УДК 624.046.5

© О. В. Радайкин, канд. техн. наук, доцент
(Казанский государственный архитектурно-
строительный университет)
E-mail: olegxxii@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2017-14-6-71-78

© O. V. Radaikin, PhD in Sci. Tech., Associate Professor
(Kazan State University of Architecture
and Engineering)
E-mail: olegxxii@mail.ru

К ПОСТРОЕНИЮ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА ПРИ ОДНООСНОМ КРАТКОВРЕМЕННОМ РАСТЯЖЕНИИ/СЖАТИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ДЕФОРМАЦИОННОГО КРИТЕРИЯ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ

ABOUT CONSTRUCTION OF CONCRETE DEFORMATION DIAGRAMS AT UNIAXIAL SHORT-TIME TENSION/COMPRESSION WITH THE USE OF THE DAMAGE DEFORMATION CRITERION

Разработаны новые выражения для описания диаграмм деформирования бетона при одноосном кратковременном растяжении/сжатии с использованием положений теории накопления повреждений, относящейся к перспективному направлению для описания процессов разрушения строительных материалов и конструкций из них, это достигнуто введением в зависимости « $\sigma - \epsilon$ » деформационного критерия повреждаемости. Проведена проверка достоверности получаемых по диаграммному методу с использованием предложенных диаграмм результатов на примере изгибаемых бетонных и железобетонных элементов. Для этого выполнено сравнение моментов трещинообразования M_{cr} и разрушающих моментов M_{ult} , вычисленных по методике СНиП 2.30.01–84*, принятой за эталонную, и по предлагаемому подходу.

Ключевые слова: железобетон, накопление повреждений, диаграмма деформирования, одноосное растяжение и сжатие, изгибаемый элемент.

The paper offers developed expressions for describing concrete deformation diagrams at uniaxial short-time tension/compression using the theory of damage accumulation related to the perspective direction for description of damage processes taking place in building materials and constructions. It is reached by introducing the deformation criterion of damageability to the dependences « $\sigma - \epsilon$ ». The reliability of the results received by the diagram construction method has been checked on the example of some bent concrete and reinforced concrete elements. There has been carried out a comparison analysis of the M_{cr} crack formation moments and the M_{ult} damage moments calculated by the technique according to the SNiP (Construction Norms and Regulations) 2.30.01–84 * accepted as the standard and according to the proposed approach.

Keywords: reinforced concrete, damage accumulation, stress-strain diagram, uniaxial tension and compression, bent element.

Процесс разрушения бетона под нагрузкой в общем виде включает в себя три стадии: 1 — скрытое накопление микротрещин (микроразрушений) — это и развитие начальных усадочных и появление новых силовых; 2 — образование и развитие видимых макротрещин с выделением из их множества одной (реже — нескольких) магистральной трещины; 3 — разделение образца на части по траектории магистральной трещины, т. е. полное его разрушение.

Одним из перспективных направлений к описанию первой и второй стадий работы бетона при растяжении и сжатии является теория накопления повреждений, что показано, например, в монографиях [1, 2]. Третья стадия при этом (практически мгновенная) особого интереса для проектировщиков в большинстве случаев не представляет (для статических расчетов, например, это так).

О современном состоянии теории накопления повреждений можно судить по работам

В. И. Астафьева, Ю. Н. Радаева [3], Ф. Х. Ахметзянова [4], З. П. Бажанта [5], Л. М. Качанова [6], Ю. Н. Работнова [7], Дж. Лемайтре [8] и др. Причем публикация Ф. Х. Ахметзянова [9] — это, скорее всего, первая работа в России о применении данной теории к бетону и железобетону.

