УДК 691.32:004.942

© А. М. Харитонов, д-р техн. наук, профессор

© М. И. Харитонов, канд. техн. наук, доцент

© Ю. М. Тихонов, д-р техн. наук, профессор

(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет)

E-mail: peepdv@mail.ru, xmdv@mail.ru, umt-07@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2017-14-6-158-163

© А. М. Kharitonov, Dr. Sci. Tech., Professor

© М. I. Kharitonov, PhD in Sci. Tech., Associate Professor

© Yu. M. Tikhonov, Dr. Sci. Tech., Professor

(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering)

E-mail: peepdv@mail.ru, xmdv@mail.ru, umt-07@mail.ru

РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОГО МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ЦЕМЕНТНЫХ КОМПОЗИЦИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

CALCULATION OF THE DYNAMIC MODULUS OF ELASTICITY OF CEMENT COMPOSITIONS ON THE BASE OF THE SIMULATION MODELING METHOD

Важным направлением исследований в области повышения долговечности цементных композиций при динамических нагрузках является совершенствование методов проектирования бетона, обеспечивающих за счет оптимизации структуры требуемую выносливость материала при ударной и циклической нагрузке. Представлен алгоритм построения имитационной модели структуры цементного бетона, включающего компоненты различной жесткости, и расчета динамического модуля упругости материала по модели композиционного материала на основе применения метода конечных элементов.

Ключевые слова: структура бетона, имитационное моделирование, метод конечных элементов, динамический модуль упругости.

An important direction of research in the field of increasing the durability of cement compositions at dynamic loadings is improvement of concrete design methods. These methods provide the required strength of material at shock and cyclic loading due to optimization of the structure. The authors present the algorithm of creating the simulation model of the cement concrete structure with components of variable rigidity and calculation of the dynamic module of the material elasticity for the composite material model applying the finite element method.

Keywords: concrete structure, simulation modeling, finite element method, dynamic modulus of elasticity.

Вопросам исследования поведения бетонных композиций под действием динамических нагрузок посвящено большое количество работ, что свидетельствует об актуальности данного направления. Особый интерес представляет собой поведение материала под действием ударных нагрузок.

Многими исследователями установлено, что скорость нагружения непосредственно влияет на прочностные характеристики бетона. Как известно, величина предела прочности бетонных композиций возрастает с увеличением скорости приложения нагрузки. Существуют разные гипотезы объяснения этого явления. Согласно Ю. М. Баженову [1], динамическое упрочнение бетона при высокоскоростном ударе объясняет-

ся тем, что для образования сплошной поверхности разрушения требуется некоторое время. С уменьшением времени действия нагрузки нужно создать более высокие, по сравнению со статикой, напряжения для развития микротрещин в объеме материала и его разрушения.

По мнению А. А. Гвоздева [2], увеличение прочности бетона при высокоскоростном ударе связано с эффектом «обоймы», когда наблюдается развитие больших деформаций в направлении действия нагрузки при малом объеме микроразрушений в исследуемом образце.

Гипотеза «обоймы» подтверждается в работах Г. Н. Ставрова и В. А. Катаева [3–5]. Результаты проведенных ими экспериментов доказывают, что при ударном воздействии имеет место за-

паздывание поперечных деформаций по длине образца по сравнению со статическим нагружением.

Основным критерием, определяющим эффект упрочнения бетона при ударе, служит коэффициент динамического упрочнения, который представляет собой отношение предела прочности материала при динамическом нагружении к пределу его статической прочности.

В работе [1] и ряде других установлено, что модуль деформации с уменьшением времени действия нагрузки увеличивается, позволяя ввести такое понятие, как динамический модуль упругости материала.

Европейским международным комитетом по бетону рекомендованы математические зависимости, связывающие увеличение модуля деформации (динамического модуля упругости) бетона со скоростью деформации и скоростью роста напряжений [6, 7].

В данной статье излагается предлагаемый метод определения динамического модуля упругости проектируемой бетонной композиции при имитационном моделировании. Целью разработки имитационных математических моделей являлось установление качественной картины влияния количества маложестких компонентов (пенополистирола, керамзитового песка, кирпичной крошки, гранулированного пеностекла) в составе бетонной композиции на ее способность к восприятию как статических, так и динамических нагрузок.

