УДК 624.072.2.014.2-415:624.014

© Г. И. Белый, д-р техн. наук, профессор
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет)
E-mail: office@erkon.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2017-14-5-33-37

© G. I. Belyy, Dr. Sci. Tech., Professor
(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering)
E-mail: office@erkon.ru

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РЕДУЦИРОВАННЫХ СЕЧЕНИЙ СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЛЕГКИХ СТАЛЬНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

ABOUT CALCULATION OF REDUCED CROSS-SECTIONS OF BAR ELEMENTS OF LIGHT WEIGHT THIN-WALLED COLD FORMED STEEL STRUCTURES

Приведено теоретическое обоснование определения редуцированных сечений при многопараметрическом нагружении стержневых элементов конструкций из стальных холодногнутох профилей. В обосновании используется алгоритм «сечение» и положения Еврокода в части определения редуцированного сечения. Для упрощения решения задач прочности и общей устойчивости редуцированные сечения замещаются на нередуцированные. При этом стержневые элементы догружаются фиктивными силами, компенсирующими редукцию.

Ключевые слова: тонкостенные холодногнутох профили, многопараметрическое нагружение, прочность и общая устойчивость, редукция сечения.

The article submits a theoretical substantiation of calculation of reduced cross-sections at multi-parametric loading of bar elements in designs from steel cold-formed profiles. In the substantiation, the author uses the «section» algorithm and provisions of the Eurocode regarding reduced section calculation. For simplification of solving the problems of strength and overall stability, the reduced sections are replaced with not reduced ones. For this purpose, bar elements are additionally loaded with fictitious forces compensating the reduction.

Keywords: thin-walled cold-formed profiles, multi-parametric loading, strength and overall stability, reduced cross-section.

Основной особенностью работы стержневых элементов легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК), как известно, является потеря местной устойчивости и формы сечения, которые проявляются до достижения предельного состояния. Методика определения выключающихся из работы частей сечения при потере местной устойчивости и уменьшении толщины при потере устойчивости формы сечения изложена в Еврокоде EN 1993-1-3 [1] и также была принята в отечественном стандарте [2]. Она основана на многочисленных теоретических и экспериментальных исследованиях зарубежных авторов и не вызывает сомнений.

С помощью [1] можно определить редукцию при любом напряженно-деформированном состоянии стержневых элементов ЛСТК, когда в их сечениях может действовать любое сочетание силовых факторов: продольная сила N , изгибающие в двух главных плоскостях моменты M_x , M_y и бимомент B_w . При одновременном действии более двух из них редуцированное («эффективное») сечение становится несимметричным со смещенным в двух плоскостях центром тяжести и поворотом главных его осей. Построить инженерную методику расчета стержневых элементов с такими сечениями на прочность и особенно на устойчивость становится весьма затруднительным.

В связи с изложенным европейские нормы проектирования ЛСТК [1] рекомендуют редуцированные сечения определять при действии каждого силового фактора в отдельности. Следуя им, проверка прочности, например, при трехпараметрическом нагружении N, M_x, M_y принимает вид:

$$\frac{N}{A_{ef} R_y} + \frac{M_x + N \cdot e_{ef,y}}{W_{ef,x} R_y} + \frac{M_y + N \cdot e_{ef,x}}{W_{ef,y} R_y} \leq 1, \quad (1)$$

где A_{ef} — эффективная площадь сечения при действии только продольной силы N (рис. 1, а); $W_{ef,x}$ — момент сопротивления эффективного сечения, которое определяется только при действии M_x (рис. 1, б); $W_{ef,y}$ — то же при действии только M_y (рис. 1, в); $e_{ef,y}, e_{ef,x}$ — смещения главных осей эффективных сечений, которые определяются раздельным действием M_x и M_y соответственно.

При упругой работе материала проверка прочности, как известно, характеризуется сравнением максимальных напряжений $\sigma_{\max}$ с расчетным сопротивлением материала R_y , $\sigma_{\max} < R_y$ или $\bar{\sigma}_{\max} = \sigma_{\max} / R_y \leq 1$. Анализируя левую часть неравенства (1), можно увидеть, что составляющие максимальных напряжений $\sigma_{\max}$ от действия N, M_x, M_y получены для трех различных типов сечений. Поэтому рекомендуемая Еврокодом [1] и стандартом [2] методика проверки прочности и общей устойчивости может приводить к недопустимым результатам.

