УДК 624.011.2, 691.175.5.743

© С. В. Федосов, д-р техн. наук, профессор,
академик РААСН
(Ивановский государственный политехнический
университет)

E-mail: prezident@ivgpu.com

© С. А. Малбиев, канд. техн. наук, доцент,
академик МАНЭБ, советник РАЕН

E-mail: nata.khomch@yandex.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2018-15-6-25-29

© S. V. Fedosov, Dr. Sci. Tech., Professor,
Academician of RAACS, Department Head
(Ivanovo State Polytechnic University)

E-mail: prezident@ivgpu.com

© S. A. Malbiev, PhD in Sci. Tech., Associate Professor,
Academician of International Academy of Ecology
and Life Protection Sciences (IAELPS),

Technical Adviser of RANS

E-mail: nata.khomch@yandex.ru

СТРУКТУРНЫЕ КОНСТРУКЦИИ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПОКРЫТИЙ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ С ХИМИЧЕСКИ АГРЕССИВНОЙ СРЕДОЙ. ЧАСТЬ 2. НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС

STRUCTURAL DESIGNS FROM POLYMER MATERIALS FOR COVERINGS OF BUILDINGS AND STRUCTURES SUBJECTED TO CHEMICALLY AGGRESSIVE ENVIRONMENT. PART 2. NON-STATIONARY HEAT TRANSFER

Рассматриваются большепролетные перекрестно-стержневые пространственные конструкции из поливинилхлоридных труб для покрытий. Перекрестно-стержневые пространственные конструкции (ПСПК) регулярной ячеистой структуры широко применяются в отечественном и зарубежном строительстве для большепролетных покрытий зданий и сооружений различного назначения. Отличительной особенностью ПСПК является многократная повторяемость элементарных прямоугольных, треугольных и других ячеек, образованных однотипными стержнями. Рассмотрен теплоперенос в пространственной стержневой пластине для граничных условий верхнего и нижнего поясов. Приведен расчет распределения безразмерных температур с иллюстрацией.

Ключевые слова: пластмассовый стержень, ПВХ-труба, пространственная система, стержневая пластина, температура, теплоперенос.

The article considers large-span cross-core spatial designs (CCSD) made of polyvinylchloride pipes for coverings. Cross-core spatial designs (CCSD) of regular cellular structure are widely used in domestic and foreign construction for large-span coverings of buildings and structures for various purposes. A distinctive feature of the CPSS is the multiple repeatability of elementary cells having rectangular, triangular and other shapes formed by the same type of rods. Heat transfer in a spatial core plate for the boundary conditions of the upper and lower belts is considered. A calculation of the distribution of dimensionless temperatures with an illustration is submitted.

Keywords: plastic rod, PVC pipe, spatial system, core plate, temperature, heat transfer.

В первой части статьи [3] рассмотрены некоторые вопросы напряженно-деформированного состояния (НДС) пластинчатых перекрестно-стержневых пространственных конструкций (ПСПК) квадратной и круглой формы в плане с точечным опиранием под воздействием статической равномерно распределенной нагрузки. Прочностные и деформационные расчеты выполнены в предположении воздействия стацио-

нарного температурного поля. Однако, как показывают исследования многих авторов [1, 2, 8–13], температурные воздействия существенно влияют на НДС несущих и ограждающих строительных конструкций, снижая их несущую способность и одновременно повышая деформативность. Такие климатические воздействия регламентированы СП 20.13330 «Нагрузки и воздействия»¹.

¹ СП 20.13330. Нагрузки и воздействия (с картами). Актуализированная редакция СНиП 2.01.07–85*.

Однако температурные воздействия могут быть и производственными, связанными с технологическим процессом. Установлено, что в хлебопекарных помещениях температура окружающего воздуха на уровне роста человека составляет 20–25 °С, а на уровне перекрытия может достигать 60 °С и более. Аналогичный температурный перепад выявлен на крытых рынках, в торговых центрах, плавательных бассейнах, аквапарках, теплицах и др.

В частности, нормативный документ² регламентирует определение расчетных сопротивлений конструкционных пластмасс по формуле

$$R^t = Rm_t, \quad (1)$$

где R^t и m_t — расчетные сопротивления и коэффициенты условий работы материалов, эксплуатируемых при повышенных температурах.

