УДК 621.039.536.2:693.55

© В. И. Морозов, д-р техн. наук, профессор
© Э. К. Опбул, канд. техн. наук, зав. лабораторией
© Фан Ван Фук, аспирант
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет)
E-mail: phucprodhv@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2018-15-4-28-35

© V. I. Morozov, Dr. Sci. Tech., Professor
© Eh. K. Opbul, PhD in Sci. Tech., laboratory head
© Phan Van Phuc, post-graduate student
(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering)
E-mail: phucprodhv@gmail.com

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПРОЧНОСТЬ ТОРЦЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, ОПЕРТЫХ ПО КОНИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОРПУСОВ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

STRESSED STATE AND STRENGTH OF THE ABUTTING MEMBERS SUPPORTED ON THE CONIC SHAPED SURFACE OF HIGH PRESSURE SHELLS

Проведены аналитическое и численное исследования работы осесимметричных толстых плит в виде усеченного конуса при действии равномерно распределенной нагрузки. С использованием известных критериев прочности бетона и принятых предпосылок в аналитическом способе расчета, а также на основе численного программного комплекса ANSYS WORKBENCH выполнены расчеты по определению величины предельной нагрузки и напряженного состояния с учетом шпоночного сопряжения толстой плиты с несущей силовой стенкой корпуса высокого давления, в том числе в зависимости от ее достаточно высокой в одном и слабой в другом случаях (переменной) жесткости. Приведен сравнительный анализ результатов расчетов, который показывает адекватность предлагаемых методов расчета.

Ключевые слова: корпус высокого давления, торцевой элемент, осесимметричная толстая плита, несущая силовая стенка, радиальные напряжения, тангенциальные напряжения, вертикальные напряжения, внутреннее давление, равномерно распределенная нагрузка, шпонка.

There has been carried out analytical and numerical study of the work of axisymmetric thick truncated cone shaped plates under the action of uniformly distributed load. Using the known criteria for concrete strength and accepted assumptions in the analytical calculation method, and also on the basis of the numerical software complex ANSYS Workbench, calculations were made with the purpose of determining the extreme pressure value and the stressed state, taking into account the key type conjugation of the thick plate with the load-bearing wall of the high-pressure shell, meanwhile observing the dependencies on variable rigidity, which may be high enough in one case and weak in another case. A comparative analysis of the calculation results is presented that shows the adequacy of the proposed calculation methods.

Keywords: high-pressure shell, abutting member, axisymmetric thick plate, load-bearing wall, radial stresses, tangential stresses, vertical stresses, internal pressure, evenly distributed load, key.

Рассмотрим работу осесимметричных толстых плит, опертых на коническую поверхность и нагруженных равномерно распределенной нагрузкой.

Известно [1], что толстые плиты могут быть использованы в концевых участках корпусов вы-

сокого давления (КВД) ядерных реакторов (ЯР). В обиходе обычно их называют торцевыми элементами (ТЭ).

На рис. 1 представлена оригинальная конструкция цилиндрического КВД ЯР из тяжелого армоцемента (ТАЦ) [1–3], в которой в целях

исключения вероятного смещения плит относительно несущей стенки предусмотрены специальные шпонки.

Задачей настоящей статьи является изучение работы торцевых элементов под действием равномерно распределенной нагрузки в зависимости от их условий опирания и жесткости несущей стенки корпуса. При решении аналитической задачи, основанной на классической теории пластичности, используется программный комплекс MathCad 15, а в численном методе исследования — программный комплекс ANSYS WorkBench R18.1.

Цель статьи — создание аналитического и численного метода расчета предельной величины нагрузки и напряженного состояния ТЭ КВД применительно к ЯР.

Для реализации достоверного численного расчета соответственно необходимо адекватная расчетная схема, отвечающая действительному напряженно-деформированному состоянию при работе ТЭ под нагрузкой. Ниже рассматриваются варианты расчетной схемы при шпоночном сопряжении несущих элементов КВД, зависящие от ее жесткости.

