Энергосбережение и энергоэффективность

УДК 699.86

© А. Е. Стахов, канд. техн. наук, доцент
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет)
E-mail: stahov_andrey@list.ru

© В. А. Фролькис, канд. физ.-мат. наук, доцент
(Санкт-Петербургский государственный
экономический университет)
E-mail: vfrolkis@vf13868.spb.ed.ru

© С. Ю. Кадокова, ст. преподаватель
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет)

© А. А. Андреев, инженер
(ООО «Энергострой»)
E-mail: andreenko.anna@list.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2018-16-4-107-112

© А. Е. Stahov, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering)
E-mail: stahov_andrey@list.ru

© V. A. Frolkis, PhD in Sci. Phys.-Math., Associate Professor
(Saint Petersburg State Economic University)
E-mail: vfrolkis@vf13868.spb.ed.ru

© S. Yu. Kadokova, senior lecturer
(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering)

© А. А. Andreenko, engineer
(LLC «Energostroy»)
E-mail: andreenko.anna@list.ru

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТЕПЛОВОЙ ЗАЩИТЫ ЗДАНИЯ

ECONOMIC AND MATHEMATICAL ANALYSIS OF THERMAL PROTECTION OF BUILDINGS

Рассматриваются предварительные оценки энергосервисных инвестиционных проектов. Построены экономико-математические модели тепловой защиты зданий. Произведен анализ принятой модели и построены графики теплопотерь для различных типоразмеров ограждающих конструкций зданий. Приведен пример экономического расчета для обоснования энергосервисного инвестиционного проекта.

Ключевые слова: математическая модель, регрессионный анализ, тепловые потери, кривые безразличия.

The article presents preliminary assessments of energy service investment projects. There have been built economic-mathematical models of thermal protection of buildings. An analysis of the adopted model has been made and heat loss graphs have been constructed for various sizes and types of enclosing structures. An example of economic calculation for substantiation of the energy service investment project is given.

Keywords: mathematical model, regression analysis, heat losses, indifference curves.

Оценка эффективности планируемых энергосервисных инвестиционных проектов требует их предварительного экономического анализа. Основное мероприятие по энергосбережению в жилищно-коммунальном хозяйстве — тепловая защита зданий — является предметом рассмотрений многочисленных публикаций как в профильных журналах [1–7], так и в изданиях фундаментального характера [8–14]. В них, в частности, рассматривались вопросы экономи-

ческой оптимизации принятых конструктивных решений с точки зрения минимизации срока окупаемости капитальных вложений в тепловую изоляцию и светопрозрачные конструкции в зависимости от стоимости сэкономленной тепловой энергии. В то же время здания могут очень отличаться по высотности, площади стен, покрытий, окон и балконных дверей. Необходимо провести анализ изменений теплопотерь в зависимости от физических параметров ограждаю-

щих конструкций: площадей и коэффициентов теплопередачи.

В табл. 1 представлены расчеты теплопотерь 5-этажного жилого дома:

$$F_{\text{СТ}} = 1470 \text{ м}^2; F_{\text{СВТ}} = 420 \text{ м}^2; R_{\text{СТ}}^{\text{норм}} = 3,1 \text{ м}^2 (\text{°C/Вт});$$

$$R_{\text{СВТ}}^{\text{норм}} = 0,55 \text{ м}^2 (\text{°C/Вт}),$$

где $F_{\text{СТ}}$, $F_{\text{СВТ}}$ — площади стен и светопрозрачных конструкций; $R_{\text{СТ}}^{\text{норм}}$, $R_{\text{СВТ}}^{\text{норм}}$ — нормативные значения сопротивления теплопередаче стен и светопрозрачных конструкций (окон и балконных дверей).

Нормативные теплопотери вычисляются по известному выражению

$$Q = (t_{\text{в}} - t_{\text{н}}) \left(\frac{F_{\text{СТ}}}{R_{\text{СТ}}} + \frac{F_{\text{СВТ}}}{R_{\text{СВТ}}} \right) = 44 \left(\frac{1470}{3,1} + \frac{420}{0,55} \right) = 54470 \text{ Вт}.$$

По этой же формуле получены данные табл. 1, на основании которых построены графики зависимости теплопотерь здания через стены, окна и балконные двери от значений их сопротивлений теплопередаче (рис. 1), которые варьируются в пределах $1,1 > R_{\text{СВТ}} > 0,4 \text{ м}^2 (\text{°C/Вт})$ и $4,5 > R_{\text{СТ}} > 1,1 \text{ м}^2 (\text{°C/Вт})$.