Из конструкционных пластмасс коэффициенты m_t предусмотрены только для органического стекла ПММА (полиметилметакрилат) и листового ПВХ. Коэффициенты для трубчатых элементов ПВХ отсутствуют. При этом m_t принимается равным единице при $t = 20$ °С. Влияние повышенных температур на развитие деформаций конструкционного ПВХ в нормативно-технической документации также не описано.

Согласно законам технической термодинамики и теории теплопроводности [1, 8–11] тепловой конвективный поток движется вверх от пола помещения к потолочной конструкции. При этом, упираясь в междуэтажное перекрытие либо покрытие здания или сооружения, тепловой поток оказывается в «ловушке», так как междуэтажное перекрытие является границей между этажами, а утепленное кровельное покрытие препятствует теплопотерям в окружающую среду.

Даже в многоквартирных жилых домах в пределах одного этажа по результатам обследований температурное поле на уровне пола и потолка отличается до 10 °С. Причем в зимний период во время отопительного сезона (в зависимости от региона в течение нескольких месяцев) эта разница температур может достигать и большего значения.

Пространственные стержневые плиты покрытия в зависимости от типа и размеров элементарной ячейки [5, 6] могут иметь толщину

от 1,0 до 2,0 м. В отапливаемом здании с утепленным покрытием тепловой поток в стержневой решетке не только встречает препятствие в виде многослойного рулонного ковра, но и концентрируется с увеличением температуры в пределах толщины стержневой плиты. В зоне повышенных температур находятся нижний и верхний пояса, а также стержневые элементы решетки. При этом разница температур в нижнем растянутом поясе и верхнем — сжатом может достигать нескольких градусов.

За границу применимости технической теории расчета покрытий из ПСПК принимается тождество, отражающее связь физических и жесткостных характеристик повторяющихся элементов континуальной (сплошной) и дискретной (стержневой) пластины. Это условие возможно, так как в пластинах и стержневых плитах несущая способность на изгиб и кручение пропорциональна цилиндрической жесткости, а несущая способность на срез — модулю сдвига. Допущением приближенных методов расчета является пренебрежение относительными сдвиговыми деформациями поясных сеток, т. е. считается, что в структурном покрытии, так же как и в пластинах или балках, имеет место гипотеза прямых нормалей [4–6]:

$$\frac{G_{\text{спл}}}{G_{\text{ст}}} = \frac{D_{\text{спл}}}{D_{\text{ст}}}, \quad (2)$$

где $G_{\text{спл}}$, $G_{\text{ст}}$ — модули сдвига сплошной и стержневой плиты соответственно, МПа; $D_{\text{спл}}$, $D_{\text{ст}}$ — цилиндрическая жесткость сплошной и стержневой плиты соответственно, МПа · м³.

Учет наличия стержневой решетки в пластине производится с помощью коэффициентов трансверсальной изотропии [7]:

$$k = \left(2 \frac{G}{G'} - \nu' \frac{E}{E'} \right) \frac{h^2}{10(1-\nu^2)}; \quad \delta^2 = \frac{10G'}{h^2G}, \quad (3)$$

где $G = E/2(1+\nu)$ — модуль сдвига для плоскости изотропии, МПа; G' — то же для плоскости, нормальной к плоскости изотропии, МПа; ν — коэффициент Пуассона при растяжении в плоскости изотропии; ν' — то же, нормально плоскости изотропии; E — модуль упругости Юнга в плоскости изотропии, МПа; E' — то же, нормально плоскости изотропии, МПа; h — толщина пластины, м.

² Рекомендации по проектированию и расчету конструкций с применением пластмасс. М.: ЦНИИСК, 1969. 150 с.

Полагая, что ПСПК представляет собой стержневую плиту (пластину), рассмотрим ее нагревание конвективным тепловым потоком. Заметим, что в зимний период влиянием теплового потока со стороны окружающего воздуха можно пренебречь в связи с тем, что снежный покров на кровле является хорошим теплоизоляционным слоем независимо от утепленного или неутепленного режима эксплуатации помещения.