Принцип наложения в задачах устойчивости, включая местную, как известно, неприменим. Редуцированные сечения необходимо определять по [1] при потере местной устойчивости от одновременного действия предельных силовых факторов. Решение этой задачи можно выпол-

нить с помощью алгоритма «Сечение» [3], который позволяет также определить фиктивные усилия, компенсирующие ослабления сечения. Учитывая последнее, решение задач прочности и общей устойчивости можно выполнить с использованием нередуцированных сечений, что позволит весьма значительно их упростить.

В настоящей работе приводится метод решения упомянутых задач при одновременном действии в сечении N, M_x, M_y . Для этого рассмотрим стержневой элемент, составленный из стальных холодногнутых профилей (рис. 2, а). При этом считается, что закрепления профилей между собой обеспечивают их совместную работу как сплошностенчатого стержня. Предельное напряженное состояние стержня с нередуцированным сечением в этом случае можно представить в виде:

$$\bar{\sigma} = \bar{N}_{\text{пр}} \left(1 + m_x \frac{y}{y_*} + m_y \frac{x}{x_*} \right), \quad (2)$$

где $\bar{N}_{\text{пр}} = \frac{N_{\text{пр}}}{R_y A} = \frac{1}{1 + m_x + m_y}$ — предельный параметр усилий; x_*, y_* — координаты наиболее напряженного волокна; $m_x = \frac{e_y}{\rho_x}$; $m_y = \frac{e_x}{\rho_y}$ — относительные эксцентриситеты; $e_y = \frac{M_x}{N}$; $e_x = \frac{M_y}{N}$; ρ_x, ρ_y — ядровые расстояния.

Используя (2), с помощью [1] определим в первом приближении редукцию сечения (см. рис. 2, а). Видно, что первоначальное сечение получило n_0 ослаблений, каждое из которых имеет площадь ослабления A_{oi} с координатами центра тяжести x_{oi}, y_{oi} ($i = 1, 2, \dots, n_0$).

Составим уравнения равновесия в редуцированном сечении относительно прежних осей x, y ,

Рис. 1. Эффективные сечения при действии: а — продольной силы N ; б — момента M_x ; в — момента M_y

которые стали неглавными. Следуя алгоритму «Сечение» [3], воспользуемся гипотезой плоских сечений, в соответствии с которой относительные деформации любого k -го волокна можно представить в виде

$$\varepsilon_k = \varepsilon_0 - v'' \cdot y - u'' \cdot x, \quad (3)$$

где ε_0 — относительная деформация оси стержня; v'', u'' — кривизны оси при изгибе относительно осей поперечного сечения x и y соответственно.

Учитывая упругую работу материала $\sigma_k = \varepsilon_k E$, представим уравнения равновесия:

$$\left. \begin{aligned} N_p &= \varepsilon_0 E A_{ef} + v'' E S_{x,0} + u'' E S_{y,0} \\ N_p \cdot e_y &= -\varepsilon_0 E S_{x,0} - v'' E I_{x,ef} + u'' E I_{xy,0} \\ N_p \cdot e_x &= -\varepsilon_0 E S_{y,0} + v'' E I_{xy,0} - u'' E I_{y,ef} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_{ef} &= A - A_0; \quad A_0 = \sum_{i=1}^{n_0} A_{0i}; \quad S_{x,0} = \sum_{i=1}^{n_0} A_{0i} y_{0i} \\ S_{y,0} &= \sum_{i=1}^{n_0} A_{0i} x_{0i}; \quad I_{x,ef} = I_x - I_{x,0}; \quad I_{x,0} = \sum_{i=1}^{n_0} A_{0i} y_{0i}^2 \\ I_{xy,0} &= \sum_{i=1}^{n_0} A_{0i} x_{0i} y_{0i}; \quad I_{y,ef} = I_y - I_{y,0}; \quad I_{y,0} = \sum_{i=1}^{n_0} A_{0i} x_{0i}^2 \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Для удобства построения инженерной методики расчета уравнения (4) запишем в безразмерных параметрах:

