, Kemal Eren. Timelike tangent developable surfaces and Bonnet surfaces // Abstract and Applied Analysis. Vol. 2016. Article ID 6837543. 7 p.

References

1. Krivoshapko S. N. *Klassifikatsiya lineychatykh poverkhnostey* [Classification of ruled surfaces]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy – Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings*, 2006, no. 1, pp. 10–20.

2. Hachette J. N. P. *Traité de géométrie descriptive comprenant les applications de cette géométrie aux ombres, à la perspective et à la stéréotomie* [Descriptive geometry, including the use of time tree to the shadows, perspectives and stereotypes]. 2nd edition. Paris, Corby Libraire Éditeur Publ., 1822, 320 p.

3. Lawrence S. Developable surfaces: their history and application. *Nexus Network Journal*, 2011, vol. 13 (3), pp. 701–714.

4. Velimirovic L., Cvetkovic M. *Developable surfaces and their application*. Mongeometrija: Proceedings of the 24th International Scientific Conference on Descriptive Geometry. Serbia, September 25–27, 2008, pp. 394–403.

5. Krivoshapko S. N. *Geometriya lineychatykh poverkhnostey s rebrom vozvrata i lineynaya teoriya rascheta torsovykh obolochek* [Geometry of ruled surfaces with edge of regression and linear theory of calculation of developable shells]. Moscow, RUDN Publ., 2009, 357 p.

6. Krivoshapko S. N., Mamieva I. A. *Vozmozhnosti primeneniya torsov i torsovykh obolochek v usloviyakh Dagestana* [Feasibility of applying developable surfaces and shells in conditions of Dagestan]. *Vestnik Dagestanskogo gos. tekhn. un-ta – Bulletin of the Dagestan State Technical University*, 2011, no. 3 (22), pp. 118–127.

7. Krivoshapko S. N. *Primenenie, geometricheskie i prochnostnye issledovaniya torsovykh obolochek. Obzor rabot, opublikovannykh posle 2008 g.* [Geometric and strength studies of developable shells. Review of works published after 2008]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy – Construction mechanics and calculation of structures*, 2018, no. 2, pp. 19–25.

8. Barry C. D. Working with developable surfaces. *Boatbuilder*, 2001, Jan/Feb., pp. 1–8.

9. Selke W., Tiegel H. Fahrgastschiff «Johannes R. Becher» [Passenger Ship «Johannes R. Becher»]. *Schiffbautechnik*, Feb. 1962, Berlin, pp. 61–68.

10. P'yatets'kiy V. Yu. *Sudna sproshchenikh form dlya obmezhnogo farvateru* [Simplified form ships for limited channel]. Kiev, ANURSR Publ., 1962.