В первом случае рассматривается осесимметричная толстая бетонная плита со шпоночным сопряжением с несущей стенкой, причем услов-

но считается, что несущая стенка имеет достаточно высокую жесткость. С учетом принятого шпоночного сопряжения конструктивных элементов и жесткой несущей стенкой корпуса, в плоском деформированном состоянии расчетная схема ТЭ имеет вид, представленный на рис. 2. При жесткой и прочной несущей стенке будут практически отсутствовать радиальные перемещения, и допускаем, что толстая плита до образования трещин работает по балочной схеме [3].

В [4–6] при рассмотрении вопросов о прочности конструкций с учетом сложного напряженного состояния установлено, что разрушение бетона при осевом сжатии может происходить по наклонной плоскости. В этом случае трещинообразование начинается у опор боковой поверхности (см. рис. 2) с последующим появлением наклонных трещин. При дальнейшем нарастании нагрузки с появлением нормальных трещин формируется сферический свод.

В [3] впервые предложено формирование расчетной схемы в виде толстого сферического свода и приводятся соответствующие расчетные формулы. При этом, используя приведенную схему, получено решение задачи о предельном давлении с учетом соответствующих критериев прочности.

Рис. 1. Расчетные схемы: а — КВД ЯР; б — ТЭ в виде толстой плиты; 1 — несущая силовая стенка из ТАЦ; 2 — торцевой элемент; 3 — шпонки; P_0 — внутреннее давление

Рис. 2. Расчетная схема бетонного торцевого элемента с несущей стенкой высокой жесткости: а — в стадии трещинообразования; б — в стадии образования сферического свода; 1 — свод; 2 — зона растяжения в опорных участках; 3 — трещины

Отметим, что по подобной схеме были проведены экспериментальные исследования осесимметричной плиты [6], где также закономерно были обнаружены процессы, происходящие при трехосном напряженном состоянии.

Во втором случае условно имеем относительно небольшую жесткость несущей силовой стенки (рис. 3), где с нарастанием действующей нагрузки ТЭ распирает или раздвигает стенку в радиальном направлении. В какой-то момент начнется трещинообразование в растянутой нижней зоне ТЭ, причем оно начнется с образованием нормальной трещины в середине пролета элемента (см. рис. 3, а) из-за очевидной слабой жесткости несущей стенки. При этом толщина свода по сравнению с первым случаем будет значительно отличаться, причем в меньшую сторону (см. рис. 3, б).

Таким образом, когда жесткость несущей стенки низкая, то имеем невысокую несущую способность ТЭ.

Третий случай. Для того чтобы ТЭ с несущей стенкой малой жесткости заработал эффективно, необходимо, например, использовать армирование (рис. 4, а). При этом, когда ТЭ имеет необходимое количество арматуры, условно допускаем, что перемещения в радиальном направлении можно пренебречь. В связи с этим, как и в первом случае, допускается формирование аналогичного напряженно-деформированного состояния (НДС) в элементе, и мы получим соответствующую расчетную схему, представленную на рис. 4, б.

Можно допустить, что в данном случае характерные процессы (момент образования и разви-

тия трещин, образование свода и т. д.) все-таки в большей степени будут зависеть от поведения стальной арматуры под нагрузкой.

Таким образом, по аналогии с [3] определяют расчетные параметры свода a , b и напряжения свода.

Критерий прочности бетона по Баландину [7–11] имеет вид:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (R_b - R_{bt})(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = R_b R_{bt}. \quad (1)$$

С учетом $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_\theta$; $\sigma_3 = \sigma_r$ из (1) получим

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - (R_b - R_{bt})(2\sigma_1 + \sigma_3) = R_b R_{bt}. \quad (2)$$

Дифференциальное уравнение равновесия в сферической системе координат применительно к рассматриваемой задаче по [8–10]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (3)$$

С учетом выражений (2) и (3) получим

$$\frac{d(\sigma_r)}{dr} = \frac{1}{r} \left(2 \cdot M + 2 \cdot \sqrt{M^2 + 3 \cdot M \cdot \sigma_r + N} \right), \quad (4)$$

где $M = R_b - R_{bt}$; $N = R_b R_{bt}$.

