УДК 624.012.45.04

© С. В. Цветков, канд. техн. наук
(ЗАО «Управление специальных
строительных работ»)
E-mail: pika15@yandex.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2018-15-2-74-77

© S. V. Tsvetkov, PhD in Sci. Tech.
(CJSC «Special construction work office»)
E-mail: pika15@yandex.ru

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ЭФФЕКТИВНОСТИ БОКОВОГО ОБЖАТИЯ ПРИ ТРЕХОСНОМ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОМ СЖАТИИ ТЯЖЕЛОГО БЕТОНА

DETERMINATION OF THE LATERAL COMPRESSION EFFICIENCY FACTOR AT TRIAXIAL PROPORTIONAL COMPRESSION OF HEAVY CONCRETE

Предложена модель бетона, элементы прочности которой являются случайными величинами, распределенными по нормальному закону. По модели рассчитана прочность бетона для характерных точек, определяющих тип разрушения бетона при трехосном сжатии. Построены графики по точкам и получены аналитические зависимости. Выполнено сравнение полученных результатов с известными литературными источниками.

Ключевые слова: трехосное пропорциональное сжатие, схема разрушения, главные сжимающие напряжения, граничное значение, коэффициент эффективности бокового обжатия.

A model of concrete where strength elements are random variables distributed according to the normal probability law is proposed. According to the model, the concrete strength for the characteristic points defining the fracture type of concrete subjected to triaxial compression has been calculated. There have been constructed graphs according to the points and analytical dependences have been obtained. Comparison analysis of the obtained results with those known from special literature sources has been performed.

Keywords: triaxial proportional compression, fracture scheme, main compressive stresses, boundary value, efficiency factor of lateral compression.

Продолжающийся интерес к определению прочности тяжелых бетонов при трехосном сжатии указывает на необходимость создания достаточно простого и вместе с тем «численно объяснимого» критерия его прочности, пусть даже в одном из частных видов трехосного сжатия — пропорциональном сжатии: $\sigma_3 > \sigma_2 = \sigma_1$, где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные сжимающие напряжения.

При трехосном сжатии четко выделены три схемы разрушения: разрушение от образования трещин отрыва, разрушение от образования трещин сдвига и некая переходная зона. Влияние уровней бокового обжатия бетона на характер его разрушения представлено в работе [2]. В соответствии с данными, приведенными в [2], образование трещин отрыва (наклон не более 10° к продольной оси испытываемого образца) сохраняется до уровней бокового обжатия $0,05 < \sigma_1/\sigma_3 < 0,1$ (среднее значение $\sigma_1/\sigma_3 = 0,075$);

при $\sigma_1/\sigma_3 = 0,2$ и выше имеет место образование трещин сдвига (наклон 45° к продольной оси).

Для определения максимального значения прочности бетона при сохранении отрывного характера разрушения при трехосном пропорциональном сжатии используем модель, описанную в работе [6, 7]. Значения прочности элементов структуры бетона распределены по нормальному закону с характеристиками: математическое ожидание соответствует прочности бетона при одноосном сжатии (R_b), среднеквадратическое отклонение определится как $D = 0,5(R_b - R_t^0)$, где R_t^0 — нижняя параметрическая точка в условиях осевого сжатия.

В этом случае наибольшее значение прочности при разрушении от трещин отрыва составляет $(2R_b - R_m^0)$, что при трехосном пропорциональном сжатии соответствует значению $\sigma_1/\sigma_3 = 0,075$.

Чаще всего прочность бетона в условиях трехосного пропорционального сжатия определяется зависимостью вида

$$\sigma_3 = R_b + k\sigma_1, \quad (1)$$

где R_b — призменная прочность бетона; σ_3 , $\sigma_1 = \sigma_2$ — главные сжимающие напряжения; k — коэффициент эффективности бокового обжатия.