Таблица 1

Значения $R_{\text{СВТ}}$ при заданных значениях теплопотерь Q и $R_{\text{СТ}}$

$Q, \text{ Вт}$ \ $R_{\text{СТ}}, \frac{\text{м}^2 \cdot \text{°C}}{\text{Вт}}$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
110 000	0,40	0,28						
100 000	0,52	0,32						
90 000	0,72	0,39	0,32					
80 000		0,50	0,39	0,34	0,32			
70 000		0,69	0,49	0,42	0,38	0,36	0,34	
60 000		1,1	0,69	0,54	0,48	0,45	0,42	0,40
55 000			0,82	0,63	0,55	0,51	0,48	0,45
50 000			1,05	0,77	0,65	0,59	0,55	0,51
40 000					1,0	0,86	0,78	0,72

Рис. 1. Зависимость величин тепловых потерь здания от $R_{\text{СТ}}$ ($R_{\text{СТ}}$) и $R_{\text{СВТ}}$ ($\bar{R}_{\text{СВТ}}$)

Представляет практический интерес определение вида математической модели — аналитической зависимости $Q = f(R_{\text{СВТ}}, R_{\text{СТ}})$. Очевидно, что значения $R_{\text{СВТ}}$ и $R_{\text{СТ}}$ имеют не только технический, но и экономический характер вследствие их различной стоимости. Определенные трудности представляет то, что величины, входящие в исследуемую зависимость, разнопорядковые, поэтому нужно переходить к относительным безразмерным величинам. Переход осуществляется следующим образом: по каждой оси выбирается число, близкое к центру и являющееся нормативным, т. е. обязательным значением. И относительно этого нового нуля задается диапазон вариации характеристик $\bar{R}_{\text{СВТ}} = R_{\text{СВТ}} / 0,55$ и $\bar{R}_{\text{СТ}} = R_{\text{СТ}} / 3,1$. Соответственно получаем такие же относительные значения величин теплопотерь $\bar{Q}$; вновь полученные данные нанесены на графики рис. 1. Для обратного перехода в физи-

ческие величины строится дополнительный график $Q = f(\bar{Q})$ (рис. 2), который может быть аппроксимирован в первом приближении дробной функцией $Q = 54470 / \bar{Q}$.

Ищем зависимость вида

$$\bar{Q} = \bar{R}_{\text{СТ}}^{a_1} \cdot \bar{R}_{\text{СВТ}}^{a_2}, \quad (1)$$

где a_1, a_2 — параметры функции ($a_1 + a_2 = 1, 0$).

Для предварительного определения a_1 и a_2 проведем предварительный аналитический анализ. Имеем нормативные величины $R_{\text{СВТ}}^{\text{норм}} = 0,55 \text{ м}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{Вт}$, $R_{\text{СТ}}^{\text{норм}} = 3,1 \text{ м}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{Вт}$ и соответствующие площади ограждающих конструкций $F_{\text{СВТ}} = 420 \text{ м}^2$ и $F_{\text{СТ}} = 1470 \text{ м}^2$. Составим соотношения $F_{\text{СВТ}} / R_{\text{СВТ}} = 763,6$ и $F_{\text{СТ}} / R_{\text{СТ}} = 474,2$. Предположим, что коэффициенты a_1 и a_2 имеют такое же соотношение, как вышеприведенные числа. Тогда $a_1 = 0,39$, $a_2 = 0,61$. Соответственно выражение (1) переписывается как

$$\bar{Q} = \bar{R}_{\text{СТ}}^{0,39} \cdot \bar{R}_{\text{СВТ}}^{0,61}. \quad (2)$$

Корректность определения формулы (2) проверяется с помощью регрессионного анализа на основании данных табл. 2.