Имеем следующие граничные условия для сферы: при $r = a$ $\sigma_r = 0$ и при $r = b$ $\sigma_r = P_0$.

Далее на программном комплексе MathCad 15 с разрешающей функцией Odesolve и с учетом принятых граничных условий и выражения (4) получим величину предельной нагрузки и напряжений ТЭ.

В качестве иллюстрации использования полученных зависимостей ниже приводится пример расчета.

Рис. 3. Расчетная схема бетонного торцевого элемента с несущей стенкой очень низкой жесткости: а — стадия образования и развития нормальной трещины; б — конечная стадия образования сферического свода небольшой толщины

Рис. 4. Расчетная схема железобетонного торцевого элемента с обычной несущей стенкой: а — в стадии трещинообразования; б — в стадии образования сферического свода

Исходные данные ТЭ для бетона В40¹ [2, 3]: $R_b = 22$ МПа, $R_{bt} = 1,4$ МПа, $b_b = 0,587$ м, $h = 0,75$ м.

Согласно [1, 3] графически определяем расчетные параметры свода: $a = 612$ мм; $b = 922$ мм.

Результаты расчета приведены в табл. 1 и представлены на рис. 5, 6.

Полученная расчетная величина максимального давления: $P_0 = 51$ МПа.

Создание численного метода расчета ТЭ на программном комплексе ANSYS WorkBench R18.1^{2,3} [12] будет строиться на основе получен-

¹ СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 с изменениями № 1, 2).

² ANSYS Inc, 2018. ANSYS Mechanical Theory Reference: Release 18.1. Canonsburg PA, USA.

³ LS-DYNA, Theory Manual, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, California, 2015.

ных результатов аналитического программного расчета MathCad 15.

Исходные данные ТЭ для бетона В40⁴ [2, 3]: $R_b = 22$ МПа, $R_{bt} = 1,4$ МПа, $b_b = 0,587$ м, $h = 0,75$ м, $E_b = 36\,000$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,18$.

В численном методе расчета предпринята попытка учета влияния двухосного сжатия на прочность бетона. В данном случае в качестве количественного результата, свидетельствующего о повышении прочности бетона в условиях двухосного сжатия, принято предложение [7, 13, 14], согласно которому для бетона В40 получено значение $R_b'' = 42$ МПа.

⁴ СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (актуализированная редакция СНиП 52-01-2003 с изменениями № 1, 2).

Таблица 1

Радиальные и тангенциальные напряжения в зависимости от радиуса r

r , мм	612	643	674	705	736	767	798	829	860	891	922
σ_r , МПа	0	4	9	14	19	24	30	35	40	46	51
σ_θ , МПа	42	52	62	71	80	89	98	107	115	124	132

Рис. 5. Результаты расчетов напряженного состояния: а — радиальные напряжения; б — тангенциальные напряжения

Рис. 6. График зависимости «напряжение — радиус»

Рис. 7. Изополя напряжений в направлении X

Так как рассматриваемая конструкция является осесимметричной, а действующая нагрузка — равномерно распределенной, то в численном методе ANSYS принята 2D-модель [15–17]. При этом за тангенциальные напряжения принимаются напряжения по направлению X, а за радиальные — соответственно Y [12, 16, 18–22]. Ниже приводятся некоторые результаты расчета с учетом физической нелинейности бетона.

На рис. 7, 8 представлены изополя напряжений только по направлению X, по которым можно определить толщину свода. Знак «+» означает растяжение. Растянутая зона в этом случае не учитывается в расчете. В участке со знаком «–» соответственно происходит сжатие, по которому и определяется толщина свода.