Благодаря быстрому развитию вычислительной техники стало возможным широкое внедрение в инженерную практику проектирования железобетонных конструкций так называемых диаграммных методов расчета — один из таких методов на основе нелинейной деформационной модели нормального сечения (с применением процедуры численного интегрирования) включен в актуализированный СП 63.13330.2012. Метод является единым для расчета как по первой, так и по второй группам предельных состояний. В России в современном виде диаграммный метод и связанные с ним физические соотношения впервые были предложены в работе [10] в 80-х годах прошлого столетия, а в [11] он развит применительно к расчету стержневых конструкций в приращениях. Значимый вклад в развитие теоретических и экспериментальных основ диаграммного метода внесли отечественные ученые А. А. Дыховичный, В. М. Бондаренко, С. В. Бондаренко, О. Ф. Ильин, А. А. Гвоздев, Ю. П. Гуца, Л. Л. Лемыш, В. Н. Байков, М. И. Додонов, Б. С. Расторгуев, Д. Н. Лазовский и др. Среди зарубежных исследователей этим вопросом занимались Ф. Леонгард, L. Saenz, B. Sinha, P. Desayi, S. Krisnuan, K. Gerstle, L. Tulin, Kabeila и др.

Следует отметить, что основу диаграммного метода составляют диаграммы деформирования бетона и арматуры, которые описывают их работу при одноосном растяжении и сжатии.

Диаграммы получают путем математической аппроксимации соответствующих экспериментальных кривых в виде зависимостей $\sigma = f(\epsilon)$ с дополнительной их трансформацией в соответствии с расчетными требованиями Норм на проектирование. От вида этой аппроксимации зависит трудоемкость расчета конструкций, устойчивость и сходимость решения и главное — точность получаемых конечных результатов. При этом зачастую в предлагаемых Нормами и различными авторами выражениях физический смысл используемых расчетных коэффициентов и параметров остается скрытым.

В связи с вышеизложенным возникает идея объединить два названных подхода: диаграммный метод и теорию накопления повреждений в части, касающейся построения диаграмм деформирования бетона при одноосном растяжении и сжатии.

Для этого может быть использован принцип эквивалентных деформаций на основе гипотезы эффективных напряжений (рис. 1 — на примере бетонного растянутого элемента единичной длины). Согласно ему, предполагается равенство относительных номинальных деформаций деформируемого тела в поврежденном (рис. 1, а) и эффективном (осредненном) состоянии (рис. 1, б).

Для двух показанных на рис. 1 случаев запись закона деформирования бетона будет иметь вид

$$\sigma_{bt} = E_{bt}^{eff} \epsilon_{bt}; \quad (1.1)$$

$$\sigma_{bt}^{eff} = E_{bt} \epsilon_{bt}, \quad (1.2)$$

где σ_{bt} , σ_{bt}^{eff} — номинальные и эффективные растягивающие напряжения соответственно для поврежденного и осредненного состояния (при этом эффективные напряжения учитывают резкие скачки номинальных в местах концентраторов в виде микротрещин, в таком случае материал можно представить однородным по прочностным и деформационным свойствам); E_{bt} , E_{bt}^{eff} — упругий и эффективный модули деформаций бетона (в этом случае наоборот: привычный модуль деформаций E_{bt} используется для описания осредненного состояния, а эффективный E_{bt}^{eff} — для поврежденного); ϵ_{bt} — номинальные относительные деформации растяжения.

Пользуясь принципом равенства номинальных деформаций, получим:

$$\frac{\sigma_{bt}^{eff}}{E_{bt}} = \frac{\sigma_{bt}}{E_{bt}^{eff}}. \quad (2)$$

Для установления взаимосвязи между номинальными и эффективными напряжениями вводят параметр повреждаемости (иначе — критерий повреждаемости), имеющий геометрическую интерпретацию:

$$\sigma_{bt}^{eff} = \frac{F}{S_{eff}} = \frac{F}{S - S_D} = \frac{F}{(1 - S_D/S)S} = \frac{\sigma_{bt}}{1 - D_S}, \quad (3)$$

где F — внешняя по отношению к напряжениям σ_{bt}^{eff} и σ_{bt} нагрузка; S , S_D , S_{eff} — соответственно площадь сечения номинальная (без учета ослаблений), суммарная площадь микроповрежде-

Рис. 1. К принципу эквивалентных деформаций в сочетании с гипотезой эффективных напряжений: а — поврежденное состояние; б — эффективное состояние (с осреднением свойств материала); 1 — скрытые микроповреждения

ний и эффективная площадь; $D_S = S_D/S$ — геометрический критерий повреждаемости.