Полученные величины $a_1 = 0,384$; $a_2 = 0,616$ при 95 %-ном доверительном интервале статистически значимы по t -критерию Стьюдента и практически совпадают с первоначальными. Коэффициент детерминации $R^2 = 0,993$. В соответствии с полученным критерием F статистики уравнение регрессии адекватно исходным данным.

На рис. 3 показана поверхность $\bar{Q} = f(\bar{R}_{\text{СТ}}, \bar{R}_{\text{СВТ}})$.

Переходя от $\bar{Q}$ к Q (Вт), используя график на рис. 2 (или аппроксимирующее выражение в виде формулы), получаем новый дополнительный

Рис. 2. Зависимость значений теплотерь Q от $\bar{Q}$ (Вт)

ный вариант кривых рис. 1, изображенный на рис. 4.

Проанализируем выражение (2), используя методические подходы, связанные с анализом многофакторных производственных функций [15].

Разделим $\bar{Q}$ на $\bar{R}_{\text{СТ}}$ и $\bar{Q}$ на $\bar{R}_{\text{СВТ}}$, тогда

$$\bar{Q} / \bar{R}_{\text{СТ}} = \bar{R}_{\text{СТ}}^{-0,61} \cdot \bar{R}_{\text{СВТ}}^{0,61} = (\bar{R}_{\text{СВТ}} / \bar{R}_{\text{СТ}})^{0,61}; \quad (3)$$

$$\bar{Q} / \bar{R}_{\text{СВТ}} = \bar{R}_{\text{СТ}}^{0,39} \cdot \bar{R}_{\text{СВТ}}^{-0,39} = (\bar{R}_{\text{СТ}} / \bar{R}_{\text{СВТ}})^{0,39}. \quad (4)$$

Выражения (3) и (4) показывают, какие средние доли теплотерь определяются конкретными сочетаниями сопротивлений теплопередаче ограждений. Предельные теплотери показаны выражениями:

Таблица 2

Значения $\bar{Q} = f(\bar{R}_{\text{СТ}}, \bar{R}_{\text{СВТ}})$

$\bar{R}_{\text{СТ}} \backslash \bar{R}_{\text{СВТ}}$	2,0	1,81	1,63	1,45	1,27	1,09	1,0	0,91	0,73	0,55
0,33	$\bar{Q} = 0,99$	0,931	0,874	0,814	0,751	0,684	0,649	0,613	0,535	0,450
0,5	1,160	1,096	1,152	0,957	0,883	0,804	0,763	0,720	0,629	0,530
0,67	1,305	1,228	1,252	1,072	1,036	0,901	0,855	0,807	0,705	0,593
0,83	1,419	1,336	1,347	1,166	1,157	0,980	0,93	0,878	0,767	0,645
1,00	1,526	1,436	1,432	1,254	1,230	1,054	1,000	0,944	0,825	0,694
1,17	1,622	1,526	1,432	1,333	1,294	1,120	1,063	1,003	0,877	0,738
1,33	1,706	1,605	1,506	1,402	1,294	1,178	1,118	1,055	0,922	0,776
1,5	1,787	1,682	1,577	1,468	1,355	1,234	1,171	1,105	0,966	0,812

Рис. 3. Зависимость $\bar{Q} = f(\bar{R}_{СТ}, \bar{R}_{СВТ})$

$$\partial \bar{Q} / \partial \bar{R}_{СТ} = 0,39 \bar{R}_{СТ}^{-0,61} \bar{R}_{СВТ}^{0,61} = 0,39 (\bar{R}_{СВТ} / \bar{R}_{СТ})^{0,61}; \quad (5)$$

$$\partial \bar{Q} / \partial \bar{R}_{СВТ} = 0,61 \bar{R}_{СТ}^{0,39} \bar{R}_{СВТ}^{-0,39} = 0,61 (\bar{R}_{СТ} / \bar{R}_{СВТ})^{0,39}. \quad (6)$$

С увеличением слоя изоляции стен (при неизменном $R_{СВТ}$) предельные теплотери снижаются, т. е. изоляция становится все менее энергоэффективной. Под энергоэффективностью понимается отношение полезного эффекта при использовании дополнительного утепления (сокращение теплотер здания) к объему затраченных денежных средств на выполнение этой работы. Тот же вывод можно сделать и для увеличения теплоизолирующих способностей светопрозрачных конструкций (при неизменном $R_{СТ}$).