Зависимость (1) представлена в работе [5], в которой коэффициент k (в работе [5] обозначен « m ») составляет условную постоянную величину, определяемую как отношение прочности материала при сжатии к его «фиктивной» прочности при условном растяжении. Как показали исследования для бетона, k — это переменная величина [3, 4], характеризующая влияние бокового обжатия на повышение прочности при трехосном пропорциональном сжатии $\sigma_3 > \sigma_1 = \sigma_2$.

Тогда значение k для уровня обжатия $\sigma_1/\sigma_3 = 0,075$ применительно к зависимости (1) составит:

$$k = \frac{R_b - R_t^0}{0,075(2R_b - R_t^0)}. \quad (2)$$

Определим k для граничного значения $\sigma_3 > \sigma_2 = \sigma_1 = 0,2$. Независимо от уровней бокового обжатия и следующего за этим типом разрушения, в бетоне первоначально появляются трещины отрыва [3]. В этом случае соотношение (1) можно трактовать следующим образом: первое слагаемое определяет напряжения появления трещин отрыва, второе — увеличение прочности применительно к последующему механизму разрушения. Для механизма отрыва в нашем случае первое слагаемое — это величина $(2R_b - R_t^0)$. Для определения второго слагаемого при сдвиговом механизме разрушения (точка перехода $\sigma_3 > \sigma_2 = \sigma_1 = 0,2\sigma_3$) рассмотрим модель, приведенную на рис. 1.

Критерий разрушения — нарушение равновесия сил N_1 и N_3 , действующих по наклонной площадке, сформированной краями наклонной трещины:

$$N_{F3} = N_{F1} + F_{\text{тр}};$$

$$N_3 \sin \varphi = N_1 \cos \varphi + f(N_1 \sin \varphi + N_3 \cos \varphi);$$

$$N_3 = N_1 (\cos \varphi + f \sin \varphi) / (\sin \varphi - f \cos \varphi), \quad (3)$$

где $N_{01} = N_1 \sin \varphi$; $N_{F1} = N_1 \cos \varphi$; $N_{03} = N_3 \cos \varphi$; $N_{F3} = N_3 \sin \varphi$; $F_{\text{тр}} = N_0(N_{01} + N_{03})f$; f — коэффициент трения скольжения.

Силы N_1 и N_3 действуют на горизонтальную (площадь F_1) и вертикальную (площадь F_3) проекции наклонной площадки (площадь F), $F_1 = F \sin \varphi$; $F_3 = F \cos \varphi$. При значении $\varphi = 45^\circ$ $\sin \varphi = \cos \varphi$, тогда $F_1 = F_3 = F_0$, соответственно $\frac{N_3}{F_0} = \frac{N_1 (\cos \varphi + f \sin \varphi)}{F_0 (\sin \varphi - f \cos \varphi)}$, откуда

$$\sigma_3 = \sigma_1 (\cos \varphi + f \sin \varphi) / (\sin \varphi - f \cos \varphi);$$

$$k^* = \sigma_3 / \sigma_1 = (\cos \varphi + f \sin \varphi) / (\sin \varphi - f \cos \varphi). \quad (4)$$

По наклонной площадке (сформированной краями наклонной трещины в бетоне) взаимодействуют «бетон-песок» — «бетон-цемент», тогда коэффициенты трения меняются в диапазоне $0,55 \geq f \geq 0,45$. При значении угла в 45° получим $k^* = 2,62 \dots 3,43$ (средний $k^* = 3,0$). Для бокового обжатия $\sigma_1/\sigma_3 = 0,2$ величина σ_3 определится как

$$\sigma_3 = (2R_b - R_m^0) + 3\sigma_1. \quad (5)$$

Значения k при $\sigma_1/\sigma_3 = 0,2$ в формуле (1) составят: для $R_b = 10,0$ МПа и $R_t^0 = 0,2R_b = 2,0$ МПа — $k = 3,89$; для $R_b = 40,0$ МПа и $R_t^0 = 0,4R_b = 16,0$ МПа — $k = 3,75$.