11. Perez F., Suarez J. A. Quasi-developable B-spline surfaces in ship hull design. *Computer-Aided Design*, 2007, vol. 39 (10), pp. 853–862.
12. Orlov D. M., Kolotov K. S., Gvozdev Yu. V., Droboťko S. V. *O priblizhennoy zamene nerazvertyvaemoy poverkhnosti (obshivki) kryla samoleta poverkhnost'yu razvertyvaemoy* [About the approximate replacement of the non-developable surface (skin) of the aircraft wing with the one having a deployable surface]. Ed. by Orlov D. M. Kiev, Kievskoe inzhenerno-aviatsionnoe voennoe uchilishche VVS Publ., 1959, 15 p.
13. Egorov Eh. V., Vikulin Yu. Yu. *Proektirovanie matematicheskoy modeli poverkhnosti adaptivnogo kryla* [Design of a mathematical model of the adaptive wing surface]. *Prikladnaya geometriya – Applied geometry*, 2002, iss. 4, no. 5, 11 p. Available at: <http://mai.ru/~apg>
14. Amol Bhanage. An overview of flat pattern development (FPD) methodologies used in blank development of sheet metal components of aircraft. *Int. J. Mech. Eng. and Robotics Research*, 2014, vol. 3 (2), pp. 33–43.
15. Elber G. Model fabrication using surface layout projection. *CAD*, April 1995, vol. 27, no. 4, pp. 283–291.
16. Kobets' A. S., et al. *Geometrichna model' poverkhni kul'tivatornoi lapi* [Geometric model of the surface of the cultivation legs]. *Visnik Dnipropetrovskogo Derzhavnogo agrarnogo universitetu – Bulletin of Dnepropetrovsk State Agrarian University*, 2011, no. 2, pp. 77–80.
17. Trukhina V. D. *Modelirovanie i analiz lineychatykh tekhnicheskikh poverkhnostey (na primere izdeliy sel'skokhozyaystvennogo mashinostroeniya)* [Modeling and analysis of linear technical surfaces (on the example of agricultural engineering products)]. Barnaul, AltGTU im. I. I. Polzunova Publ., 1996, 65 p.
18. Niteyskiy A. S. *Konstruirovaniye lemeshnoy poverkhnosti rykhlytelya na osnove lineychatoy razvertyvayushchey polosy* [Design of the ripper plough share surface on the basis of the ruled developable strip]. *Vestnik Sibirskoy gosudarstvennoy avtomobil'no-dorozhnoy akademii – Bulletin of Siberian State Automobile and Highway Academy*, 2013, no. 5 (33), pp. 122–126.
19. Pilipaka S. F. *Obosnovaniye geometricheskikh parametrov rabochikh organov kosilki-izmel'chitelya KPI-2, 4* [Substantiation of geometrical parameters of the working bodies of the mower-shredder KPI-2, 4]. *Sb. nauch. tr. «Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika»* [Coll. works "Applied geometry and engineering graphics"]. Iss 40. Kiev, Budivel'nik Publ., 1985, pp. 73–76.
20. Skidan I. A., Skirda A. M. *Primeneniye EhVM pri konstruirovani tseftrifugal'noy mashiny UTsM-2000* [The use of computers in the design of the centrifuge machine UCM-2000]. *Sb. nauch. tr. «Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika»* [Coll. works "Applied geometry and engineering graphics"]. Iss 34. Kiev, Budivel'nik Publ., 1982, pp. 135–139.
21. Polański S., Pianowski L. *Rozwinięcia Powierzchni w Technice. Konstrukcje Wspomagane Komputerowo* [Expanding the surface in engineering, design, computers]. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2001, 412 p.
22. Peres N. T. C. Geometry of involute helicoidal hob and gear teeth. *Austral. J. Appl. Sci.*, 1954, vol. 5, no. 4, pp. 309–329.
23. Lyukshin V. S. *Teoriya vintovykh poverkhnostey v proektirovani rezhushchikh instrumentov* [Theory of screw surfaces in the design of cutting tools]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1968, 372 p.
24. Semenchenko I. I., Matyushin V. M., Sakharov G. N. *Proektirovanie metallovezhushchikh instrumentov* [Design of metal-cutting tools]. Moscow, GNTI mashinostroitel'noy literatury Publ., 1963, 952 p.
25. Martirosov A. L., Beskopylnaya S. V. *Lineychatoye zatsepleniye* [Ruled coupling engagement]. Rostov. inzh.-stroit. in-t, Rostov. arkh. in-t. Publ. Rostov-on-Don, 1992, 13 p. Dep. v VINITI 09.03.92, no. 750-V92.
26. Webb M. Realizing Frank O. Gehry's Vision and Challenging Contemporary Artists. *Architecture and Urbanism*, 1998, no. 7 (334), pp. 110–129.
27. Flöry S., Pottmann H. *Ruled surfaces for rationalization and design in architecture*. LIFE information. On Responsive Information and Variations in Architecture. Proceedings of the 30th Annual conference of Association for Computer Aided Design in Architecture, ACADIA. A. Sprecher et al. (Eds.). New York, ACADIA Publ., 2010, pp. 103–109.
28. Tang C., Bo P., Wallner J., Pottmann H. Interactive design of developable surfaces. *ACM Transactions on Graphics*, January 2016. Vol. 35, no. 2, Article 12, pp. 1–12.
29. Glaeser Georg. *The beauty of developable surfaces. Computational Aesthetics in Graphics*. Visualization and Imaging: Abstracts. 2007, p. 5.
30. Glaeser Georg, Gruber Franz. Developable surfaces in contemporary architecture. *Journal of Mathematics and the Arts*, vol. 1 (1), March 2007, pp. 59–71.
31. Belyaeva Z. V., Berestova S. A., Mityushov E. A. *Tangent developable surfaces elements in thin walled structures*. Structural Membranes 2017: VIII Int. Conf. on Textile Composites and Inflatable Structures. K. Bletzinger, E. Oñate and B. Kröplin (Eds.). 9–11 October 2017, Munich, Germany. Barcelona, International Center for Numerical Methods in Engineering, 2018, pp. 415–426.
32. Krivoschapko S. N., Rynkovskaya M. Five types of ruled helical surfaces for helical conveyers, support anchors and screws. *MATEC Web of Conferences*, 2017, vol. 95 (ICMME 2016), 5 p.
33. Krivoschapko S. N. *Geometry and stress-strain analysis of right, oblique, and open helicoidal shells*. Konferencja o geometrii. 24–25 wrzesnia 1999 r. Czestochowa, Wydawnictwo politechniki Czestochowskiej Publ., 1999, pp. 159–163.