Рис. 4. Зависимость величин теплотер здания от $\bar{R}_{СТ}$ и $\bar{R}_{СВТ}$

Сопоставив выражения (3) с (5) и (4) с (6), получаем подтверждения очевидного вывода о том, что предельные соотношения меньше средних, т. е.

$$\partial \bar{Q} / \partial \bar{R}_{AB} = 0,39 \bar{Q} / \bar{R}_{AB} \quad (7)$$

и

$$\partial \bar{Q} / \partial \bar{R}_{AB} = 0,61 \bar{Q} / \bar{R}_{AB}. \quad (8)$$

Для определения показателя эластичности, т. е. величины, на которую увеличится $\bar{Q}$ при увеличении сопротивления теплопередаче ограждения на единичный интервал, из выражений (7) и (8) получаем

$$\partial \bar{Q} / \partial \bar{R}_{СТ} \cdot \bar{R}_{СТ} / \bar{Q} = 0,39 \quad (9)$$

и

$$\partial \bar{Q} / \partial \bar{R}_{СВТ} \cdot \bar{R}_{СВТ} / \bar{Q} = 0,61. \quad (10)$$

Выражение (2) позволяет рассчитать потребность в одном из уровней теплозащиты при заданной величине теплотер и другой величине R . Имеем

$$\bar{R}_{СТ} = \left(\bar{Q} / \bar{R}_{СВТ}^{0,61} \right)^{1/0,39} \quad (11)$$

и

$$\bar{R}_{СВТ} = \left(\bar{Q} / \bar{R}_{СТ}^{0,39} \right)^{1/0,61}. \quad (12)$$

Для оценки взаимозамещения способов усиления теплозащитных свойств ограждающих конструкций используется выражение предельной нормы замещения характеристик $R_{СТ}$ и $R_{СВТ}$:

$$\partial \bar{R}_{СВТ} / \partial \bar{R}_{СТ} = 0,39 \bar{R}_{СВТ} / 0,61 \bar{R}_{СТ} = 0,639. \quad (13)$$

Первая часть выражения (13) показывает значение возможного предельного замещения одного «ресурса» другим (коэффициент эластичности $0,39 / 0,61 = 0,64$).

Предположим, что теплозащита ограждений увеличивается в m раз, тогда выражение (2) можно записать как:

$$\bar{Q}_1 = (m \bar{R}_{СТ})^{0,39} \cdot (m \bar{R}_{СВТ})^{0,61} = m \bar{Q}, \quad (14)$$

где m — коэффициент, отличный от единицы.

При увеличении сопротивления теплопередаче в m раз потери тепла уменьшаются также в m раз.

Таковы основные характеристики, полученные в результате анализа функции вида (1), (2).

Приведем пример экономического расчета для обоснования энергосервисного инвестиционного проекта. Пусть заказчик ставит задачу определения результатов дополнительного утепления стен (от $R_{СТ} = 3,1 \text{ м}^2 \cdot \text{°C/Вт}$ ($\bar{R}_{СТ} = 1,0$) до $R_{СТ} = 4,5 \text{ м}^2 \cdot \text{°C/Вт}$ ($\bar{R}_{СТ} = 1,5$) и замены окон (вместо однокамерного стеклопакета

с $R_{\text{свт}} = 0,55 \text{ м}^2 \cdot \text{°C/Вт}$ ($\bar{R}_{\text{свт}} = 1,0$) устанавливается трехкамерный стеклопакет с $R_{\text{свт}} = 0,7 \text{ м}^2 \cdot \text{°C/Вт}$ ($\bar{R}_{\text{свт}} = 1,2$). По формуле (2) определяем тепловые потери здания: $\bar{Q} = 1,5^{0,39} \cdot 1,27^{0,61} = 1,355$; переходя от относительных величин к фактическим, по графику на рис. 2 получаем $Q = 40\,300 \text{ Вт}$.