Подставляя (3) в (2), получим

$$E_{bt}^{eff} = (1 - D_S) E_{bt}. \quad (4)$$

Тогда из (1.1) и (4) следует

$$\sigma_{bt} = (1 - D_S) E_{bt} \epsilon_{bt}. \quad (5)$$

Отметим, что выражение (5) подобно формуле, принятой в СП 63.13330.2012 для криволинейных диаграмм бетона проф. Н. И. Карпенко:

$$\sigma_{bt} = v_{bt} E_{bt} \epsilon_{bt}, \quad (6)$$

где v_{bt} — коэффициент упругопластичности или коэффициент секущего (в некоторых работах — касательного) модуля деформаций, связь которого с накоплением повреждений становится понятной: $v_{bt} = 1 - D_S$.

Использовать в прямом виде выражение (5) проблематично, поскольку неизвестен закон накопления повреждений, т. е. функция $D_S = f(\sigma_{bt})$, которая в теории накопления повреждений называется кинетическим уравнением. Поэтому удобнее вместо геометрической интерпретации использовать деформационный критерий повреждаемости:

$$D_{bt} = \frac{\epsilon_{bt}}{\epsilon_{bt2}}, \quad (7)$$

где ϵ_{bt} , ϵ_{bt2} — соответственно текущие и предельные относительные деформации для растянутого бетона.

Этот критерий позволит описать работу бетона сразу на двух стадиях, т. е. включая и развитие видимых макротрещин. В общем случае $D_S \neq D_{bt}$, и для того чтобы выполнить замену D_S на D_{bt} , введем ряд расчетных коэффициентов, тем не менее имеющих определенный физический смысл:

$$\sigma_{bt} = a_t (1 - b_t D_{bt})^{c_t} E_{bt} \epsilon_{bt}, \quad (8)$$

где a_t , b_t , c_t — расчетные коэффициенты. Для их отыскания запишем следующие граничные условия:

$$\text{при } \sigma_{bt} = R_{bt} \quad \epsilon_{bt} = \epsilon_{bt0}; \quad (9.1)$$

$$\text{при } \sigma_{bt} = 0 \quad \frac{d\sigma_{bt}}{d\epsilon_{bt}} = E_{bt}; \quad (9.2)$$

$$\text{при } \sigma_{bt} = R_{bt} \quad \frac{d\sigma_{bt}}{d\epsilon_{bt}} = 0; \quad (9.3)$$

$$0 \leq \epsilon_{bt} \leq \epsilon_{bt2}, \quad (9.4)$$

где R_{bt} — прочность бетона на растяжение (напряжения в вершине диаграммы деформирования); ϵ_{bt0} — относительные деформации, соответствующие вершинным напряжениям.

Совместное решение уравнений (8)–(9.4) приводит к следующим результатам:

$$a_t = \frac{2,7 R_{bt}}{E_{bt} \epsilon_{bt0}}; \quad (10.1)$$

$$b_t = \frac{1}{50 R_{bt}}; \quad (10.2)$$

$$c_t = 50 R_{bt} \frac{\epsilon_{bt2}}{\epsilon_{bt0}} - 1, \quad (10.3)$$

где R_{bt} и E_{bt} — в МПа.

Чтобы построить диаграммы сжатия, введем следующие допущения:

- сжатие может быть представлено в виде комбинации деформаций растяжения и сдвига, но поскольку прочность бетона при сдвиге в 2–3 раза выше, чем при растяжении, определяющим в процессе накопления повреждений при сжатии будет именно растяжение (очевидно, в направлении, перпендикулярном сжимающему силовому потоку) — по крайней мере, на первой стадии работы материала;

