УДК 692

© Л. В. Кирьянова, канд. физ.-мат. наук, доцент

© И. Ю. Петров, магистрант

© А. В. Скавыш, магистрант

© А. Н. Хворова, магистрант

(Национальный исследовательский Московский
государственный строительный университет)

E-mail: kiryanovalv@mgsu.ru, wery2009@rambler.ru,

skavysharsenij@outlook.com, attemp2016@gmail.com

DOI 10.23968/1999-5571-2018-15-1-34-39

© L. V. Kir'yanova, PhD in Sci. Phys.-Math.,
Associate Professor

© I. Yu. Petrov, undergraduate

© A. V. Skavysh, undergraduate

© A. N. Khvorova, undergraduate

(National Research Moscow State University
of Civil Engineering)

E-mail: kiryanovalv@mgsu.ru, wery2009@rambler.ru,

skavysharsenij@outlook.com, attemp2016@gmail.com

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ОТКАЗА КОНСТРУКЦИИ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ МНОГОЭТАЖНОГО ЗДАНИЯ

STATISTICAL STUDY OF THE PROBABILITY OF A STRUCTURE FAILURE UNDER SEISMIC ACTION ON THE BASE OF A MULTI-STOREY BUILDING MODEL

Исследовано влияние вида распределения на оценку надежности пяти- и девятиэтажных жилых железобетонных зданий при нестационарном девятибалльном сейсмическом воздействии.

Ключевые слова: статистика, вероятность, отказ, оценка надежности.

The article presents the results of study aimed at estimating the distribution type influence on the reliability assessment of the 5- and 9-storey residential reinforced concrete buildings under unsteady nine-point seismic impact.

Keywords: statistics, probability, failure, reliability assessment.

Одно из первых мест по своим разрушительным последствиям среди существующих природных катастроф занимает землетрясение, предотвратить которое невозможно. Путем обеспечения безопасности и надежности сейсмостойкого строительства, основные нормы и правила которого изложены в ГОСТ Р 54257–2010 «Надежность строительных конструкций и оснований», ГОСТ 27.002–2015 «Надежность в технике (ССНТ). Термины и определения», ГОСТ Р 54257–2010 «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения и требования» и СП 20.13330.2011 «Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07–85», возможно лишь сократить количество жертв и уменьшить разрушительные последствия этого катаклизма. Рассмотрению и обсуждению методов анализа поведения строительных конструкций при сейсмическом воздействии посвящены, например, работы [1–4].

Вероятность отказа анализируемой строительной конструкции в течение некоторого промежутка времени является основной характеристикой, которую рассматривает вероятностно-статистический метод анализа в строительстве [5–8]. Под вероятностью отказа конструкции принято понимать вероятность наступления одного из возможных неблагоприятных событий, а под надежностью — способность строительной конструкции сохранять свои эксплуатационные способности в течение заданного срока службы.

Проанализируем надежность высотного жилого здания при сейсмическом воздействии на основе моделей, предложенных в [9], там же указаны все численные значения исследуемых моделей. В научно-исследовательской лаборатории НИУ МГСУ «Надежность и сейсмостойкость сооружений» было проведено только 10 численных испытаний (в силу их большой затратности) моделей пяти- и девятиэтажных зданий. В про-

цессе каждого испытания к модели сооружения с основанием прикладывалась нагрузка от собственного веса, а также временные вертикальные и сейсмические нагрузки.

В ходе численного анализа по оценке надежности рассчитывались прочностные и жесткостные характеристики как самих сооружений, так и грунтов их оснований. Составляющие синтезированных трехкомпонентных акселерограмм предполагались статистически независимыми.

В теории сейсмостойкого строительства принято считать все возникающие вероятностные распределения нормальными с соответствующими параметрами (математическим ожиданием и дисперсией). На основе данного предположения рассчитываются вероятности отказа здания. Возникает два вопроса:

- 1) всегда ли появляется нормальное распределение при отказе строительной конструкции?
- 2) влияет ли вид распределения на вероятность отказа строительной конструкции?

