УДК 539.3

© Л. М. Каган-Розенцвейг, д-р техн. наук, профессор
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет)
E-mail: Kagan_R@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2018-15-6-250-258

© L. M. Kagan-Rosenzweig, Dr. Sci. Tech., Professor
(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering)
E-mail: Kagan_R@mail.ru

К ИСТОРИИ СОЗДАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В БАЛКЕ

CONCERNING THE CREATION HISTORY OF APPLIED THEORY FOR SHEAR STRESS IN BEAM

Инженерный способ учета сдвигающих сил при изгибе стержня предложен Д. И. Журавским, является первым по времени крупным вкладом отечественного ученого в науку о сопротивлении материалов. В нашей стране в связи с технической теорией касательных напряжений упоминают исключительно имя Д. И. Журавского, за пределами же страны его имя ставят в одном ряду с именами В. Дж. Ренкина¹, Ж. Бресса² и Ф. Грасгофа³. Предлагаемая работа прослеживает историю создания теории по первоисточникам, выясняет время возникновения принятых в нашей стране исторических представлений.

Ключевые слова: сопротивление материалов, история науки.

The engineering method for calculating shearing forces in bending, proposed by D. I. Zhuravskii, is the first important contribution by a native scientist to the science of strength of materials. In our country only D. I. Zhuravskii is mentioned in connection with the technical theory of shearing stresses. Outside of the country his name is on a par with the names of W. J. Rankin, J. Bress and F. Grashof. The proposed article traces the history of the theory basing upon the primary sources and clarifies the occurrence time of historical views accepted in our country.

Keywords: strength of materials, history of science.

Автор знаком с теорией касательных напряжений при изгибе и как преподаватель и как научный работник, но, недавно посмотрев оригинальные работы, был удивлен, насколько исторические справки современных учебников далеки от действительности, и считает полезным изложить историю возникновения теории по первоисточникам. Познакомиться с оригинальными работами и оценить достоверность изложения теперь может любой желающий, не нужно даже выходить из дома: главные работы

¹ Уильям Джон Маккуорн Ренкин (5.07.1820–24.12.1872) — шотландский инженер, разносторонний исследователь, педагог. Один из создателей технической термодинамики и классической газовой динамики. Основные результаты в области механики деформируемого тела связаны с устойчивостью сыпучих тел и с законом упругости. Издал серию практических руководств по различным вопросам техники.

² Жак Бресс (9.10.1822–22.05.1883) — французский механик. Основные работы связаны с сопротивлением материалов. Ему, в частности, принадлежит теория ядра сечения и теорема трех моментов.

³ Франц Грасгоф (11.06.1826–26.10.1893) — немецкий механик, известен работами по кинематике, сопротивлению материалов и теплопередаче.

оцифрованы и выложены в сети, названия работ с указанием страниц имеются в данной статье, достаточно набрать запрос в поисковой строке браузера⁴. Незнание языков препятствием не является, так как под рукой онлайн-переводчик⁵.

О том, для чего полезно знать историю, хорошо написал Я. Г. Пановко во вступлении к работе, которая осталась неосуществленной⁶:

«Нет нужды подробно доказывать, насколько обедняется изучение любой науки, если оно лишено исторического элемента и не связывается с закономерностями ее развития.

Отказ от обсуждения исторического аспекта приводит к тому, что наука представляется чи-

⁴ Нужно набрать название работы на языке оригинала (см. список литературы). Поиск часто упрощается, если в поисковый запрос включить слова Internet Archive.

⁵ Таким способом автор переводил с английского, французского и немецкого языков цитируемые в статье тексты (конечно, с последующей обработкой машинного перевода).

⁶ Рукопись передала автору статьи доцент кафедры сопротивления материалов СПбГАСУ Т. А. Журавлева.

тателю как некая «статическая» данность, бог весть когда и навеки оформившаяся. Такое вне-историческое изложение не позволяет понять трудности формирования научных абстракций, скрывает сложную и поучительную борьбу идей; тем самым затрудняется создание критического отношения к нынешнему состоянию науки и делается невозможным понимание тенденций, а тем более, перспектив дальнейшего развития. Цветущий сад современной науки приобретает унылый вид гербария, в котором хранятся давным-давно увядшие листья».

Знать историю важно и по следующей причине. Научные идеи и абстракции зарождаются не сами собой, но возникают стараниями конкретных людей, которые вправе рассчитывать на благодарность — сохранение полученных ими результатов под их собственными именами.

Заканчивая вступительную часть, выражаю благодарность компании Google, которая хранит большой цифровой архив старых книг, доступный для всех пользователей. К сожалению, в этом архиве мало книг на русском языке.