В стержневой пластине теплоперенос важен только для нижних и верхних поясных стержневых труб с соответствующими узловыми соединительными элементами. Поскольку длина всех поясных стержней и раскосов одинакова, а усилия растяжения и сжатия в последних в среднем на 30 % меньше, чем в поясных, то теплопереносом в раскосах можно пренебречь. Кроме того, тепловой поток будет частично отражаться от поверхности наклонно расположенных раскосов.

Таким образом, задача тепломассопереноса будет сводиться только к определению безразмерных температурных полей нижней и верхней граней стержневой пластины.

Вывод дифференциальных уравнений теплопереноса основан на применении закона сохранения энергии к бесконечно малому элементу окружающей среды с учетом потоков тепла через поверхность этого элемента, а также выделения или поглощения тепловой энергии в объеме этого элемента.

В соответствии с теорией теплопроводности А. В. Лыкова [8] процесс нагревания пластины при равномерном начальном распределении температур характеризуется нестационарным дифференциальным уравнением параболического типа с соответствующими граничными условиями:

$$\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(a \frac{\partial t}{\partial x} \right); \quad \tau > 0; \quad 0 \leq x \leq R; \quad (4)$$

$$t(x, 0) = t_0(x); \quad (5)$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (6)$$

$$\alpha [t_c - t(R, \tau)] = \lambda \frac{\partial t(R, \tau)}{\partial x}, \quad (7)$$

где t — температура, К; τ — время, с; a, λ — коэффициенты температуропроводности и теплопроводности материала пластины, м²/с, Вт/(м × К);

α — коэффициент теплоотдачи (теплообмена между поверхностью и средой), Вт/(м² × К); x — текущая координата по толщине пластины, м; R — половина толщины пластины, м; начало координат (ноль) находится в центре пластины; t_c — температура окружающей среды, К.

Для удобства вычислений введем безразмерную температуру и теплообменный критерий Фурье:

$$Fo = \frac{a\tau}{R^2};$$

$$T(\bar{x}, Fo) = \frac{t_c - t(x, \tau)}{t_c - t_0}; \quad \bar{x} = \frac{x}{R}. \quad (8)$$

Тогда система выражений (4)–(7) преобразуется в безразмерной форме к виду [1]

$$\frac{\partial T(\bar{x}, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 T(\bar{x}, Fo)}{\partial \bar{x}^2}; \quad Fo > 0; \quad 0 \leq \bar{x} \leq 1; \quad (9)$$

$$T(\bar{x}, 0) = 1; \quad (10)$$

$$\frac{\partial T(0, Fo)}{\partial \bar{x}} = 0; \quad (11)$$

$$\frac{\partial T(1, Fo)}{\partial \bar{x}} = -Bi T(1, Fo), \quad (12)$$

где Bi — тепловой критерий Био; $Bi = \frac{\alpha l}{\lambda}$, l — длина рассматриваемого участка. В формуле (10) учтен частный случай равномерного начального распределения температур.

Решение данной краевой задачи на основе теории теплопроводности [8] приведено в [1].

В общем виде решение краевой задачи на основе полученного решения для неравномерного распределения температур по толщине пластины [1] представляется следующим образом:

$$T(\bar{x}, Fo) = \frac{t_c - t(x, \tau)}{t_c - t_0} = 2Bi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\mu_n \bar{x}) \exp(-\mu_n^2 Fo)}{\mu_n [\sin \mu_n (1 + Bi) + \mu_n \cos \mu_n]}, \quad (13)$$

где $\mu_n = i\sqrt{S_n}$; $i^2 = -1$; S_n — комплексная переменная.

Рассмотрим процесс теплопереноса слабой интенсивности, что характерно для термопластичных полимеров (ПВХ, ПЭ, ПК, ПММА и др.), характеризующийся тем, что величина теплового критерия Био имеет малое значение, теоретически можно допустить $Bi \rightarrow 0$.