Стоимость 1 м^2 теплоизоляции толщиной 12 см ($R_{\text{ст}} = 3,1 \text{ м}^2 \cdot \text{°C/Вт}$) составляет 240 руб. , то же толщиной 18 см ($R_{\text{ст}} = 4,5 \text{ м}^2 \cdot \text{°C/Вт}$) — 360 руб. Дополнительные затраты на дом составят $(360 - 240) \cdot 1470 = 176\,400 \text{ руб.}$ Разница в стоимости 1 м^2 однокамерного и трехкамерного стеклопакетов составляет 2000 руб. Дополнительные затраты $2000 \cdot 420 = 840\,000 \text{ руб.}$ Итоговые расходы на энергосберегающие мероприятия равны $176\,400 + 840\,000 = 1\,016\,400 \text{ руб.}$ Сокращение тепловых потерь: $54\,470 - 40\,300 = 14\,170 \text{ Вт/ч.}$ Соответствующий выигрыш по тепловой энергии за год (отопительный сезон 213 сут) будет равен

$$\Delta Q = 14\,170 \cdot 24 \cdot 213 \left(\frac{(20 + 1,3)}{(20 + 24)} \right) = 35\,059\,527 \text{ Вт} = 35,1 \text{ МВт.}$$

По известным методикам, например [3, 4, 6, 7, 9], можно определить сроки окупаемости инвестиций в зависимости от стоимости тепловой энергии в каждом конкретном случае.

Выводы

1. Реализация энергосервисного инвестиционного проекта требует предварительного качественного и количественного анализа с использованием экономико-математических моделей.

2. Предлагается использовать при математическом моделировании теплозащиты здания многофакторную модель вида $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$.

3. Оптимальное решение выбирается путем анализа принятой к рассмотрению модели.

Библиографический список

1. Андреев А. А. Управление энергосбережением — аспект предельной полезности // Энергосбережение. 2018. № 6. С. 20–23.
2. Васильев Г. П., Личман В. А. Эффективный уровень теплозащиты зданий с учетом стоимости жизненного цикла // АВОК. 2015. № 6. С. 54–63.
3. Горшков А. С. Об окупаемости инвестиций на утепление фасадов существующих зданий // Энергосбережение. 2014. № 4.

4. Горшков А. С., Муравьев П. А., Таракин А. В. Повышение уровня изоляции наружных стен малоэтажного дома // Энергосбережение. 2016. № 8. С. 30–35.

5. Табуничиков Ю. А. Энергосбережение и эффективность — мировая проблема предельной полезности // Энергосбережение. 2010. № 6. С. 1–13.

6. Ковалев И. Н., Табуничиков Ю. А. Особенности оптимизации толщины утеплителя наружных стен зданий. Системные аспекты // Энергосбережение. 2017. № 8. С. 22–32.

7. Ливчак В. И. Экономическая оптимизация теплозащиты зданий // АВОК. 2015. № 6. С. 46–51.

8. Богословский В. Н. Строительная теплофизика (теплофизические основы отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха). СПб.: АВОК-Северо-Запад, 2000. 400 с.

9. Дмитриев А. Н., Табуничиков Ю. А., Ковалев И. Н., Шилкин Н. В. Руководство по оценке экономической эффективности инвестиций в энергосберегающие мероприятия. М.: АВОК-ПРЕСС, 2005. 120 с.

10. Савин В. К. Строительная физика: энергоперенос, энергоэффективность, энергосбережение. М.: Лазурь, 2005. 432 с.

11. Самарин О. Д. Теплофизика. Энергосбережение. Энергоэффективность. М.: АСВ, 2011. 296 с.

12. Табуничиков Ю. А., Бродач М. М. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий. М.: АВОК-ПРЕСС, 2002. 194 с.

13. Табуничиков Ю. А., Бродач М. М., Шилкин Н. В. Энергоэффективные здания. М.: АВОК-ПРЕСС, 2003. 200 с.

14. Фокин К. Ф. Строительная теплотехника ограждающих конструкций зданий / под ред. Ю. А. Табуничикова, В. Г. Гагарина. 5-е изд. М.: АВОК-ПРЕСС, 2006. 256 с.

15. Терехов Л. Л. Производственные функции. М.: Статика, 1974. 128 с.