История технической теории касательных напряжений в балке излагается в нашей стране и за ее пределами по-разному. В отечественных книгах, изданных после 1947 г., упоминается одна фамилия — Д. И. Журавского. Такой взгляд на историю вопроса с полной определенностью высказал С. А. Бернштейн [16, с. 63]:

«В результате работы Журавского, разрешившего вопрос о касательных напряжениях при изгибе, и деятельности французской школы, давшей решение для нормальных напряжений при любой форме профиля, проблема изгиба прямолинейного стержня в середине 1850-х годов оказалась разрешенной достаточно полно».

А. Ляв, автор знаменитого курса математической теории упругости, [11, с. 35] упоминает целый ряд фамилий:

«Теория кручения и прямого изгиба (simple bending) Сен-Венана вошла в технические руководства, но во многих современных учебниках по прикладной механике теория изгиба поперечной силой излагается по методу, предложенному Журавским и Ренкиным и развитому в дальнейшем Грасгофом⁷».

⁷ В издании книги на русском языке [11] термин «simple bending» переведен неверно, как «чистый изгиб».

Б. Сен-Венан в историческом очерке и примечаниях к книге А. Навье отмечает существенный вклад Ж. Бресса [3].

Источники. Составить собственное мнение помогают доступные в электронном виде различные издания мемуара А. Навье [1, 2, 3], издания руководства В. Дж. Ренкина [4, 5, 6], книги Ж. Бресса [7], Ж. Беланже [8]⁸, Ф. Грасгофа [9].

Отечественные книги имеются, например, в библиотеке СПбГАСУ, а именно, книга Д. И. Журавского [12], дореволюционные, довоенные и послевоенные курсы сопротивления материалов на русском языке.

В электронном виде доступны работы по истории сопротивления материалов, а именно «Краткая история исследований, касающихся сопротивления и упругости твердых тел» Б. Сен-Венана, включенная им в третье издание мемуара Навье 1864 г. [3]; уникальный труд И. Тодхантера и К. Пирсона⁹ 1886–1893 гг. [10]; написанный в 1906 г. исторический обзор А. Лява [11], служащий введением к его «Математической теории упругости».

Привлекаются также очерки по истории С. А. Бернштейна 1957 г. [16]. Эта книга излагает историю науки тенденциозно, на взгляд автора статьи, давно устарела, однако ее до сих пор иногда используют как источник исторических сведений.

Особое место занимает единственная в своем роде книга С. П. Тимошенко [15], которая в Америке издана в 1953 г., в России — в 1957 г., до сих пор является самой популярной книгой по истории сопротивления материалов. Книга увлекательно написана, содержит богатый фактический материал, однако изложение в ней не всегда беспристрастно, причем часто опускаются важные детали. Автор книги стремился нарисовать историю «крупными мазками», о чем он специально сообщает в предисловии: «Я стремился скорее следовать «Краткому историческому очерку» Сен-Венана и дать широкому кругу читателей исторический обзор главных этапов

⁸ Жан-Батист Беланже (4.04.1790–8.05.1874) — французский математик и механик. Основные работы посвящены гидравлике и гидродинамике.

⁹ Исаак Тодхантер (23.11.1820–1.03.1884) и Карл Пирсон (27.03.1857–27.04.1936) — английские математики. Тодхантер не довел до конца начатую им «Историю теории упругости», работу завершил Пирсон. Пирсон является основателем математической статистики.

в развитии нашей науки, не входя в излишние подробности» [15, с. 7].

Состояние вопроса во время создания технической теории (середина 50-х годов XIX века). Существование сдвигов поперечных сечений изогнутого стержня известно уже Куло-ну (1773 г.) и Томасу Юнгу (1807 г.). Л. Вика¹⁰ в 1833 г. настаивал на необходимости учета сдви-гов, назвал равнодействующую сдвигающих сил в поперечном сечении поперечной силой. На-вье ввел во второе издание 1833 г. своей книги «Résumé des leçons» [1, 2] дополнительные пара-графы, посвященные обсуждаемому эффекту.

Сен-Венан в 1837–1838, 1843 гг. учитывал сдвиг в расчете упругого стержня, распреде-лив сдвигающую силу равномерно по сечению. В 1855 г. (год представления работы в Париж-скую АН) он показал неравномерность сдвига по сечению, дал общий метод вычисления сред-ствами теории упругости, получил конкретные решения для простейших сечений [14].