По результатам экспериментальных исследований установлено, что все исследованные маложесткие компоненты имели в качественном отношении одинаковые зависимости исследуемых параметров от их содержания в составе бетонных композиций. В частности, ударная прочность имела выраженный максимум; пределы прочности на изгиб, сжатие, сжатие после циклической ударной нагрузки и сжатие после циклической сжимающей нагрузки практически прямо пропорционально уменьшались с увеличением содержания маложестких добавок в составе бетонной композиции [8, 9]. В связи с этим теоретические исследования проводились для наиболее характерной добавки — пенополистирольных гранул.

Как известно, для бетона характерно нелинейное деформирование. Начиная с малых напряжений в бетонных композициях, помимо упругих деформаций, развиваются неупругие остаточные деформации. В данной работе с учетом поставленной выше цели при разработке математических моделей мелкозернистого бетона с маложесткими структурными компонентами в виде гранул пенополистирола считалось, что материал работает в пределах закона Гука. Такой подход во многом упростил создание математической модели материала с сохранением возможности достижения поставленной цели.

Предлагаемый алгоритм разработки математической модели исследуемого материала включает следующие этапы:

- разделение объема гранул пенополистирола по критерию размерной сопоставимости на фракционные группы. Определение размеров и количества гранул с учетом фракционного состава материала и его содержания в образце бетона;
- разработку геометрических моделей материала для отдельных фракционных групп с учетом содержания маложесткой добавки в образце;
- создание с использованием программы *ANSYS WORKBENCH* математических моделей материала с различным содержанием добавки для фракционной группы с наиболее мелкими гранулами пенополистирола и определение модулей упругости исследуемой цементной композиции;
- выполнение аналогичных процедур для фракционных групп со средними и крупными размерами гранул пенополистирола с учетом результатов предыдущих этапов;
- создание с использованием программы *Modal WORKBENCH* математических моделей материала с различным содержанием добавки для расчета собственных частот и форм упругих колебаний;
- расчет динамических модулей упругости материала при различном содержании добавки.

В табл. 1 приведен гранулометрический состав гранулированного пенополистирола.

Из анализа данных в табл. 1 следует, что размеры гранул пенополистирола в каждой фракции изменяются в достаточно широких пределах. Реализовать весь размерный ряд в пределах

Таблица 1

Гранулометрический состав пенополистирола

Фракция, мм	5–2,5	2,5–1,25	1,25–0,63	0,63–0,315	0,315–0,14	<0,14
Частные остатки, %	10	35	20	26	8	1

фракции при разработке математической модели материала весьма затруднительно. В связи с этим полагалось, что каждая фракция представлена средним размером частиц. Так как средние размеры гранул во фракциях несоизмеримы, то они разбиты на три соразмерные группы.

При составлении математической модели гранулы пенополистирола представлялись в виде шаров с диаметрами, равными средним размерам частиц в каждой фракции.

В соответствии с изложенным выше алгоритмом осуществлялось поэтапное моделирование материала. На первом этапе моделировалась композиция с включениями гранул пенополистирола третьей группы. При этом песчано-цементная композиция рассматривалась как окружающая пенополистирол сплошная среда.

На втором этапе рассматривалась композиция с частицами второй группы. Окружающей пенополистирол средой в этом случае выступал материал с упругими характеристиками, полученными на первом этапе моделирования.

На третьем, заключительном, этапе моделирования рассматривалась композиция, состоящая из гранул пенополистирола первой группы с окружающей сплошной средой, обладающей упругими свойствами материала, моделируемого на втором этапе.

Количество гранул пенополистирола определенного размера в объеме цементно-песчаной композиции определялось с учетом процентного соотношения пенополистирола в опытных образцах и процентного соотношения гранул в отдельных фракциях.

Расчетная процедура по определению гранул пенополистирола со средними размерами каждой из фракций заключалась в следующем. Определялось объемное содержание пенополистирола в опытном образце. Этот объем распределялся по фракциям. Далее рассчитывались объемы шаров со средними размерами гранул каждой фракции. Путем деления объема пенополистирола, приходящегося на фракцию, на объ-

ем шара с размером частиц этой фракции определялось количество гранул в расчетной модели.