Целью работы являются ответы на эти вопросы на примере рассматриваемой модели здания. Впервые рассмотрены распределения, отличные от нормального.

Рассмотрим влияние вида распределения на вероятность отказа для пяти- и девятиэтажных зданий. С этой целью будем использовать пять видов наиболее часто встречающихся распределений вероятностей: нормальное, логнормальное, гамма-распределение, экстремальных значений, Вейбулла. Расчеты проведем с использованием пакета программ MATLAB [10–11].

Все расчетные величины можно разделить на две группы:

- характеристики, относящиеся к свойствам конструкции;
- характеристики внешнего воздействия.

Условие отказа строительной конструкции математически выражается неравенством

$$g = R - Q < 0, \quad (1)$$

где Q — нагрузочный эффект; R — несущая способность конструкции, выраженная в тех же единицах, что и нагрузочный эффект Q ; g — функция работоспособности или резерв прочности.

Вероятность отказа строительной конструкции — это вероятность реализации неравенства (1), то есть

$$P = P\{g = R - Q < 0\} = \int_{-\infty}^0 f_g(x) dx, \quad (2)$$

где $f_g(x)$ — плотность распределения резерва прочности.

Отказом строительной конструкции будем считать хотя бы одно из нижеперечисленных событий:

- 1) появление пластических деформаций вертикальных конструктивных элементов нижнего этажа;
- 2) превышение относительными перемещениями верха здания предельных значений;
- 3) превышение абсолютными ускорениями верхнего этажа предельных значений;
- 4) превышение напряжениями в грунтах основания предельных значений;
- 5) превышение пластическими деформациями грунтов основания предельных значений;
- 6) превышение осадки фундаментной плиты предельных значений;
- 7) превышение относительными горизонтальными смещениями перекрытий в пределах одного этажа предельных значений.

Далее будем использовать следующие обозначения:

σ_{int} — максимальная интенсивность напряжений в конструкциях нижнего этажа;

σ_z — максимальное напряжение в грунтах под фундаментной плитой;

σ_{pl} — максимальная пластическая деформация в элементах грунта под фундаментной плитой здания;

w_{max} — максимальная осадка фундаментной плиты;

a_{max} — максимальное горизонтальное ускорение верха здания;

u — максимальное смещение верха здания относительно фундаментной плиты;

Δu_1 — максимальное относительное смещение перекрытий в пределах 1-го этажа;

Δu_2 — максимальное относительное смещение перекрытий типового этажа.

В табл. 1 приведены результаты испытаний при воздействии землетрясения в 9 баллов на пяти- и девятиэтажные здания.

Для указанных параметров вычислим вероятности отказа как вероятность попадания значений в зону, превышающую предельные значения, для каждого предполагаемого распределения:

- гамма-распределение;
- распределение Вейбулла;

Таблица 1

Результаты испытаний моделей сооружений для землетрясений интенсивностью в 9 баллов

№ теста	σ_{int} , МПа	σ_z , кПа	σ_{pl}	w_{max} , см	a_{max} , м/с ²	u , см	Δu_1 , мм	Δu_2 , мм	
Для пятиэтажного здания	1	10,39	219	0,072	17,7	2,00	1,8	3,9	3,5
	2	9,89	208	0,069	22,0	1,79	1,6	3,5	2,6
	3	10,19	212	0,072	16,0	2,15	1,7	3,6	2,7
	4	10,36	214	0,077	16,1	2,18	1,8	4,1	3,0
	5	10,44	210	0,065	24,0	1,65	2,2	4,9	3,5
	6	10,25	215	0,064	20,0	1,58	1,3	2,8	2,0
	7	10,64	223	0,087	22,0	1,73	1,6	3,5	2,6
	8	9,89	209	0,076	22,3	2,07	1,6	3,6	2,7
	9	10,27	215	0,074	23,4	1,86	1,8	4,1	2,9
	10	10,43	212	0,081	14,4	1,93	2,0	4,5	3,3
Для девятиэтажного здания	1	15,73	313	0,066	20,6	2,95	4,04	5,1	4,3
	2	16,07	321	0,070	25,4	2,86	4,51	5,8	4,4
	3	16,06	317	0,071	19,3	2,50	4,37	5,9	4,4
	4	15,92	318	0,069	19,2	2,81	3,87	5,2	4,4
	5	15,73	313	0,066	20,9	3,00	3,24	5,1	4,3
	6	16,06	320	0,063	28,9	2,70	4,15	5,1	4,3
	7	16,31	317	0,083	25,2	2,71	4,57	5,9	4,6
	8	15,52	315	0,076	25,5	2,62	4,32	5,5	4,4
	9	16,20	323	0,072	26,2	2,58	4,46	5,9	4,5
	10	16,15	316	0,078	17,2	3,16	5,14	6,8	5,1