Видим, что в середине 50-х годов задача вы-числения касательных напряжений при изгибе уже принципиально решена, но отсутствует тех-ническая теория, пригодная для сечений любой формы. Так описывает состояние вопроса Сен-Венан [3], чье мнение здесь является определяю-щим.

По-другому, тенденциозно и неверно, харак-теризует состояние вопроса С. А. Бернштейн [16, с. 59]: «Явление сдвигов при поперечном из-гибе было уже давно известно, когда Журавский впервые попытался подойти к нему расчетным путем».

Вначале проследим по оригинальным рабо-там историю появления формулы

$$\tau_{xz} = \frac{Q_z S_y^{\text{отс}}}{b I_y}, \quad (1)$$

которая связана с именами Журавского, Ренки-на, Бресса и не совсем корректно называется в отечественной литературе формулой Журавско-го. Традиционные обозначения величин считаем известными и не разъясняем.

Результат Журавского. Результат опубли-кован в России в 1856 г. во втором томе книги «О мостах раскосной системы Гау», приложе-

ние 3 [12, с. 139–161]. В этом же году результат опубликован во Франции [13, с. 328–351].

Журавский рассмотрел консоль прямоуголь-ного поперечного сечения, нагруженную сосре-доточенной силой P , и, разделив консоль на две части A , A' (рис. 1, чер. 2), из равновесия верхней части A получил силу, «стремящуюся разделить брус по поверхности фибр» в уровне оси бруса:

$$Q' = \frac{3}{2} \frac{P(l-x)}{h}. \quad (2)$$

Затем он показал, что равновесие нижней ча-сти A' дает такую же величину Q' , и вычислил силу в произвольном уровне AM (рис. 1, чер. 3). Любопытно, что на чер. 1 начало системы коор-динат расположено не в центре тяжести сечения. В формуле (2) штрих означает осреднение по длине балки.

Журавский, в первую очередь, по выражению из [16] «инженер-практик, строитель мостов». Определив скалывающую силу Q' в консоли, он делит эту силу на длину $l-x$, получая среднюю погонную силу, и сразу переходит к практиче-ским задачам: расчету элементов, объединяю-щих брусья в единую балку, и к обсуждению прочности коротких деревянных балок. Совре-

Рис. 1. Оригинальные рисунки из книги [12]

¹⁰ Луис Джозеф Вика (31.03.1786–10.04.1861) — французский инженер, изобретатель искусственного цемента.

менную формулу для погонной силы t в конкретном поперечном сечении (потока касательных напряжений)

$$t = \frac{QS_y^{\text{отс}}}{I_y}, \quad (3)$$

справедливую при произвольной поперечной нагрузке, он не получает, так как не применяет дифференциальную зависимость $dM/dx = Q$, довольствуется средним значением $Q'/(l-x)$. Однако, рассуждая о балке, нагруженной распределенной нагрузкой, он подразумевает именно точное значение силы t , а не ее среднюю величину $Q'/(l-x)$.

В современных учебниках точную формулу (3) иногда называют теоремой Журавского, что вполне оправданно. Именно так в начале XX века оценивал вклад Журавского в создание обсуждаемой теории Ф. С. Ясинский [19] (см. далее). Отметим, что касательные напряжения Журавский не определял [12, 13].

Результат Ренкина. В. Дж. Ренкин издал серию руководств по различным вопросам техники, в которых излагает в компактной форме достижения науки, необходимые для практических расчетов конструкций и механизмов. Первым, в 1858 году, издано «Руководство по прикладной механике» [4], которое потом переиздавалось только в Англии двадцать один раз вплоть до 1921 г. В предисловии Ренкин пишет:

«Работа ... содержит давно и широко известные факты и принципы попеременно с результатами, полученными недавно и представленными в не очень распространенных научных трудах и периодике, а также в устных лекциях. Некоторые результаты публикуются впервые».

Особо Ренкин не отмечает результаты, публикуемые впервые, однако таких результатов немало: собственные результаты по сопротивлению материалов он включил в Руководство [4].

Страницы 338–342 [4] посвящены обсуждаемому вопросу, который разработан всесторонне, излагается без ссылок на работы других авторов.

На этих страницах, во-первых, представлен современный вывод формулы для напряжения τ_{xz} , а именно, рассмотрен элементарный фрагмент балки длиной dx ; горизонтальным сечением выделена часть этого фрагмента и из условия равновесия с учетом формулы для нормального напряжения σ_x получена элементарная сдвигаю-

щая сила dT ; применена дифференциальная зависимость между M и Q ; делением на площадь $b dx$ элементарной площадки найдено напряжение τ_{xz} . Можно указать на единственный недостаток вывода: независимость напряжения τ_{xz} от горизонтальной координаты y подразумевается, но не оговорена явно.