Количество гранул пенополистирола разных фракций в объеме стандартного образца достаточно велико. В связи с этим при создании математических моделей материала рассматривались расчетные образцы с объемом, позволяющим разместить минимальное количество гранул каждой группы фракций. Такой подход позволяет сохранить упругие свойства композита.

По результатам выполненных расчетов с помощью программы *SolidWorks 270 SP0.0* созданы расчетные модели материала. На рис. 1 для примера приведены полученные геометрические модели при содержании гранул пенополистирола в количестве 16,73 % по объему.

Математические модели материала составлялись по методу конечных элементов (МКЭ) в форме метода перемещений, реализованного в программе *Workbench* семейства *ANSYS*.

На рис. 2 проиллюстрирована конечно-элементная имитационная модель бетонной композиции для третьего этапа моделирования, соответствующего крупной фракции пенополистирола с содержанием 5,7 % добавки в бетоне.

Первые два этапа моделирования связаны с определением жесткостных свойств композитов с содержанием полистирола фракций третьей и второй групп.

Модуль упругости бетона, содержащего в качестве маложесткой добавки пенополистирол, определялся по формуле:

$$E_3 = E_b \frac{U_b}{U_{k3}}, \quad (1)$$

где E_3 — модуль упругости композита с пенополистиролом фракций третьей группы; E_b — модуль упругости бетона; U_b — среднее значение вертикальных перемещений четырех вершин куба, лежащих на грани, по которой передается распределенная нагрузка куба из бетона без пенополистирола; U_{k3} — среднее значение вертикальных перемещений четырех вершин куба, лежащих на грани, по которой передается рас-

Рис. 1. Геометрические имитационные модели бетонной композиции с пенополистирольными гранулами в количестве 16,7% по объему: а — геометрическая модель для мелкой фракции; б — средней; в — крупной

пределенная нагрузка куба из композита с фракциями пенополистирола третьей группы.

Аналогично определялись модули упругости композита с пенополистиролом фракций второй группы.

Собственные частоты и формы колебаний имитационных моделей определялись, как отмечалось выше, с помощью программы *Modal WORKBENCH*.

На рис. 3 представлены некоторые результаты расчета для бетонной композиции с добавкой пенополистирола в количестве 5,7 % по объему.

Как следует из рисунка, низшая частота собственных продольных колебаний равна 3437,5 Гц. Более высокие частоты (4238,1 Гц и выше) соответствуют собственным колебаниям гранул пенополистирола.

Динамический модуль упругости, Па, в случае продольных колебаний определяется по формуле

$$E_D = \frac{F \cdot \rho \cdot l^4 \cdot f^2}{J \cdot g}, \quad (2)$$

где F — площадь сечения модели, m^2 ; ρ — плотность материала, kg/m^3 ; l — длина ребра куба (модели), m ; g — ускорение свободного падения, m/s^2 ; f — собственная частота, $Гц$; J — момент инерции сечения модели, m^4 .

В табл. 2 представлены расчетные данные, полученные в ходе моделирования бетонных композиций с содержанием полистирола 5,7 % и 16,7 % по объему.

Таким образом, анализ результатов расчета показывает, что динамические модули упругости отличаются от исходных статических в пределах 21,5–26,5 %, что согласуется с известными дан-

Рис. 2. Конечно-элементная имитационная модель бетонной композиции. Общие перемещения в сечении имитационной модели исследуемого материала

Рис. 3. Результаты расчета по программе *Modal WORKBENCH*

Таблица 2

Основные результаты расчетов

Параметры	Содержание маложесткого компонента	
	5,7 % от объема образца	16,7 % от объема образца
Модуль упругости бетона, Па	$2,3 \cdot 10^{10}$	$2,3 \cdot 10^{10}$
Модуль упругости с добавкой мелких фракций, Па	$2,27 \cdot 10^{10}$	$2,21 \cdot 10^{10}$
Модуль упругости с добавкой средних фракций, Па	$2,24 \cdot 10^{10}$	$1,9 \cdot 10^{10}$
Коэффициент Пуассона	0,2	0,2
Размер стороны куба, м	0,1	0,1
Плотность, кг/м ³	2150	1815
Низшая частота собственных колебаний, Гц	3437,5	3334,4
Динамический модуль упругости, Па	$3,05 \cdot 10^{10}$	$2,42 \cdot 10^{10}$

ными в отношении исследуемых параметров. С увеличением расхода маложестких компонентов (пенополистирола) в составе мелкозернистого бетона динамический модуль упругости уменьшается за счет снижения плотности и частоты собственных продольных колебаний, что также соответствует физике процесса. Эти обстоятельства позволяют сделать вывод о достоверности изложенного в статье алгоритма и возможности его использования при проектировании бетонных композиций методом структурно-имитационного моделирования.