- логнормальное распределение;
- распределение экстремальных значений.

Для сравнения распределений мы выделим так называемое «истинное» распределение — распределение, которое лучше остальных подходит для той или иной выборки подбором методом Пирсона (подбором кривой распределения из совокупности кривых Пирсона по первым четырем эмпирическим моментам), результат подбора проверим методом максимального правдоподобия. Относительно истинного распределения найдем разницу вероятности отказа в процентах. Вычисления приведены в табл. 2, причем истинному распределению соответствует 100 %.

Вероятность отказа конструкции найдем как вероятность суммы наступления каждого рассматриваемого события:

$$P = P\left(\sum_{k=1}^8 A_k\right) = 1 - \prod_{k=1}^8 (1 - P(A_k)), \quad (3)$$

где P — вероятность отказа сооружения; $P(A_k)$ — вероятность отказа по параметру.

В табл. 3 показаны вероятности отказа сооружения для рассматриваемых распределений.

Далее приведем результаты аналогичного исследования тех же параметров отказа для пяти- и девятиэтажных зданий при землетрясениях другой (меньшей) балльности, если вероятность отказа, соответствующая нормальному распределению, равна 0,5.

Из проведенного исследования и приведенных таблиц можно сделать следующие выводы:

1) для таких параметров отказа пяти- и девятиэтажных зданий, как «максимальная интенсивность напряжений в конструкциях нижнего этажа», «максимальное относительное смещение перекрытий в пределах 1-го этажа верха здания относительно фундаментной плиты» с весьма малыми вероятностями отказа, нет практической разницы между видами распределения; а для таких, как «максимальное смещение верха здания относительно фундаментной плиты», разница составляет 0,01 % для 9-балльного землетрясения;

2) из-за различия плотностей распределений разность вероятностей отказа для землетрясений, меньших чем 9-балльные, может отличаться на 10 %;

Таблица 2

Предельные значения параметров отказа конструкции и вероятности отказа для пяти распределений

	Предельные значения	P отказа, норм. распр.	P отказа, логнорм. распр.	P отказа, гамма-распр.	P отказа, распр. экстрем. знач.	P отказа, распр. Вейбулла
σ_{int} , МПа	0,05	0,99954 (99,96 %)	0,99999 (99,99 %)	0,99997 (истин.)	0,98125 (98,13 %)	0,99224 (99,2 %)
		0,999766 (99,98 %)	0,99995 (истин.)	0,99998 (100,003 %)	0,982657 (98,27 %)	0,99236 (99,24 %)
σ_z , кПа	15	0,91637 (100,33 %)	0,93476 (102,34 %)	0,9324 (102,08 %)	0,9134 (истин.)	0,92513 (101,28 %)
		0,9790693 (98,76 %)	0,993794 (100,24 %)	0,991387 (истин.)	0,947074 (95,53 %)	0,96916 (97,76 %)
σ_{pl}	18,5	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (истин.)
		10^{-20} (истин.)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)
w_{max} , см	300	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (истин.)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)
		300	0,99994 (99,99 %)	0,99997 (истин.)	0,99997 (100 %)	0,99789 (99,79 %)
a_{max} , м/с ²	8	10^{-20} (истин.)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)
		10^{-20} (100 %)	10^{-20} (истин.)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)
u , см	3,8	10^{-20}	2,8e-09	9,8e-12 (истин.)	10^{-20}	10^{-20}
	6,2	6,5389e-5 (истин.)	5,788e-4 (885,16 %)	2,36e-4 (360,92 %)	10^{-20}	2,663536e-12
Δu_1 , мм	14	10^{-20} (истин.)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)
		9,4214e-13	2,5042e-7	4,8885e-9 (истин.)	10^{-20}	10^{-20}
Δu_2 , мм	10	10^{-20} (истин.)	5,5e-11	2e-15	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)
		10^{-20} (истин.)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)	10^{-20} (100 %)