Используя (4), можно попытаться объяснить уменьшение коэффициента эффективности бокового обжатия при росте напряжений бокового

Рис. 1. Схема к условию предельного равновесия

обжатия $\sigma_1/\sigma_3 \rightarrow 1,0$. Допустим, что разрушение при высоком боковом давлении «переходит на микроуровень» структуры бетона, как это имеет место при рассмотрении процесса ползучести [1]. Тогда обоснованно предположение, что $k \rightarrow 1,0$. Действительно, одной из составляющей цементного камня является цементный гель, определяющий его прочностные свойства [1]. Разрушение геля происходит по площадкам скольжения, расположенным под углом 45° , и с коэффициентом трения по данным площадкам $f = 0,012$ [1]. По зависимости (4) получим величину $k^* = 1,022 \approx 1,0$, которая в конечном итоге определяет в (1) значение $k \rightarrow 1,0$. При $\sigma_1/\sigma_3 = 1$ и $k = 1,0$ имеет место неразрушимость бетона, что следует из (1) и (5) и совпадает с выводами [3].

Используя определенные значения R_b и R_t^0 , а также зависимости (2) и (5), получим три точки для построения графика $k = f(\sigma_1/\sigma_3)$ в координатах $k - \sigma_1/\sigma_3$:

- для $R_b = 10$ МПа, $R_t^0 = 2,0$ МПа:

σ_1/σ_3	0,075	0,2	1,0
k	5,93	3,89	1,0

- для $R_b = 40$ МПа, $R_t^0 = 16,0$ МПа:

σ_1/σ_3	0,075	0,2	1,0
k	5,0	3,75	1,0

Задаваясь функцией вида $k = 1/(a + b \cdot \sigma_1/\sigma_3)$, по представленным точкам получим:

- для $R_b = 10,0$ МПа и $R_t^0 = 2,0$ МПа:

$$k = \frac{1}{0,10 + 0,9 \cdot \sigma_1/\sigma_3}; \quad (6)$$

результаты расчета по (6):

σ_1/σ_3	0,075	0,2	1,0
k	5,97	3,57	1,0

Рис. 2. Сравнение значений коэффициента эффективности бокового обжатия, полученных: 1 — по зависимости (6) для тяжелого бетона ($R_b = 10,0$ МПа, $R_t^0 = 2,0$ МПа); 2 — по зависимости (7) для тяжелого бетона ($R_b = 40,0$ МПа, $R_t^0 = 16,0$ МПа); 3 — среднее значение по данным [3]

- для $R_b = 40,0$ МПа и $R_t^0 = 16,0$ МПа:

$$k = \frac{1}{0,135 + 0,865 \cdot \sigma_1/\sigma_3}; \quad (7)$$

результаты расчета по (7):

σ_1/σ_3	0,075	0,2	1,0
k	5,0	3,25	1,0

Сравнение результатов, полученных с учетом настоящих рекомендаций, с данными [3, 4] представлено на рис. 2 и в таблице.

Кроме величины R_t^0 , на прочность бетона при трехосном пропорциональном сжатии могут оказывать влияние и иные факторы. Так, в обычном бетоне содержание крупного заполнителя составляет примерно 50 % от общего количества инертных заполнителей. При увеличении его ко-

Значения коэффициента эффективности бокового обжатия в зависимости от уровня обжатия σ_1/σ_3

Прочность бетона R_b , МПа	Нижняя параметрическая точка R_t^0 , МПа	Коэффициент эффективности бокового обжатия k						
		$\sigma_1/\sigma_3 \rightarrow 0,00$	$\sigma_1/\sigma_3 = 0,035$	$\sigma_1/\sigma_3 = 0,075$	$\sigma_1/\sigma_3 = 0,1$	$\sigma_1/\sigma_3 = 0,125$	$\sigma_1/\sigma_3 = 0,2$	$\sigma_1/\sigma_3 = 0,45$
10,0*	2,0	10,0 по (6)	7,58 по (6)	5,97 по (6)	5,26 по (6)	4,72 по (6)	3,57 по (6)	1,98 по (6)
40,0*	16,0	8,0 по (7)	6,05 по (7)	5,0 по (7)	4,52 по (7)	4,12 по (7)	3,25 по (7)	1,91 по (7)
10,0 по [3]	—	mid = 10,92;	mid = 8,20;	mid = 6,38;	mid = 5,60	mid = 4,99;	mid = 3,75	mid = 2,04
40,0 по [3]	—	min = 9,0	min = 7,10	min = 5,73	min = 5,11	min = 4,61	min = 3,54	min = 2,0

* По рекомендациям данной статьи.