References

1. Andreenko A. A. *Upravlenie ehnergoberezheniem – aspekt predel'noy poleznosti* [Energy saving management as the ultimate utility point]. *Ehnergoberezhenie – Energy Saving*, 2018, no. 6, pp. 20–23.
2. Vasil'ev G. P., Lichman V. A. *Ehffektivnyy uroven' teplozashchity zdaniy s uchetom stoimosti zhiznennogo tsikla* [Effective level of thermal protection of buildings taking into account the life cycle cost]. *ABOK*, 2015, no. 6, pp. 54–63.
3. Gorshkov A. S. *Ob okupaemosti investitsiy na uteplenie fasadov sushchestvuyushchikh zdaniy* [Concerning the return on investment in the insulation of facades of existing buildings]. *Ehnergoberezhenie – Energy Saving*, 2014, no. 4.

4. Gorshkov A. S., Murav'ev P. A., Tarakin A. V. *Povyshenie urovnya izolyatsii naruzhnykh sten maloetazhnogo doma* [Increasing the insulation level of the external walls of low-rise buildings]. *Ehnergoberezhenie – Energy Saving*, 2016, no. 8, pp. 30–35.
5. Tabunshchikov Yu. A. *Ehnergoberezhenie i ehffektivnost' – mirovaya problema predel'noy poleznosti* [Energy saving and efficiency as the world problem of marginal utility]. *Ehnergoberezhenie – Energy Saving*, 2010, no. 6, pp. 1–13.
6. Kovalev I. A., Tabunshchikov Yu. A. *Osobennosti optimizatsii tolshchiny uteplitel'nykh sten zdaniya. Sistemye aspekty* [Features of optimizing the insulation layer thickness of the building external walls. System aspects]. *Ehnergoberezhenie – Energy Saving*, 2017, no. 8, pp. 22–32.
7. Livchak V. I. *Ehkonomicheskaya optimizatsiya teplozashchity zdaniy* [Economic optimization of thermal protection of buildings]. ABOK, 2015, no. 6, pp. 46–51.
8. Bogoslovskiy V. N. *Stroitel'naya teplofizika (teplofizicheskie osnovy otopleniya, ventilyatsii i konditsionirovaniya vozdukh)* [Construction thermophysics (thermophysical basics of heating, ventilation and air conditioning)]. St. Petersburg, ABOK-S-Zapad Publ., 2000, 400 p.
9. Dmitriev A. N., Tabunshchikov Yu. A., Kovalev I. N., Shilkin N. V. *Rukovodstvo po otsenke ehkonomicheskoy ehffektivnosti investitsiy v ehnergoberegayushchie meropriyatiya* [Guidance on evaluation of economic efficiency of investments in energy saving measures]. Moscow, ABOK-PRESS Publ., 2005, 120 p.
10. Savin V. K. *Stroitel'naya fizika: ehnergoperenos, ehnergoehffektivnost', ehnergoberezhenie* [Construction physics: energy transfer, energy efficiency, energy saving]. Moscow, Lazur' Publ., 2005, 432 p.
11. Samarin O. D. *Teplofizika. Ehnergoberezhenie. Ehnergoehffektivnost'* [Thermal physics. Energy saving. Energy efficiency]. Moscow, ASV Publ., 2011, 296 p.
12. Tabunshchikov Yu. A., Brodach M. M. *Matematicheskoe modelirovanie i optimizatsiya teplovoy ehffektivnosti zdaniy* [Mathematical modeling and optimization of thermal efficiency of buildings]. Moscow, AVOK-PRESS Publ., 2002, 194 p.
13. Tabunshchikov Yu. A., Brodach M. M., Shilkin N. V. *Ehnergoehffektivnye zdaniya* [Energy efficient buildings]. Moscow, AVOK-PRESS Publ., 2003, 200 p.
14. Fokin K. F. *Stroitel'naya teplotekhnika ograzhdayushchikh konstruktsey zdaniy* [Construction heat engineering of enclosing structures of buildings]. Ed. by Tabunshchikov Yu. A., Gagarin V. G. 5-th. ed. Moscow, AVOK-PRESS Publ., 2006, 256 p.
15. Terekhov L. L. *Proizvodstvennye funktsii* [Production functions]. Moscow, Statika Publ., 1974, 128 p.