В табл. 2 представлены величины радиальных и тангенциальных напряжений на оси симметрии сечения ТЭ в зависимости от расстояния, которое считается следующим образом: расстоя-

Рис. 8. Радиальные и тангенциальные напряжения на оси симметрии ТЭ, полученные численным методом (по ANSYS)

ние начинают откладывать на оси симметрии ТЭ начиная с нижней зоны и вверх по вертикали (см. рис. 7, значение 0 соответствует крайнему

Таблица 2

Радиальные и тангенциальные напряжения

Расстояние, мм	0	75	150	225	300	375	450	525	600	675	750
σ_r , МПа	0	1	2	3	4	7	17	34	49	61	53
σ_θ , МПа	-2	-2	-2	-3	-4	-4	23	66	119	177	198

слою нижней зоны, 750 мм — крайний слой верхней зоны вдоль оси симметрии сечения).

На рис. 9, 10 представлено сравнение соответственно радиальных и тангенциальных напряжений, полученных аналитическим и численным (ANSYS) методами расчета ТЭ без учета растянутой зоны.

Сравнение аналитического и численного методов обнаруживает в принципе удовлетворительное совпадение результатов. Более того, аналитический и численный расчеты сферического элемента, сформированного в днище в процессе работы, практически не дают заметных расхождений. Сравнение результатов аналитического расчета толстой сферы с результатами расчета ТЭ по программе ANSYS вполне ожидаемо дает заметное расхождение, достигающее порядка 40 %. Данное обстоятельство обусловлено возможностями ANSYS, позволяющими учесть более адекватную геометрическую схему, в том числе полнее учесть вовлекаемые в работу участки бетона, которые в аналитическом методе просто не учитываются.

Выводы

Получены оригинальные способы аналитического и численного расчетов для исследования напряженного состояния торцевых элементов корпусов высокого давления в виде осесимметричных толстых плит, опертых по конической поверхности. Для работы торцевых элементов под нагрузкой свойственно образование сферического свода, где закономерно возникает напряженное состояние, характерное при трехосном сжатии бетона.

Приведенные исследования показывают, что в торцевых элементах из бетона с образованием трещин в растянутой зоне не наступает внезапное разрушение, а формируется сжатый сферический свод. При этом прочность сферического свода элемента в большей степени зависит от жесткости несущей силовой стенки: чем меньше жесткость, тем меньше прочность и наоборот.

Рис. 9. Сравнение радиальных напряжений

Рис. 10. Сравнение тангенциальных напряжений

Из табл. 1, 2 и рис. 9, 10 наглядно обнаруживается незначительное расхождение результатов расчета аналитическим и численным методами. Полученные результаты могут быть использованы в проектной практике на стадии эскизного проектирования корпусов высокого давления.

Библиографический список

1. Морозов В. И. Корпуса высокого давления для энергетических, строительных и специальных технологий. СПб.: СПбГАСУ, 2011. 394 с.
2. Morozov V., Pucharenko Ju. Nuclear Reactor Shells of Heavy Ferrocement // World Applied Sciences Journal. 2013. Vol. 23 (Problems of Architecture and Construction). Pp. 31–36.

3. Морозов В. И., Опбул Э. К., Фан Ван Фук. К расчету толстых плит конических плит на действие равномерно распределенной нагрузки // Вестник гражданских инженеров. 2018. № 2 (67). С. 66–73.

4. Лукша Л. К. Расчет прочности железобетонных конструкций с учетом сложного напряженного состояния бетона: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1980. 31 с.

5. Жемочкин Б. Н. Теория упругости. М.: Изд-во лит-ры по строительству и архитектуре, 1957. 250 с.

6. Писаренко Г. С., Амелянович К. К., Каринцев И. Б. Несущие и светопрозрачные элементы конструкций из стекла. Киев: Наукова думка, 1987. 198 с.

7. Гениев Г. А., Киссюк В. Н., Тюпин Г. А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 306 с.