Во-вторых, рассмотрены сечения разной формы (прямоугольник, круг, эллипс, полый прямоугольник и полый эллипс).

В-третьих, вычислены главные напряжения и построены их траектории. Имеется даже замечание, касающееся балок переменного сечения: «для балок переменного сечения результаты, представленные выше, хотя и не совсем правильны, но достаточно приемлемы для практических целей».

Новая теория предстает сразу в завершенном виде. Как она возникла, автору статьи неизвестно. Известно лишь, что Ренкин написал ряд работ по сопротивлению материалов, иногда основываясь на идеях, поданных ему отцом [15, с. 239], и то, что его теория появилась ранее менее разработанной теории Журавского–Бресса.

Руководство Ренкина по гражданскому строительству 1862 г. также содержит формулу для τ_{xz} [6, с. 266], но здесь она дана без вывода. Именно последнее руководство в 1870 г. переведено на русский язык.

Таким образом, В. Дж. Ренкин интересовался собственно касательными напряжениями в балке, представил завершенную техническую теорию вычисления напряжения τ_{xz} . Еще раз отметим год появления теории: 1858 г.

Развитие идеи Журавского во Франции. Сен-Венан рассматривал работу Журавского скорее как «изобретательные соображения», а не как законченную теорию. Говоря о своем собственном результате, он пишет в «Краткой истории» [3, с. 128]:

«Этот результат также вытекает косвенно из элементарных и изобретательных соображений, представленных несколько лет назад г-ном Журавским. Но только для конкретных форм сечения эти соображения дают достаточно приближительные результаты, и в общем случае их необходимо заменить более сложными».

Соображения Журавского превратил в техническую теорию Ж. Бресс. Он в 1859 г. выделил элементарный фрагмент балки, применил дифференциальную зависимость $dM/dx = Q$ [7] и получил для балки прямоугольного сечения формулу (1), поместив на стр. 204 работы следующее примечание: «Идея учета продольного сдвига заимствована из мемуара г-на Журавского, русского полковника инженерных войск». В ближайшие годы Бресс продвинулся дальше, рассмотрел сечения, отличные от прямоугольника.

Сен-Венан отмечает, что Бресс не только сделал рассуждение Журавского более общим [3, с. 392–393], но и применил его к «сечениям формы, отличной от прямоугольника, но всегда при условии малой ширины» [3, с. 394]. Это замечание опубликовано в 1864 г.

Завершенная теория сразу была включена в учебные курсы прикладной механики. Ж. Беланже в своем курсе [8, с. 93] сопровождает формулу (1) следующим комментарием: «Эта формула была выведена по-другому в Школе мостов и дорог г-ном Брессом, который, по его словам, заимствовал из Мемуара русского полковника Журавского идею учета продольного сдвига волокон».

Теория касательных напряжений Грасгофа.

Ф. Грасгоф вычислил вторую составляющую τ_{xy} касательного напряжения, опубликовал результат во втором издании [9, с. 123–129] книги «Теория упругости и прочности», 1878 г. На русском языке результат изложен в единственной работе [11], но не совсем так, как в оригинале, поэтому приведем рассуждения Грасгофа.

Рассматривается упругий стержень моносимметричного сечения, нагруженный в плоскости симметрии. Из соображений, которые поясняет рис. 2 (он скопирован из книги [9], изменены только обозначения напряжений), устанавливается связь между напряжениями τ_{xz} , τ_{xy} (на рис. 2 τ_z , τ_y соответственно), справедливая при любом законе изменения напряжения τ_{xz} по ширине сечения:

$$\tau_{xy} = -\tau_{xz} \frac{y}{b/2} \operatorname{tg} \varphi, \quad (4)$$

b — длина отрезка $B_1 B_0 B_1$.

Затем так, как делаем сейчас, выводится формула для напряжения τ_{xz} : вводится допущение о независимости напряжения τ_{xz} от координаты y ,

принимается закон изменения нормального напряжения $\sigma_x = M_y z / I_y$ вместе с дифференциальной зависимостью $dM_y / dx = Q_z$ и рассматривается равновесие соответствующего элементарного фрагмента балки.

Завершает теорию проверка соблюдения дифференциального уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0.$$

Граничные условия на контуре выполняются автоматически, так как уравнение (4) отталкивается от рис. 2.

Прием Грасгофа вычисления касательного напряжения τ_{xy} сразу вошел в руководства и учебники по сопротивлению материалов [17, 18], но приводится там без имени автора.