Для первого члена ряда, который является наиболее значимым, из характеристического уравнения [1]

$$\operatorname{tg} \mu_n = \frac{Bi}{\mu_n} = 0; \sin \mu_n = 0 \rightarrow \mu_n = n\pi; \mu_1 = \pi. \quad (14)$$

Например, для малого значения $Bi = 0,015$ из характеристического уравнения (14) $\mu_1 \operatorname{tg} \mu_1 = 0,015$ или $\operatorname{ctg} \mu_1 = \frac{\mu_1}{0,015}$. Решение находим на пересечении кривой $y_1 = \operatorname{ctg} \mu_1$ и прямой линии $y_2 = \frac{\mu_1}{0,015}$. В результате имеем $\mu_1 = 0,33$. Подстановка указанных значений в (13) приводит к выражению

$$T(\bar{x}, Fo) = 0,03 \frac{\cos(0,33\bar{x}) \exp(-0,1Fo)}{0,33[\sin 0,34 + 0,33 \cos 0,33]}. \quad (15)$$

Расчеты распределения безразмерных температур по выражению (15) показаны на рис. 1.

Для больших значений теплового критерия Био, когда теоретически $Bi \rightarrow \infty$, температура на поверхности стержня принимает значение, равное температуре окружающей среды t_c .

Из характеристического уравнения [1]

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \mu_n &= \frac{Bi}{\mu_n} \rightarrow \operatorname{tg} \mu_n = \infty; \\ \frac{\cos \mu_n}{\sin \mu_n} &= 0 \rightarrow \cos \mu_n = \\ &= 0 \rightarrow \mu_n = \frac{\pi}{2}(2n-1) \rightarrow \mu_1 = \frac{\pi}{2} = 1,57. \end{aligned} \quad (16)$$

И тогда решение (13) преобразуется к выражению

$$\begin{aligned} T(\bar{x}, Fo) &= \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \cos \left[\frac{\pi}{2}(2n-1)\bar{x} \right] \times \\ &\times \exp \left[-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2 Fo \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Рис. 1. Распределение безразмерных температур по толщине пластины в зависимости от значений числа Фурье ($Bi = 0,015$) Fo : 1 — 0,01; 2 — 1; 3 — 5; 4 — 10

Результаты расчетов распределения безразмерных температур по этому выражению приведены на рис. 2.

В рассмотренных материалах обеих частей статьи предлагается учитывать фактор времени (соответственно (7) в части 1 [3] и (4) в данной части). Термопластичные конструкционные полимеры интенсивно реагируют на температурные воздействия с изменением прочностных и деформационных свойств, регламентированных действующей нормативно-технической документацией.

Рис. 2. Распределение безразмерных температур по толщине пластины в зависимости от значений числа Фурье ($Bi \rightarrow \infty$) Fo : 1 — 0,01; 2 — 0,05; 3 — 0,1; 4 — 0,5; 5 — 1; 6 — 5

Библиографический список

1. Федосов С. В. Тепломассоперенос в технологических процессах строительной индустрии. Иваново: ИПК «ПресСто», 2010. 364 с.
2. Федосов С. В., Малбиев С. А. Применение коррозионностойких строительных материалов в несущих конструкциях покрытий зданий текстильных предприятий // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2017. № 5. С. 204–208.
3. Федосов С. В., Малбиев С. А. Структурные конструкции из полимерных материалов для покрытий зданий и сооружений с химически агрессивной средой. Часть 1. Прочность и деформативность в стационарном тепловом поле // Вестник гражданских инженеров. 2018. № 3 (68). С. 54–61.
4. Ржаницын А. Р. Представление сплошного изотропного упругого тела в виде шарнирно-стержневой системы // Исследования по вопросам строительной

механики и теории пластичности (Сб. ЦНИПС). М.: Госстройиздат, 1956. С. 84–96.

5. Хисамов Р. И. Расчет и конструирование структурных покрытий. Киев: Будивельник, 1981. 48 с.

6. Михайлов Б. К., Малбиев С. А. Конструкции из дерева и пластмасс. Перекрестно-стержневые пространственные конструкции покрытий зданий и сооружений. Иваново: ИГХТУ, 2008. 402 с.

7. Амбарцумян С. А. Разномодульная теория упругости. М.: Наука, 1982. 320 с.

8. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967. 600 с.

9. Лыков А. В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. 472 с.