8. Richart F. E., Brandtzaeg A., Brown R. L. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses. (Technical Report Bulletin No. 185) Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana; 1928.

9. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. 636 с.

10. Зайцев Ю. В., Леонович С. Н., Шнайдер У. Структура, прочность и механика разрушения бетонов при двухосном и трехосном сжатии. Минск: БНТУ, 2011. 382 с.

11. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1982. 263 с.

12. Nakasone J., Stolarski T., Yoshimoto S. Engineering Analysis with ANSYS Software (Second Edition). Butterworth-Heinemann, 2018. 562 p.

13. Бич П. М., Яшин А. В. Прочность тяжелого бетона и керамзитобетона при двухосном сжатии // Общ. вопросы строительства: рефер. сб. ЦНИИС. М.: Стройиздат, 1973. Вып. 11. С. 5–10.

14. Тябликов Б. В. Прочность и деформация бетона массивных конструкций при одноосном сжатии: дис. ... канд. техн. наук. М., 1984. 241 с.

15. Malvar L. J., Simons D. Concrete material modeling in explicit computations. Workshop on Recent Advances in Computational Structural Dynamics and High Performance Computing, USAE Waterways Experiment Station, April 24–26 1996. 30 p.

16. Malvar L. J., Crawford J. E., Wesevich J. E., Simons D. A plasticity concrete material model for DYNA3D // International Journal of Impact Engineering. 1997. Vol. 19, No. 9–10. Pp. 847–873.

17. Басов К. А. ANSYS в примерах и задачах / под общ. ред. Д. Г. Красковского. М.: КомпьютерПресс, 2002. 224 с.

18. Bao J. Q., Long X., Tan K. H., Lee C. K. A new generalized Drucker–Prager flow rule for concrete under compression // Engineering Structures. 2013. Vol. 56. Pp. 2076–2082.

19. Chen G., Hao Y., Hao H. 3D meso-scale modelling of concrete material in spall tests // Materials and Structures. 2015. Vol. 48, No. 6. Pp. 1887–1899.

20. Saeed K. Babanajad, Amir H. Gandomi, Amir H. Alavi. New prediction models for concrete ultimate strength under true-triaxial stress states: An evolutionary approach // Advances in Engineering Software. 2017. Vol. 110. Pp. 55–68.

21. Hokeš F., Kala J., Hušek M., Král P. Parameter Identification for a Multivariable Nonlinear Constitutive Model inside ANSYS Workbench // Procedia Engineering. 2016. Vol. 161. Pp. 892–897.

22. Král P., Kala J., Hradil P. Verification of the Elasto-Plastic Behavior of Nonlinear Concrete Material Models // International Journal of Mechanics. 2016. Vol. 10. Pp. 175–181.

References

1. Morozov V. I. *Korpusa vysokogo davleniya dlya ehnergeticheskikh, stroitel'nykh i spetsial'nykh tekhnologiy* [High pressure shells for energy, construction, and special technologies]. St. Petersburg, SPSUACE Publ., 2011, 394 p.

2. Morozov V., Pukharensko Ju. Nuclear Reactor shells of heavy ferrocement. *World Applied Sciences Journal*, 2013, vol. 23, pp. 31–36.

3. Morozov V. I., Opbul Eh. K., Fan Van Fuk. *K raschetu tolstykh plit konicheskikh plit na deystvie ravnomerno raspredelennoy nagruzki* [To the calculation of thick conic-shaped plates on the action of evenly distributed loading]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2018, no. 2 (67), pp. 66–73.

4. Luksha L. K. *Raschet prochnosti zhelezobetonnykh konstruktсий s uchetom slozhnogo napryazhennogo sostoyaniya betona* [Calculation of reinforced concrete structure strength taking into account the complex stress state of concrete. Author's thesis of Dr. Sci. Tech. diss.]. Moscow, 1980, 31 p.