• проявление сдвиговых деформаций начнет преобладать в процессе разрушения сжатого бетона лишь после появления видимых макротрещин, то есть на второй стадии работы материала, что зависит, однако, не только от механических свойств самого бетона, но и от геометрических параметров бетонного образца и условий его закрепления. При испытании стандартных призм, например, или просто при смазке стальных плит нагружающего пресса (таким образом исключают трение между плитами пресса и бетонной поверхностью образца) разрушение происходит без заметных сдвиговых деформаций — от расслоения на отдельные вертикальные «столбики». При этом считается, что призмчатая прочность наиболее близка к прочности бетона в реальных конструкциях (с оговоркой: вне зон локального приложения нагрузки). Поэтому с небольшой долей погрешности сдвигами можно пренебречь;

• тогда для описания диаграмм сжатия можно применить ту же модель, что и на рис. 1 (нужно лишь изменить направление и знак действующих напряжений).

Согласно принятым допущениям аналогично растяжению получаются зависимости для построения диаграмм деформирования бетона при одноосном сжатии:

$$\sigma_b = a_c (1 - b_c D_b)^{c_c} E_b \varepsilon_b, D_b = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{b2}}; \quad (11)$$

$$a_c = \frac{2,7 R_b}{E_b \varepsilon_{b0}}; \quad (12.1)$$

$$b_c = \frac{1}{50 R_b}; \quad (12.2)$$

$$c_c = 50 R_b \frac{\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b0}} - 1. \quad (12.3)$$

Если для кратковременного нагружения принять параметрические точки диаграмм согласно СП 63.13330.2012, а именно $\varepsilon_{bt0} = 0,0001$, $\varepsilon_{bt2} = 0,00015$, $\varepsilon_{b0} = 0,001$, $\varepsilon_{b2} = 0,0035$, то можно получить следующие кривые диаграмм деформирования бетонов различного класса при одноосном сжатии и растяжении (показаны обычные бетоны В7,5–В60, для высокопрочных бетонов В65–В100 графики будут подобными).

На рис. 2 показаны расчетные диаграммы, которые можно использовать при расчетах по I группе предельных состояний. Нормативные

диаграммы строятся по тем же формулам (8) и (11), но с заменой расчетных характеристик бетона на нормативные.

Теперь остается проверить, насколько достоверные результаты дают предложенные диаграммы при использовании их в диаграммном методе, общий алгоритм которого изложен в работе [12]. Для этого используем прием, аналогичный тому, что был применен в статье [13].

Так, в качестве основы для проверки диаграмм растяжения бетона применительно к изгибаемым железобетонным элементам примем условие, что момент трещинообразования M_{cr} и разрушающий момент M_{ult} , вычисленные по диаграммной методике, совпадают с теми же моментами, вычисленными по методике СНиП 2.03.01–84*. Как известно, эта методика прошла более 30-летнюю экспериментальную проверку и более 40 лет входила в Нормы. Сопоставление результатов расчета по сравниваемым методикам представлено в таблице.

При определении момента трещинообразования наблюдается хорошее совпадение данных для двух областей:

• для бетонов обычных классов от В10 до В60 в слабо- и среднеармированных сечениях (т. е. для случая $\mu < 2,31\%$) — разница в пределах 10 %;

• для высокопрочных бетонов от В60 до В100 — наоборот, лучшие результаты показывают средне- и высокоармированные элементы (т. е. случай $\mu > 2,31\%$) — разница в пределах 5 %.

Тем не менее, большая разница результатов для других областей (для обычных бетонов — до 14,3 %, высокопрочных — до 21,1 %) говорит лишь о том, что необходимо дифференцированно подойти к определению деформаций ε_{bt0} и ε_{bt2} , а сама аппроксимация диаграмм в виде (8) является вполне удачной.

Для вычисления момента трещинообразования в неармированных элементах предложенными диаграммами на данном этапе исследований пользоваться пока не рекомендуется. Для этого подойдут диаграммы из работы [13].

При вычислении разрушающего момента существенных расхождений со СНиП 2.03.01–84* не наблюдается (в пределах 3 %). Однако несколько странно ведут себя сечения с большим процентом армирования из бетонов В25–В45,

Рис. 2. Диаграммы деформирования бетонов различных классов прочности при одноосном растяжении (а) и сжатии (б), построенные по формулам (8) и (11) соответственно

для которых расхождение может составлять до 13,8 %.