Теория в трудах историков. Труд И. Тодхантера, заверченный К. Пирсоном [7], задуман одновременно и как историческое исследование и как справочник для исследователей о том, что сделано. Труд оформлен в виде тематически и хронологически сгруппированных комментариев к статьям и книгам, способствовавшим, по мнению авторов, развитию науки, охватывает, в основном, издания, вышедшие ранее 1884 г., года смерти И. Тодхантера. Интересующие нас работы комментирует К. Пирсон, крупный математик, которому в первую очередь важны точные результаты.

Руководству Ренкина посвящены 5 страниц [10, с. 316–321] (всего работам по механике этого автора посвящены 34 стр.). Отмечается, что боль-

Рис. 2. Рисунок из книги [9]

шинство результатов руководства «попали в другие учебники и документы, временами с указанием авторства вскользь (scanty acknowledgment)» [10, с. 317]. Автор данной статьи узнал, что именно в этом руководстве уточнен целый ряд привычных теперь понятий, введен термин «коэффициент запаса прочности» (factor of safety), наиболее полно для своего времени изложена теория плоского напряженного состояния. Комментарий к обсуждаемому вопросу [10, с. 320–321] подтверждает новизну результата, но одновременно иллюстрирует отношение математика к прикладному исследованию:

«Затем переходит к ... изгибу..., к балкам равного и наибольшего сопротивления... и траекториям главных напряжений в балках. Все это рассматривается в предположении, что напряженное состояние балки при изгибе плоское, однако исследования Сен-Венана показали, что это неверно. Такие траектории напряжений, как на рисунке Ренкина ..., являются только грубой аппроксимацией. Также и подход Ренкина к влиянию сдвига одновременно с изгибом на прогиб ошибочен».

Комментарий к работе Журавского занимает менее половины страницы [10, с. 641–642]:

«Журавский отмечает, что прочность балки прямоугольного сечения уменьшится, если ее разделить на две одинаковых балки горизонтальной плоскостью; следовательно, существует компонента прочности балки, обусловленная поперечной адгезией волокон, или, нашими собственными словами, наблюдается сдвиговое напряжение вдоль нейтральной оси балки. ... Исследование Журавского, наводящее на размышления, не является, однако, правильным, поскольку оно предполагает, что напряжение сдвига равномерно по всей ширине поперечного сечения. Это, конечно, ... не так. ... В то же время Сен-Венан похвалил идею Журавского».

Видим, какую важную роль в судьбе идеи Журавского сыграл Сен-Венан.

Книга Грасгофа 1876 г. оказалась вне пределов временного интервала, который отражен в исследовании [10].

Отечественный читатель знаком с историей сопротивления материалов в основном по двум книгам [15, 16]. Очерк С. А. Бернштейна 1957 г. [16, с. 58–68] излагает обсуждаемый вопрос при-

страстно, о чем автор и не скрывает, начиная главу эпиграфом: «Европа в отношении России всегда была столь же невежественна, как и неблагодарна. А. С. Пушкин».

Очерк приписывает Журавскому как постановку задачи о вычислении касательных напряжений, так и ее решение. Факты не позволяют обосновать такое утверждение, поэтому они корректируются или умалчиваются: точное решение Сен-Венана 1855 г. названо «полученным впоследствии», игнорируются ранние работы этого же автора, игнорируются работы Бресса, результат Ренкина датируется 1862 г., годом выхода руководства [6] и т. д.

На изложении вопроса в книге Тимошенко [15] остановимся подробно, не касаясь причин такого изложения. В полном согласии с Сен-Венаном рассказ ведется не о формуле, а о методе Журавского. Автор не искажает факты, но сообщает только об избранных, смещая тем самым акценты. Приведем примеры.

Вслед за изложением метода Журавского сообщается: «Сен-Венан с похвалой высказался о приближенном методе Журавского и в своих дополнениях к третьему изданию пользуется этим методом в применении к балкам прямоугольного профиля». Выше цитировался текст Сен-Венана, где говорится о применении метода после его обобщения Брессом.

Со ссылкой на книги Бресса [7] и Беланже [8] Тимошенко сообщает, что «метод Журавского вошел в учебники по сопротивлению материалов». Тот факт, что Ж. Бресс, пользуясь этим методом, получил формулу (1), опущен.

Рассказывая о Ренкине, Тимошенко использует 14-е издание «Руководства» [5, 1895 г.]¹¹, пишет о том, что Ренкин внес «серьезный вклад в теорию изгиба балок, приняв в соображение влияние касательных напряжений на величину прогиба», приводит (в преобразованном виде) необходимую формулу со стр. 343 [5]. На соседние страницы 338–342, где выводится формула для касательных напряжений, он не заглядывает и о результатах по этому вопросу не сообщает.