Таблица 3

Вероятности отказа пяти- и девятиэтажных зданий при 9-балльном землетрясении

Вид распределения	Вероятность отказа пятиэтажного здания	Вероятность отказа девятиэтажного здания
Нормальное распределение	0,999961	0,9999999997
Логнормальное распределение	0,999981	0,999999999997
Гамма-распределение	0,999987	0,999999999995
Распределение экстремальных значений	0,998376	0,9999981
Распределение Вейбулла	0,999418	0,99999959

Таблица 4

Вероятности отказа пяти- и девятиэтажных зданий при землетрясениях

Вид распределения	Вероятность отказа пятиэтажного здания	Вероятность отказа девятиэтажного здания
Нормальное распределение	0,5	0,5
Логнормальное распределение	0,52	0,515
Гамма-распределение	0,514	0,51
Распределение экстремальных значений	0,4444	0,45
Распределение Вейбулла	0,76	0,63

3) в практической деятельности при расчете вероятностей отказа конструкции здания необходимо учитывать вид соответствующего распределения вероятностей для уменьшения ошибки предсказания.

Библиографический список

1. Мкртычев О. В., Джинчвелашвили Г. А., Дзержинский Р. И. Философия многоуровневого проектирования в свете обеспечения сейсмостойкости сооружений // Геология и геофизика Юга России. 2016. № 1. С. 71–81.

2. Мкртычев О. В., Джинчвелашвили Г. А. Проблемы учета нелинейностей в теории сейсмостойкости (гипотезы и заблуждения). М.: МГСУ, 2012. (Библиотека научных разработок и проектов МГСУ). 192 с.

3. Джинчвелашвили Г. А., Мкртычев О. В. Оценка нелинейной работы зданий и сооружений при аварийных воздействиях // Проблемы безопасности российского общества. 2012. № 3. С. 17–31.

4. Мкртычев О. В., Джинчвелашвили Г. А. Оценка работы зданий и сооружений за пределами упругости при сейсмических воздействиях // XXI Russian-Slovak-Polish Seminar, "Theoretical Foundation of Civil Engineering", Moscow-Archangelsk 03.07.2012–06.07.2012. Pp. 177–186.

5. Райзер В. Д. Теория надежности сооружений. М.: АСВ, 2010. 384 с.

6. Мкртычев О. В., Джинчвелашвили Г. А., Бусалова М. С. Задача вероятностного расчета конструкции на нелинейно деформируемом основании со случайными параметрами // Вестник МГСУ. 2013. № 12. С. 106–112.

7. Мкртычев О. В. Оценка надежности методом интегрирования по аппроксимированной области отказа // Сейсмостойкое строительство. 2000. № 5.

8. Соболев Д. Н., Бегимов М. Н. Вероятностные методы расчета конструкций на упругом основании. М.: [б. и.], 2002. 470 с.

9. Джинчвелашвили Г. А. Нелинейные динамические методы расчета зданий и сооружений с заданной обеспеченностью сейсмостойкости: дис. ... д-ра техн. наук. М., 2015.

10. Ахметова Ф. Х., Ласковая Т. А., Чигирёва О. Ю. Методика обработки результатов эксперимента с помощью системы MATLAB в курсе «Математическая статистика» // Инженерный вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2016. № 4. С. 1001–1011.