Выводы

1. Предложены новые выражения для описания диаграмм деформирования тяжелого бетона классов В10–В100 при кратковременном одноосном растяжении и сжатии. Выражения получены на основании теории накопления повреждений, для этого в них введен деформационный критерий повреждаемости.

2. Особенностью полученных формул является:

- более ясный физический смысл используемых параметров и расчетных коэффициентов,

которые связаны непосредственно с прочностными и деформационными характеристиками бетона, а также с накоплением повреждений по мере нагружения материала;

- единообразное построение формул для описания диаграмм что при растяжении, что при сжатии;

- простота в вычислениях коэффициентов и конечных величин.

3. Проведена проверка достоверности получаемых результатов по диаграммному методу с использованием предложенных диаграмм на примере изгибаемых бетонных и железобетонных элементов. Для этого выполнено сравнение моментов трещинообразования M_{cr} и разрушающих моментов M_{ult} , вычисленных по методике СНиП 2.30.01–84*, принятой за эталон, и по предлагаемому подходу. При этом варьировались в широких пределах класс бетона (от В10 до В100) и процент армирования (от 0,63 % до 3,08 %).

4. Установлено хорошее совпадение данных для M_{cr} (разница в пределах 5–10 %), за исключением ряда областей: для обычных бетонов при высоком армировании — до 14,3 %, высокопрочных при слабом армировании — до 21,1 %. Последнее говорит лишь о необходимости дифференцированного подхода к определению деформаций ϵ_{bt0} и ϵ_{bt2} , а сама аппроксимация диаграмм является вполне удачной.

5. Для вычисления момента трещинообразования в неармированных элементах предложенными диаграммами на данном этапе исследований пользоваться пока не рекомендуется. Для этого подойдут диаграммы из работы [13].

6. При вычислении разрушающего момента существенных расхождений со СНиП 2.03.01–84* не наблюдается (разница в пределах 3 %). Однако несколько странно ведут себя сечения с большим процентом армирования из бетонов В25–В45, для которых расхождение может составлять до 13,8 %. Этот момент требует проведения дополнительных исследований.

Библиографический список

1. Ахметзянов Ф. Х. К оценке прочности и долговечности повреждаемых бетонных и железобетонных элементов. Казань: Новое Знание, 1997. 68 с.

Сопоставление M_{acc} и M_{ult} , вычисленных по различным методикам*

Методика	Процент армирования											
	Неарм.	$\mu = 0,63 \%$	$\mu = 2,31 \%$	$\mu = 3,08 \%$	Неарм.	$\mu = 0,63 \%$	$\mu = 2,31 \%$	$\mu = 3,08 \%$	Неарм.	$\mu = 0,63 \%$	$\mu = 2,31 \%$	$\mu = 3,08 \%$
$M_{гр}, \text{кН} \cdot \text{м}$	Класс бетона В10											
	7,771	9,52	13,547	15,332	14,171	16,306	21,035	23,159	20,571	23,168	28,764	31,289
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5,549	8,933	14,927	17,439	9,556	15,828	23,148	26,359	12,705	23,339	31,943	35,778
	0,7**	0,938	1,102	1,137	0,661	0,971	1,1	1,138	0,605	1,007	1,111	1,143
$M_{гр}, \text{кН} \cdot \text{м}$	Класс бетона В25											
	25,143	28,149	32,377	37,464	30,171	33,603	40,853	44,132	34,743	38,619	46,778	50,47
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	16,099	26,29	34,243	40,532	17,207	28,859	39,862	44,809	17,407	30,322	46,073	51,567
	0,627**	0,934	1,058	1,082	0,559	0,859	0,976	1,015	0,491	0,785	0,985	1,022
$M_{гр}, \text{кН} \cdot \text{м}$	Класс бетона В45											
	7,771	53,248	-	64,057	14,171	61,221	154,805	154,805	20,571	63,585	199,633	247,064
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5,549	51,801	-	62,872	9,556	61,663	132,366	138,623	12,705	65,051	201,131	213,076
	0,7**	0,973	-	0,981	0,661	1,007	0,855	0,895	0,605	1,0234	1,008	0,862
$M_{лп}, \text{кН} \cdot \text{м}$	Класс бетона В100											
	25,143	65,279	210,058	265,598	30,171	64,859	216,415	276,899	34,743	65,131	220,003	283,278
	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	16,099	65,565	213,103	260,542	17,207	66,92	219,743	282,892	17,407	67,451	224,51	290,143
	0,627**	1,004	1,014	0,981	0,559	1,032	1,015	1,022	0,491	1,036	1,02	1,024