личества может меняться и угол наклона сдвиговой трещины, а соответственно, и коэффициент эффективности бокового обжатия. Таким образом, данный вопрос подлежит дальнейшему исследованию.

Библиографический список

1. Ахвердов И. Н. Основы физики бетона. М.: Стройиздат, 1981. 456 с.
2. Жиренков А. Н., Карцев Н. В., Красновский Р. О. Особенности разрушения существенно неоднородных материалов при одноосном и объемном сжатии // Вестник гражданских инженеров. 2009. № 3 (20). С. 110–111.
3. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. М.: Стройиздат, 1996. 394 с.
4. Карпенко Н. И., Карпенко С. Н. К определению прочности бетона при трехосном сжатии // Жилищное строительство. 2013. № 7. С. 27–28.
5. Поль Б. Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения. Ч. 2. Хрупкое разрушение при неодноосных напряженных состояниях // Разрушение. Математические основы теории разрушения: сб. тр. М.: Мир, 1975. Т. 2. С. 408–437.
6. Цветков С. В. Определение прочности тяжелого бетона при различных силовых воздействиях по результатам моделирования // Вестник гражданских инженеров. 2017. № 2 (61). С. 107–111.
7. Цветков С. В. К оценке статистической модели разрушения бетона при двухосном сжатии // Промышленное и гражданское строительство. 2012. № 11. С. 30–31.

References

1. Akhverdov I. N. *Osnovy fiziki betona* [Basic physics of concrete]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1981, 456 p.

2. Zhirenkov A. N., Kartsev N. V., Krasnovskiy R. O. *Osobennosti razrusheniya sushchestvenno neodnorodnykh materialov pri odnoosnom i ob'emnom szhatii* [Fracture features of significantly inhomogeneous materials in uniaxial and triaxial compression]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2009, no. 3 (20), pp. 110–111.

3. Karpenko N. I. *Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona* [General models of reinforced concrete mechanics]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1996, 394 p.

4. Karpenko N. I., Karpenko S. N. *K opredeleniyu prochnosti betona pri trekhosnom szhatii* [On the determination of durability of concrete at three-axis compression]. *Zhilishchnoe stroitel'stvo – Housing construction*, 2013, no. 7, pp. 27–28.

5. Pol' B. *Makroskopicheskie kriterii plasticheskogo techeniya i khrupkogo razrusheniya. Ch. 2. Khrupkoe razrushenie pri neodnoosnykh napryazhennykh sostoyaniyakh* [Macroscopic criteria for plastic flow and brittle fracture. Pt. 2. Brittle fracture in non-monoaxial stress states]. *Sb. tr. "Razrushenie. Matematicheskie osnovy teorii razrusheniya"* [Coll. of works "Concrete fracture. Mathematical basics of fracture mechanics"]. Moscow, Mir Publ., 1975, vol. 2, pp. 408–437.

6. Tsvetkov S. V. *Opredelenie prochnosti tyazhelego betona pri razlichnykh silovykh vozdeystviyakh po rezul'tatam modelirovaniya* [Determination of heavy concrete strength at various forces action in accordance with the modeling results]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2017, no. 2 (61), pp. 107–111.

7. Tsvetkov S. V. *K otsenke staticheskoy modeli razrusheniya betona pri dvukhosnom szhatii* [To the assessment of static model of concrete fracture at two-axis compression]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and civil engineering*, 2012, no. 11, pp. 30–31.