Теория касательных напряжений Грасгофа не упомянута, хотя портрет Ф. Грасгофа и отдельные факты из его биографии приведены.

¹¹ В [5] имеется предисловие к первому изданию, датированное 1858 г., что не позволяет отнести результаты к более позднему времени.

Появление названия «формула Журавского». В России в начале XX века Журавского считали автором формулы для погонных сдвигающих сил в стержне прямоугольного сечения. Ф. С. Ясинский пишет [19, с. 174]: «Элементарная формула для скалывающих сил на единицу длины ... выведена впервые Журавским для прямоугольного сечения и обобщена Брессом для всевозможных сечений».

Постепенно исторические представления менялись, процесс изменения отражают упоминания имени Журавского в отечественных учебниках по сопротивлению материалов и строительной механике.

Автор свел результаты просмотра учебников, изданных не позднее 1955 г., в таблицу. В графе «Имя» указано положение теории, которое связывают с именем Журавского, если имя не упомянуто — поставлен прочерк.

Видим, что переоценка вклада Журавского начинается в начале 30-х годов. В дореволюционных книгах дифференциальную зависимость при изгибе $dM_y / dx = Q_z$ часто называли теоремой Шведлера. В начале 30-х годов стали называть теоремой Шведлера-Журавского, затем теоремой Журавского. Подробнее об этом в следующем разделе.

Впервые назвал Журавского автором частного случая формулы для касательного напряжения Н. М. Беляев (см. таблицу). В шестом, переработанном, посмертном издании его учебника 1949 г. впервые применено название «формула Журавского». Так озаглавлен целый раздел учебника. В предисловии, подписанном В. К. Качуриным, указано, что при переработке «значительно полнее отражена роль отечественных ученых в развитии науки о сопротивлении материалов». Напомним, что в это время проходила кампания по «борьбе с низкопоклонством перед Западом».

О дифференциальных зависимостях при изгибе. В современной отечественной литературе с именем Журавского иногда связывают дифференциальную зависимость

$$\frac{dM}{dx} = Q, \quad (5)$$

называя уравнение (5) теоремой Шведлера-Журавского [21] или даже теоремой Журавского [22]. Как видно из таблицы, название появилось

в отдельных учебниках 30-х годов XX века. Изложим историю формулы (5) подробнее.

Журавский формулу (5) не использовал. Именно по этой причине он не оформил свою идею в завершенном виде.

Для Ренкина и Бресса формула (5) представляла собой промежуточный результат, который получали, дифференцируя выражение

$$M = \sum P_i(x - x_i)$$

для изгибающего момента в стержне, нагруженном системой сосредоточенных сил. Такой способ построения формулы предполагает $Q \neq 0$, так что из условия $Q = 0$ нельзя вычислять координату экстремума момента.

Уравнение (5) получил, а главное, подробно изучил Ф. Шведлер в 1851 г. [20]. Сейчас выведем уравнение (5) простейшим образом, рассматривая равновесие элементарного фрагмента балки. Шведлер применил достаточно сложный оригинальный прием, который воспроизведем, отказавшись от обозначений автора.

Пусть балка на двух шарнирных опорах длиной l нагружена поперечной нагрузкой интенсивности $p(x)$. Реакции левой и правой опор R_l , R_p приравняем равнодействующим распределенной нагрузки с частей балки длиной a и $l - a$ соответственно:

$$R_l = \int_0^a p d\bar{x}, \quad R_p = \int_a^l p d\bar{x}, \quad R_l + R_p = \int_0^l p d\bar{x}.$$

Теперь рассмотрим равновесие фрагмента балки слева от сечения x . Поперечная сила в сечении

$$Q = R_l - \int_0^x p d\bar{x} = \int_0^a p d\bar{x} - \int_0^x p d\bar{x}, \quad x > a.$$

Сумма моментов сил относительно левой опоры равна нулю, так что

$$M - \int_0^x p \bar{x} d\bar{x} - Qx = M - \int_0^x p \bar{x} d\bar{x} - x \left(\int_0^a p d\bar{x} - \int_0^x p d\bar{x} \right) = 0.$$

Дифференцирование по координате x второй половины последнего равенства приводит к уравнению (5).

Шведлер исследовал результат (5): установил координату экстремума момента, рассмотрел частные случаи. Правда, вторая дифференциальная зависимость $dQ / dx = -p$ в работе отсутствует, зато имеется уравнение $d^2 M / dx^2 = -p$ [20, с. 163].