Примечания.

1 — СНиП 2.03.01-84*; 2 — по предложенным формулам;

* для сравнения принят изгибаемый элемент прямоугольного профиля 400×200 мм с различным армированием — 2ø18, 3ø28 и 2ø28 А400;

** в данной строке приведено отношение момента, полученного по сравниваемой методике, к значению по СНиП 2.03.01-84*.

2. Lemaitre J. A Course on Damage Mechanics. New York: Springer Verlag, 1992. 210 p.

3. Астафьев В. И., Радаев Ю. Н., Степанова Л. В. Нелинейная механика разрушения. Самара: Самарский ун-т, 2004. 562 с.

4. Ахметзянов Ф. Х. Классификация повреждений бетона, предпосылки оценки его остаточной несущей способности в строительных элементах бетона при отсутствии и наличии армирования с простым механическим нагружением // Известия КГАСУ. 2009. № 2 (12). С. 99–102.

5. Zdenek P. Bazant. Stability of structures Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories. Dover publications, INC: Mineola, New York, 2003. 1034 p.

6. Kachanov L. M. Introduction to Continuum Damage Mechanics. Dordrecht, Boston: Martinus Nijhoff, 1986. 135 p.

7. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 302 с.

8. Lemaitre J. Engineering Damage Mechanics. Springer-New-York, 2005. 402 p.

9. Ахметзянов Ф. Х. К оценке остаточного ресурса железобетонных конструкций при накоплении повреждений // Известия вузов. Строительство. 1992. № 2. С. 6–9.

10. Карпенко Н. И., Мухамедиев Т. А., Сапожников М. А. К построению методики расчета стержневых элементов на основе диаграммы деформирования материалов // Совершенствование методов расчета статистически неопределимых железобетонных конструкций. М.: НИИЖБ, 1987. С. 5–23.

11. Карпенко С. Н. О построении связей между приращениями напряжений и деформаций на основе различных диаграмм // Вестник гражданских инженеров. 2010. № 1 (22). С. 60–63.

12. Соколов Б. С., Радайкин О. В. К построению единой методики расчета прочности, жесткости и трещиностойкости изгибаемых железобетонных элементов с учетом совместного действия изгибающих моментов и перерезывающих сил с применением нелинейной деформационной модели // Фундаментальные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2014 году: сб. науч. тр. РААСН / Юго-Западный государственный университет; под ред. А. В. Кузьмина и др. Курск: Деловая полиграфия, 2015. С. 589–599.

13. Карпенко Н. И., Радайкин О. В. К совершенствованию диаграмм деформирования бетона для определения момента трещинообразования и разрушающего момента в изгибаемых железобетонных элементах // Строительство и реконструкция. 2012. № 3. С. 10–17.

References

1. Akhmetzyanov F. Kh. *K otsenke prochnosti i dolgovechnosti povrezhdaemykh betonnykh i zhelezobetonnykh ehlementov* [To the assessment of strength and durability of damaged concrete and reinforced concrete elements]. Kazan, Novoe Znanie Publ., 1997, 68 p.

2. Lemaitre J. *A Course on damage mechanics*. New York, Springer Verlag Publ., 1992, 210 p.

3. Astaf'ev V. I., Radaev Yu. N., Stepanova L. V. *Nelineynaya mekhanika razrusheniya* [Nonlinear fracture mechanics]. Samara, Samara University Publ., 2004, 562 p.