Библиографический список

1. Баженов Ю. М. Бетон при динамическом нагружении. М.: Стройиздат, 1970. 274 с.
2. Гвоздев А. А. К вопросу о действии удара на массивные сооружения // Вестник Военно-инженерной академии Красной Армии. 1940. № 30.
3. Ставров Г. Н. Определение коэффициента поперечных деформаций бетона при динамическом и статическом нагружении // Бетон и железобетон. 1989. № 7. С. 30–31.
4. Ставров Г. Н., Катаев В. А. О механизме деформирования и упрочнения бетона при одноосном динамическом нагружении // Известия вузов. Строительство и архитектура. 1990. № 11. С. 3–6.
5. Ставров Г. Н., Катаев В. А. Предельные деформации бетона при одноосном динамическом нагружении // Бетон и железобетон. 1993. № 3. С. 13–14.
6. CEB, «Concrete Structures under Impact and Impulsive Loading», Synthesis Report, Bulletin d'Information No. 187 (Comité Euro-International du Béton, Lausanne, 1988).

7. Comité Euro-International du Béton, CEB-FIP Model Code 1990, Redwood Books, Trowbridge, Wiltshire, UK, 1993.

8. Kharitonov A., Korobkova M., Smirnova O. The influence of low-hard dispersed additives on impact strength of concrete. Procedia Engineering. 2015. Vol. 108. Pp. 239–244.

9. Kharitonov A., Prokofieva V. Theoretical and Experimental Justification of Low-Rigid Components' Use for Concrete Dynamic Strength Enhancement. Materials Science Forum, 2016. Vol. 871. Pp. 154–159.

References

1. Bazhenov Yu. M. *Beton pri dinamicheskom nagruzhenii* [Concrete at dynamic loading]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1970, 274 p.
2. Gvozdev A. A. *K voprosu o deystvii udara na massivnye sooruzheniya* [To the issue of shock impact upon massive constructions]. *Vestnik Voenno-inzhenernoy akademii Krasnoy Armii – Bulletin of the Military - Engineering Academy of the Red Army*, 1940, no. 30.
3. Stavrov G. N. *Opreделение koehffitsienta poperechnykh deformatsiy betona pri dinamicheskom i staticheskom nagruzhenii* [Determination of the concrete lateral deformation coefficient at dynamic and static loading]. *Beton i zhelezobeton – Concrete and Reinforced Concrete*, 1989, no. 7, pp. 30–31.
4. Stavrov G. N., Kataev V. A. *O mekhanizme deformirovaniya i uprochneniya betona pri odnoosnom dinamicheskom nagruzhenii* [About the mechanism of deformation and hardening of concrete at uniaxial dynamic loading]. *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo i arkhitektura – News of higher education institutions. Construction and architecture*, 1990, no. 11, pp. 3–6.
5. Stavrov G. N., Kataev V. A. *Predel'nye deformatsii betona pri odnoosnom dinamicheskom nagruzhenii* [Boundary deformations of concrete at uniaxial dynamic

loading]. *Beton i zhelezobeton – Concrete and reinforced concrete*, 1993, no. 3, pp. 13–14.

6. CEB, “Concrete Structures under Impact and Impulsive Loading”. Synthesis Report, Bulletin d’Information no. 187, Comité Euro-International du Béton, Lausanne, 1988).

7. Comité Euro-International du Béton, CEB-FIP Model Code 1990, Redwood Books, Trowbridge, Wiltshire, UK, 1993.

8. Kharitonov A., Korobkova M., Smirnova O. The influence of low-hard dispersed additives on impact strength of concrete. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 108, pp. 239–244.

9. Kharitonov A., Prokofieva V. Theoretical and Experimental Justification of Low-Rigid Components’ Use for Concrete Dynamic Strength Enhancement. *Materials Science Forum*, 2016, vol. 871, pp. 154–159.