34. Dergunov V. I., Lagunova M. V., Rumyantsev E. V. *Inzhenernye zadachi v stroitel'stve na chertezhakh s chislovymi otmetkami* [Engineering tasks in the construction drawings with numeric straight readout]. N. Novgorod, Nizhegorod. gos.arkhit.-stroit. un-t Publ., 2011, 48 p.
35. Bubyakin I. V., Nikitina E. S. *O primeneniі geometrii kompleksov ploskostey i krugovykh konusov k modelirovaniyu v stroitel'stve* [On the application of the geometry of the complexes of planes and circular cones in construction modeling]. *Matematicheskie zametki SVFU – Mathematical notes of North-Eastern Federal University*, 2009, vol. 16 (1), pp. 7–15.
36. Varvaritsa A. G. *Approksimatsiya topograficheskoy poverkhnosti poverkhnost'yu odinakovogo skata* [Approximation of the topographic surface with the same surface slope]. *Sb. nauch. tr. «Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika»* [Coll. works "Applied geometry and engineering graphics"]. Iss. 21. Kiev, Budivelnik Publ., 1976, pp. 39–42.
37. Thibert B., Gratier Jean-Pierre, Morvan Jean-M. A direct method for modeling and unfolding developable surfaces and its application to the Venture Basin (California). *Journal of Structural Geology*, 2005, vol. 27 (2), pp. 303–316.
38. Simon Kolmanič, Nikola Guid. *The flattening of arbitrary surfaces by approximation with developable stripes. From Geometric Modeling to Shape Modeling*. GEO 2000. IFIP — International Federation for Information Processing, vol. 80. Boston: Springer, 2001, pp. 35–46.
39. Chen Ming, KaiTang. A fully geometric approach for developable cloth deformation simulation. *The Visual Computer*, 2010, vol. 26 (6–8), pp. 853–863.
40. Bogushko A. A. *Postroenie razvertok torsovykh poverkhnostey s pomoshch'yu EhVM* [Construction of expansions of developable surfaces with a computer]. *Sb. nauch. tr. «Prikladnaya geometriya i inzhenernaya grafika»* [Coll. works "Applied geometry and engineering graphics"]. Iss. 47. Kiev, Budivelnik Publ., 1989, pp. 49–50.
41. Ito Miori, Imaoka Haruki. A method of predicting sewn shapes and a possibility of sewing by the theory of developable surfaces. *Journal of the Japan Research Association for Textile End-Uses*, 2007, vol. 48, no 1, pp. 42–51.
42. Balandina E. A. *Rekonstruktsiya slozhnykh karkasnykh poverkhnostey na osnove perspektivno-chislovoy modeli primenitel'no k proektirovaniyu izdeliy legkoy promyshlennosti*. Avtoref. diss. kand. tekhn. nauk [Reconstruction of complex frame surfaces on the basis of perspective-numerical model in relation to design of products of light industry. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. Omsk, 2006, 19 p.
43. Pavlova S. V. *Razrabotka sposoba razvertyvaniya uchastka slozhnoy poverkhnosti s pomoshch'yu torsovogo posrednika dlya proektirovaniya izdeliy industrii mody*. Diss. kand. tekhn. Nauk [Development of a method of deployment of a site of a difficult surface by means of the torso intermediary for design of products of the fashion industry. Author's thesis of PhD in Sci. Tech. diss.]. Omsk, 2010, 149 p.
44. Ilhan Koman, Françoise Ribeyrolles. On my approach to making nonfigurative static and kinetic sculpture. *Leonardo*, 1979, vol. 12, no 1, pp. 1–4.
45. Krivoshapko S. N. *Geometriya i prochnost' torsovykh obolochek: Referativnaya informatsiya* [Geometry and strength of torso shells. reference information]. Moscow, ASV Publ., 1995, 280 p.
46. Usov A. G. *Torsovye modeli listov, izgibaemykh zakhvatami* [Torso models of sheets, bent by grabs]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo gos. un-ta tekhnologii i dizayna. Seriya 1: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Bulletin of the St. Petersburg State University of Technology and Design. Series 1: Natural and Technical Sciences*, 2017, no. 5, pp. 3–8.
47. Krivoshapko S. N., Shambina S. L. Design of developable surfaces and the application of thin-walled developable structures. *Serbian Architectural Journal (SAJ)*, 2012, vol. 4, no. 3, pp. 298–317.
48. SoleyErsoy, Kemal Eren. Timelike tangent developable surfaces and Bonnet surfaces. *Abstract and Applied Analysis*, vol. 2016. Article ID 6837543, 7 p.