5. Zhemochkin B. N. *Teoriya uprugosti* [The theory of elasticity]. Moscow, Izd-vo lit-ry po stroitel'stvu i arkhitekture Publ., 1957, 250 p.

6. Pisarenko G. S., Amel'yanovich K. K., Karintsev I. B. *Nesushchie i svetoprozrachnye ehlementy konstruktсий iz stekla* [Bearing and translucent members of glass structures]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1987, 198 p.

7. Geniev G. A., Kisyuk V. N., Tyupin G. A. *Teoriya plastichnosti betona i zhelezobetona* [The theory of plasticity of concrete and reinforced concrete]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1974, 306 p.

8. Richart F. E., Brandtzaeg A., Brown R. L. A study of the failure of concrete under combined compressive stresses. (Technical Report Bulletin no. 185). Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana; 1928.

9. Timoshenko S. P., Voynovskiy-Kriger S. *Plastinki i obolochki* [Plates and shells]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 636 p.
10. Zaytsev Yu. V., Leonovich S. N., Shnayder U. *Struktura, prochnost' i mekhanika razrusheniya betonov pri dvukhosnom i trekhosnom szhatii* [The structure, strength and fracture mechanics of concrete under biaxial and triaxial compression]. Minsk, BNTU Publ., 2011, 382 p.
11. Samul' V. I. *Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti* [Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1982, 263 p.
12. Nakasone J., Stolarski T., Yoshimoto S. *Engineering Analysis with ANSYS Software* (Second Edition). Butterworth-Heinemann, 2018, 562 p.
13. Bich P. M., Yashin A. V. *Prochnost' tyazhelogo betona i keramzitobetona pri dvukhosnom szhatii* [Strength of heavy concrete and keramzitobetona under biaxial compression]. *Trudy TsNIIS Obshchie voprosy stroitel'stva* [Proc. of TsNIIS "Common construction issues"]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1973, no. 11, pp. 5–10.
14. Tyablikov B. V. *Prochnost' i deformatsiya betona massivnykh konstruksiy pri neodnoosnom szhatii. Diss. kand. ekhn. nauk* [Strength and deformation of concrete in massive structures at non-uniaxial compression. PhD in Sci. Ec. diss.]. Moscow, 1984, 241 p.
15. Malvar L. J., Simons D. Concrete material modeling in explicit computations. Workshop on recent advances in computational structural dynamics and high performance computing, USAE Waterways Experiment Station, 1996, April 24–26, 30 p.
16. Malvar L. J., Crawford J. E., Wesevich J. E., Simons D. A. Plasticity concrete material model for DYNA3D. *International Journal of Impact Engineering*, 1997, vol. 19, no. 9–10, pp. 847–873.
17. Basov K. A. *ANSYS v primerakh i zadachakh* [ANSYS in examples and problems]. Ed. by Kraskovskiy D. G. Moscow, Komp'yuter Press Publ., 2002, 224 p.
18. Bao J. Q., Long X., Tan K. H., Lee C. K. A new generalized Drucker-Prager flow rule for concrete under compression. *Engineering Structures*, 2013, vol. 56, pp. 2076–2082.
19. Chen G., Hao Y., Hao H. 3D meso-scale modeling of concrete material in spall tests. *Materials and Structures*, 2015, vol. 48, no. 6, pp. 1887–1899.
20. Saeed K. Babanajad, Amir H. Gandomi, Amir H. Alavi. New prediction models for concrete ultimate strength under true-triaxial stress states. Evolutionary approach. *Advances in Engineering Software*, 2017, vol. 110, pp. 55–68.
21. Hokeš F., Kala J., Hušek M., Král P. Parameter identification for a multivariable nonlinear constitutive model inside ANSYS Workbench. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 161, pp. 892–897.
22. Král P., Kala J., Hradil P. Verification of the elasto-plastic behavior of nonlinear concrete material models. *International Journal of Mechanics*, 2016, vol. 10, pp. 175–181.