Заключение. Научные идеи возникают стараниями конкретных людей, которые вправе рассчитывать на благодарность — сохранение по-

Упоминания имени Журавского в учебниках

Автор	Название	Год	Имя
Евневич	Руководство к изучению законов сопротивления строительных материалов...	1868	– Нет форм.(1)
Лукашевич	Курс строительной механики.	1881	–
Кирпичёв	Сопротивление материалов. Ч. 1	1898	–
Фепплъ	Теория сопротивления материалов и теории упругости	1901	–
Ясинский	Собрание сочинений. Т. 3	1905	1
Проскуряков	Сопротивление материалов	1902	–
Митинский	Строит. механика. Сопротивление материалов.	1905, 1907	2
Зернов	Сопротивление материалов	1908	–
Соколовский	Курс сопротивления материалов. Ч. 2	1926	–
Бобарыков	Сопротивление материалов. Ч. 1	1930	–
Подольский	Сопротивление материалов	1930	3
Дружинин	Теория сопротивления материалов.	1931	–
Левинсон	Техническая механика. Часть третья. Статика. Сопротивление материалов	1931	–
Мухортов	Сопротивление материалов. Основы теории элементарных строительных расчетов	1932	4
Безухов	Строит. механика. Ч. 1. Сопротивл. материалов	1933	4
Глушков	Сопротивление материалов. Ч. 1	1934	4
Иванов	Сопротивление материалов. Изд. 6.	1934	2, 4
Никифоров	Сопротивление материалов для строительных ВТУзов	1936	–
Иванов	Сопротивление материалов. Изд. 8.	1938	4, 5
Беляев	Сопротивление материалов. Изд. 2	1938	6
Филоненко-Бородич и др.	Сопротивление материалов. Ч. 1	1940	–
Кинасошвили	Элементарный курс сопротивления материалов	1941	4, 5
Папкович	Труды по строительной механике корабля. Т. 1	1941	4
Пешль	Сопротивление материалов	1948	–
Беляев	Сопротивление материалов. Изд. 5 (посмертное)	1949	7
Филоненко-Бородич и др.	Курс. Сопротивления материалов. Ч. 1	1949	7
Попов	Сопротивление материалов	1953	7
С именем Журавского связаны:			
1 — Формула для потока касательного напряжения.			
2 — Гипотеза о постоянстве касательного напряжения по ширине, совместно с Брессом.			
3 — Обнаружение касательных напряжений при изгибе, совместно с Сен-Венаном.			
4 — Дифференциальная зависимость названа теоремой Шведлера–Журавского.			
5 — Дифференциальная зависимость названа теоремой Журавского.			
6 — Журавский назван автором частного случая формулы (1).			
7 — Формула (1) названа формулой Журавского или он назван единственным автором технической теории.			

лученных ими результатов под их собственными именами. Это соображение побудило автора с необходимыми ссылками на первоисточники изложить для людей, специально не занимающихся историей науки, реальную историю появления технической теории касательных напряжений.

Для историка науки, возможно, будет новым год появления названия «формула Журавского» — 1949 год.

Библиографический список

1. Navier C. Résumé des leçons ... , 1st ed. Paris, 1826. 428 p.
2. Navier C. Résumé des leçons ... , 2nd ed. Paris, 1833. 448 p.
3. Navier C. Résumé des leçons ..., third ed. Paris. 1864. 851 p.
4. Rankine W. J. A manual of applied mechanics. 1st ed. London-Glasgow, 1858. 640 p.
5. Rankine W. J. A manual of applied mechanics. 14 ed. London, 1885. 671 p.