4. Akhmetzyanov F. Kh. *Klassifikatsiya povrezhdeniy betona, predposylki otsenki ego ostatochnoy nesushchey sposobnosti v stroitel'nykh ehlementakh betona pri otsutstviy i nalichii armirovaniya s prostym mekhanicheskim nagruzheniem* [Classification of concrete damages, prerequisites of assessment of its residual bearing ability in construction members at absence and availability of reinforcing with simple mechanical loading]. *Izvestiya KGASU – KSUAE Bulletin*, 2009, no. 2 (12), pp. 99–102.

5. Zdenek P. Bazant. *Stability of structures. Elastic, inelastic, fracture, and damage theories*. Dover Publ., Mineola, New York, 2003, 1034 p.

6. Kachanov L. M. *Introduction to continuum damage mechanics*. Boston, Martinus Nijhoff Publ., 1986, 135 p.

7. Rabotnov Yu. N. *Polzuchest' ehlementov konstruktсий* [Creep of design elements]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 302 p.

8. Lemaitre J. *Engineering damage mechanics*. Springer Publ., New-York, 2005, 402 p.

9. Akhmetzyanov F. Kh. *K otsenke ostatochnogo resursa zhelezobetonnykh konstruktсий pri nakoplenii povrezhdeniy* [To the assessment of the residual resource of reinforced concrete designs at accumulation of damages]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo – News of higher education institutions. Construction*, 1992, no. 2, pp. 6–9.

10. Karpenko N. I., Mukhamediev T. A., Sapozhnikov M. A. *K postroeniyu metodiki rascheta stержnevnykh ehlementov na osnove diagrammy deformirovaniya materialov* [To the creation of the method of calculating the rod elements on the basis of the materials deformation diagram]. *Sovershenstvovanie metodov rascheta statisticheski neopredelimykh zhelezobetonnykh konstruktсий* [Improvement of methods of calculating the statistically indefinable reinforced concrete designs]. Moscow, NIIZhB Publ., 1987, pp. 5–23.

11. Karpenko S. N. *O postroenii svyazey mezhdunarashcheniyami napryazheniy i deformatsiy na osnove razlichnykh diagramm* [Construction of stress and strain increment relationships on the basis of different diagrams]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2010, no. 1 (22), pp. 60–63.

12. Sokolov B. S., Radaykin O. V. *K postroeniyu edinoi metodiki rascheta prochnosti, zhestkosti i treshchinostoykosti izgibaemykh zhelezobetonnykh ehlementov s uchetom sovmestnogo deystviya izgibayushchikh momentov i pererezyvayushchikh sil s primeneniem nelineynoy deformatsionnoy modeli* [To creation of a uniform method of calculation of durability, rigidity and crack resistance of the bent reinforced concrete elements taking into account joint action of the bending moments and the cutting forces with application of nonlinear deformation model]. *Sb. nauch. tr. RAASN «Fundamental'nye issledovaniya RAASN po nauchnomu obespecheniyu razvitiya arkhitektury, gradostroitel'stva i stroitel'noy otrasli Rossiyskoy Federatsii v 2014 godu»* [Coll. of scientific works of RAASN "Basic research works of PAACH on scientific ensuring of

the development of architecture, town planning and construction branch of the Russian Federation in 2014"]. Southwest State university Publ., ed. by Kuz'mina A. V. et al. Kursk, Delovaya Poligrafiya Publ., 2015, pp. 589–599.

13. Karpenko N. I., Radaykin O. V. *K sovershenstvovaniyu diagramm deformirovaniya betona dlya opredeleniya momenta treshchinoobrazovaniya i razrushayushchego momenta v izgibaemykh zhelezobetonnykh ehlementakh* [About improvement of concrete deformation diagrams for assessing the moment of concrete crack formation moment and the damage moment in the bent reinforced concrete members]. *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya – Construction and reconstruction*, 2012, no. 3, pp. 10–17.