11. Иглин С. П. Математические расчеты на базе MATLAB. СПб.: БХВ-Петербург, 2005.

References

1. Mkrtychev O. V., Dzhinchvelashvili G. A., Dzerzhinskiy R. I. *Filosofiya mnogourovneвого проектиrovaniya v svete obespecheniya seysmostoykosti sooruzheniy* [Philosophy of multilevel design in the light of ensuring seismic stability of constructions]. *Geologiya i geofizika yuga Rossii – Geology and geophysics of the South of Russia*, 2016, no. 1, pp. 71–81.

2. Mkrtychev O. V., Dzhinchvelashvili G. A. *Problemy ucheta nelineynostey v teorii seysmostoykosti (gipotezy i zabluzhdeniya)* [Problems of accounting nonlinearity in the theory of seismic stability (hypotheses and delusions)]. Moscow, MGSU Publ., 2012. (Library of scientific developments and MGSU projects), 192 p.

3. Dzhinchvelashvili G. A., Mkrtychev O. V. *Otsenka nelineynoy raboty zdaniy i sooruzheniy pri avariynykh vozdeystviyakh* [Assessment of nonlinear performance of buildings and constructions at emergency influences]. *Problemy bezopasnosti rossiyskogo obshchestva – Security concerns of the Russian society*, 2012, no. 3, pp. 17–31.

4. Mkrtychev O. V., Dzhinchvelashvili G. A. *Otsenka raboty zdaniy i sooruzheniy za predelami uprugosti pri seysmicheskikh vozdeystviyakh* [Evaluation of the work of buildings and constructions outside elasticity at seismic influences]. The XXI Russian-Slovak-Polish Seminar, "Theoretical Foundation of Civil Engineering", Moscow-Archangelsk 03.07.2012 – 06.07.2012, pp. 177–186.

5. Rayzer V. D. *Teoriya nadezhnosti sooruzheniy* [Theory of reliability of constructions]. Moscow, ASV Publ., 2010, 384 p.
6. Mkrtychev O. V., Dzhinchvelashvili G. A., Busalova M. S. *Zadacha veroyatnostnogo rascheta konstruktsii na nelineyno deformiruemom osnovanii so sluchaynymi parametrami* [The task of probabilistic calculation of a design on non-linearly deformable basis with casual parameters]. *Vestnik MGSU – Bulletin of MGSU*, 2013, no. 12, pp. 106–112.
7. Mkrtychev O. V. *Otsenka nadezhnosti metodom integrirovaniya po approksimirovannoy oblasti otkaza* [Reliability assessment by an integration method on the approximated failure area]. *Seysmostoykoe stroitel'stvo – Aseismic construction*, 2000, no. 5.
8. Sobolev D. N., Begimov M. N. *Veroyatnostnye metody rascheta konstruktsiy na uprugom osnovanii* [Probabilistic methods of calculating the designs on elastic basis]. Moscow, 2002, 470 p.
9. Dzhinchvelashvili G. A. *Nelineynye dinamicheskie metody rascheta zdaniy i sooruzheniy s zadannoy obespechennost'yu seysmostoykosti*. Diss dokt. tekhn. nauk [Nonlinear dynamic methods of calculation of buildings and constructions with the set security of seismic stability. Dr. Sci. Tech. diss.]. Moscow, 2015.
10. Akhmetova F. Kh., Laskovaya T. A., Chigiryova O. Yu. *Metodika obrabotki rezul'tatov ehksperimenta s pomoshch'yu sistemy MATLAB v kurse «Matematicheskaya statistika»* [Technique of processing of the results of experiments using the MATLAB system “Mathematical statistics”]. *Inzhenernyy vestnik MGTU im. N. Eh. Baumana – Engineering Bulletin of Bauman Moscow State Technical University*, 2016, no. 4, pp. 1001–1011.
11. Iglin S. P. *Matematicheskie raschety na baze MATLAB* [Mathematical calculations on the basis of MATLAB]. St. Petersburg, BKhV-Peterburg Publ., 2005.