6. Rankine W. J. A manual of civil engineering. London, 1862. 783 p. [Имеется русский перевод. Ренкин. Руководство для инженеров строителей. СПб., 1870.]
7. Bresse J. Cours de mécanique appliqué. Paris, 1859. 470 p.
8. Belangere J.-B. Théorie de la résistance des solides. Paris, 1862. 147 p.
9. Grashof F. Theorie der elasticität und festigkeit. Berlin, 1878.
10. Todhanter I., Pirson K. A history of the elasticity. Vol. II. Part 1. Cambridge, 1893. 762 p.
11. Love A. A treatise on the mathematical theory of elasticity. 2nd ed. Cambridge, 1906. 551 p. Русский перевод с четвертого издания: А. Ляв. Математическая теория упругости. 1935 г. 674 с.
12. Журавский Д. И. О мостах раскосной системы. Гау. Ч. 2. СПб., 1856. 161 с.
13. Журавский Д. И. Sur la résistance d'un corps prismatique et d'une pièce composée en bois ou en tôle de fer à une force perpendiculaire à leur longueur. Annales des Ponts et Chaussées. 1856. № 150. p. 328–351.
14. Сен-Венан Б. Мемуар об изгибе призм. В кн. Б. Сен-Венан. Мемуар о кручении призм, мемуар об изгибе призм. 1961. 518 с.
15. Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов. М.: Гостехиздат, 1957. 536 с.
16. Бернштейн С. А. Очерки по истории механики. М.: Стройиздат, 1957. 236 с.
17. Bach C. Elastizität und Festigkeit. Berlin, 1905. 668 p.
18. Феппл А. Теория сопротивления материалов и теория упругости. СПб, 1901. 418 с.
19. Ясинский Ф. С. Собрание сочинений. Т. 3. 1905 г.
20. Schwedler F. W. Theorie der Brückenbalkeosysteme. Zeitschrift für bauwesen. 1851. S. 114–123, 162–173, 265–278.
21. Папкович П. Ф. Труды по строительной механике корабля. Т. 1. Л.: Судостроение, 1962. 576 с.
22. Дарков А. И., Шпиро Г. С. Сопротивление материалов М.: Высшая школа, 1975. 654 с.

References

1. Navier C. *Résumé des leçons ...*, 1-st ed. Paris, 1826, 428 p.
2. Navier C. *Résumé des leçons ...*, 2-nd ed. Paris, 1833, 448 p.
3. Navier C. *Résumé des leçons ...*, 3-rd ed. Paris. 1864, 851 p.
4. Rankine W. J. *A manual of applied mechanics*. 1-st ed. London - Glasgow, 1858, 640 p.
5. Rankine W. J. *A manual of applied mechanics*. 14 ed. London, 1885, 671 p.

6. Rankine W. J. *A manual of civil engineering*. London, 1862, 783 p. [Russian translation is available: Rankine. *Rukovodstvo dlya inzhenerov stroiteley* [A manual for civil engineers]. St. Petersburg, 1870.]
7. Bresse J. *Cours de mécanique appliqué*. Paris, 1859, 470 p.
8. Belangere J.-B. *Théorie de la résistance des solides*. Paris, 1862, 147 p.
9. Grashof F. *Theorie der Elastizität und Festigkeit*. Berlin, 1878.
10. Todhanter I., Pirson K. *A history of the elasticity*. Vol. II, Pt. 1. Cambridge, 1893, 762 p.
11. Love A. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. 2-nd ed. Cambridge, 1906, 551 p. Russian translation of the 4-th ed.: A. Lyav. *Matemicheskaya teoriya uprugosti* [Mathematical theory of elasticity]. 1935, 674 p.
12. Zhuravskii D. I. *O mostakh raskosnoy sistemy Gau*. [Struts bridges of William Howe]. Pt. 2. St. Petersburg, 1865, 161 p.
13. Zhuravskii D. I. *Sur la résistance d'un corps prismatique et d'une pièce composée en bois ou en tôle de fer à une force perpendiculaire à leur longueur*. Annales des Ponts et Chaussées. 1856, no. 150, pp. 328–351.
14. Sen-Venan B. *Memuar ob izgibe prizm* [Memoir on the flexion of prisms]. V kn.: B. Sen-Venan. *Memuar o kruchenii prizm, memuar ob izgibe prizm* [In the book: Saint-Venant. Memoir on the torsion of prisms, memoir of bending prisms.]. 1961, 518 p.
15. Timoshenko S. P. *Istoriya nauki o soprotivlenii materialov* [History of science about resistance of materials]. Moscow, Gostekhnizdat Publ., 1957, 536 p.
16. Bernshteyn S. A. *Ocherki po istorii mekhaniki* [Essays on the history of mechanics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1957, 236 p.
17. Bach C. *Elastizität und Festigkeit*. Berlin, 1905, 668 p.
18. Fepl' A. *Teoriya soprotivleniya materialov i teoriya uprugosti* [Theory strength of materials and theory of elasticity]. St. Petersburg, 1901, 418 p.
19. Yasinskiy F. S. *Sobranie sochineniy* [Collected works]. Vol. 3. 1905.
20. Schwedler F. W. *Theorie der Brückenbalkeosysteme*. *Zeitschrift für Bauwesen*. 1851, pp. 114–123, 162–173, 265–278.
21. Papkovich P. F. *Trudy po stroitel'noy mekhanike korablya* [The works on the construction mechanics of the ship]. Vol. 1. Leningrad, Sudostroenie Publ., 1962, 576 p.
22. Darkov A. I., Shpiro G. S. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1975, 654 p.