10. Брюханов О. Н., Шевченко С. Н. Тепломассообмен. М.: АСВ, 2005. 460 с.

11. Савин В. К. Строительная теплофизика: энергоперенос, энергоэффективность, энергосбережение. М.: Лазурь, 2005. 424 с.

12. Сидоров В. Н., Ахметов В. К. Математическое моделирование в строительстве. М.: АСВ, 2007. 336 с.

13. Гордеев В. Н., Лантух-Лященко А. И., Пашинский В. А., Перельмутер А. В., Пичугин С. Ф. Нагрузки и воздействия на здания и сооружения. М.: АСВ, 2007. 676 с.

References

1. Fedosov S. V. *Teplomassoperenos v tekhnologicheskikh protsessakh stroitel'noy industrii* [Heat and mass transfer in technological processes of the construction industry]. Ivanovo, PresSto Publ., 2010, 364 p.

2. Fedosov S. V., Malbiev S. A. *Primenenie korrozionnostoykikh stroitel'nykh materialov v nesushchikh konstruktsiyakh pokrytiy zdaniy tekstil'nykh predpriyatiy* [Application of corrosion-resistant building materials in bearing structures of coverings of textile enterprise buildings]. *Izvestiya vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti – News of higher education institutions. Technology of textile industry*, 2017, no. 5, pp. 204–208.

3. Fedosov S. V., Malbiev S. A. *Strukturnye konstruksii iz polimernykh materialov dlya pokrytiy zdaniy i sooruzheniy s khimicheski agressivnoy sredoy. Chast' 1. Prochnost' i deformativnost' v statsionarnom teplovom pole*

[Structural designs from polymer materials for coverings of buildings and structures subjected to chemically aggressive environment. Part 1. Strength and deformability in a stationary thermal field]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2018, no. 3 (68), pp. 54–61.

4. Rzhanytsyn A. R. *Predstavlenie sploshnogo izotropnogo uprugogo tela v vide sharnirno-sterzhnevoy sistemy* [Presenting a solid isotropic elastic body in the form of a joint-rod system]. *Sb. TsNIPS «Issledovaniya po voprosam stroitel'noy mekhaniki i teorii plastichnosti»* [TsNIPS coll. works “Research on structural mechanics and plasticity theory”]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1956, pp. 84–96.

5. Khisamov R. I. *Raschet i konstruirovaniye strukturnykh pokrytiy* [Calculation and design of structural coverings]. Kiev, Budivelnik Publ., 1981, 48 p.

6. Mikhaylov B. K., Malbiev S. A. *Konstruksii iz dereva i plastmass. Perekrestno-sterzhnevyye prostranstvennyye konstruksii pokrytiy zdaniy i sooruzheniy* [Wood and plastic designs. Cross-core spatial design of coverings of buildings and structures]. Ivanovo, IGKhTU Publ., 2008, 402 p.

7. Ambartsumyan S. A. *Raznomodul'naya teoriya uprugosti* [The theory of elasticity of various modules]. Moscow, Nauka Publ., 1982, 320 p.

8. Lykov A. V. *Teoriya teploprovodnosti* [Thermal conductivity theory]. Moscow, Vyssh. shk. Publ., 1967, 600 p.

9. Lykov A. V. *Teoriya sushki* [Theory of drying]. Moscow, Ehnergiya Publ., 1968, 472 p.

10. Bryukhanov O. N., Shevchenko S. N. *Teplomassobmen* [Heat and mass transfer]. Moscow, ASV Publ., 2005, 460 p.

11. Savin V. K. *Stroitel'naya teplofizika: ehnergoperenos, ehnergoeffektivnost', ehnergoberezhenie* [Construction thermal physics: energy transfer, energy efficiency, energy saving]. Moscow, Lazur' Publ., 2005, 424 p.

12. Sidorov V. N., Akhmetov V. K. *Matematicheskoe modelirovaniye v stroitel'stve* [Mathematical modeling in construction]. Moscow, ASV Publ., 2007, 336 p.

13. Gordeev V. N., et al. *Nagruzki i vozdeystviya na zdaniya i sooruzheniya* [Load and effects on buildings and structures]. Moscow, ASV Publ., 2007, 676 p.