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}_p &= \bar{\varepsilon}_0 \bar{A}_{ef} + \bar{v}'' \bar{y}_c + \bar{u}'' \bar{x}_c \\ \bar{N}_p \cdot \bar{m}_x &= -\bar{\varepsilon}_0 \bar{y}_c - \bar{v}'' \bar{i}_{x,ef}^2 + \bar{u}'' \bar{i}_{xy,0}^2 \\ \bar{N}_p \cdot \bar{m}_y &= -\bar{\varepsilon}_0 \bar{x}_c + \bar{v}'' \bar{i}_{xy,0}^2 - \bar{u}'' \bar{i}_{y,ef}^2 \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где $\bar{N}_p$ — предельный (при $\sigma_{\max} = 1$) параметр усилий, действующих в редуцированном сечении;

$$\bar{A}_{ef} = \frac{A_{ef}}{A}; \quad \bar{y}_c = \frac{S_{x,0}}{\rho_x \cdot A}; \quad \bar{x}_c = \frac{S_{y,0}}{\rho_y \cdot A}; \quad \bar{i}_{x,ef}^2 = \frac{I_{x,ef}}{\rho_x^2 \cdot A};$$

$$\bar{i}_{xy,0}^2 = \frac{I_{xy,0}}{\rho_x \cdot \rho_y \cdot A}; \quad \bar{i}_{y,ef}^2 = \frac{I_{y,ef}}{\rho_y^2 \cdot A}; \quad \bar{\varepsilon}_0 = \varepsilon_0 \frac{E}{R_y};$$

$$\bar{v}'' = v'' \frac{E}{R_y} \rho_x; \quad \bar{u}'' = u'' \frac{E}{R_y} \rho_y.$$

Решив линейную систему уравнений (6), получим

$$\bar{\varepsilon}_0 = \bar{N}_p \cdot c_1; \quad \bar{v}'' = -\bar{N}_p \cdot c_2; \quad \bar{u}'' = -\bar{N}_p \cdot c_3, \quad (7)$$

$$\text{где } c_1 = k_4 \cdot c_2 - k_3; \quad c_2 = \frac{k_3 \bar{A}_{ef} + 1 - k_1 \bar{x}_c}{k_4 \bar{A}_{ef} - \bar{y}_c - k_2 \bar{x}_c};$$

$$c_3 = k_2 \cdot c_2 - k_1; \quad k_1 = \frac{m_x \bar{A}_{ef} + \bar{y}_c}{\bar{i}_{xy,0}^2 \bar{A}_{ef} + \bar{x}_c \bar{y}_c};$$

$$k_2 = \frac{\bar{i}_{x,ef}^2 \bar{A}_{ef} - \bar{y}_c^2}{\bar{i}_{xy,0}^2 \bar{A}_{ef} + \bar{x}_c \bar{y}_c}; \quad k_3 = \frac{1}{\bar{x}_c} \left(k_1 \bar{i}_{y,ef}^2 + m_y \right);$$

$$k_4 = \frac{1}{\bar{x}_c} \left(k_2 \bar{i}_{y,ef}^2 - \bar{i}_{xy,0}^2 \right).$$

Определив относительные деформационные характеристики (7), представим предельное напряженное состояние в редуцированном сечении:

$$\bar{\sigma}_{ef} = \bar{N}_{p, \text{пр}} \left(c_1 + c_2 \frac{y}{\rho_x} + c_3 \frac{x}{\rho_y} \right), \quad (8)$$

где предельный параметр усилий

$$\bar{N}_{p, \text{пр}} = \frac{N_{p, \text{пр}}}{R_y A} = \frac{1}{c_1 + c_2 \frac{y_*}{\rho_x} + c_3 \frac{x_*}{\rho_y}}. \quad (9)$$

Возвращаясь к нередуцированному сечению, определим параметр фиктивных усилий, кото-

Рис. 2. Схемы загрузки в сечениях: а — редуцированных; б — нередуцированных

рые воспринимались бы ослаблениями сечения A_{0i} ($i = 1, 2, \dots, n_0$):

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}_\Phi &= \bar{\varepsilon}_0 \bar{A}_0 + \bar{v}'' \bar{y}_c - \bar{u}'' \bar{x}_c \\ m_{x,\Phi} &= \frac{1}{\bar{N}_\Phi} \left(\bar{\varepsilon}_0 \bar{y}_c - \bar{v}'' \bar{i}_{x,0}^2 - \bar{u}'' \bar{i}_{xy,0}^2 \right) \\ m_{y,\Phi} &= \frac{1}{\bar{N}_\Phi} \left(\bar{\varepsilon}_0 \bar{x}_c - \bar{v}'' \bar{i}_{xy,0}^2 - \bar{u}'' \bar{i}_{y,0}^2 \right) \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

где $\bar{A}_0 = \frac{A_0}{A}$; $\bar{i}_{x,0}^2 = \frac{I_{x,0}}{\rho_x^2 A}$; $\bar{i}_{y,0}^2 = \frac{I_{y,0}}{\rho_y^2 A}$.

Получив значения $\bar{N}_{р.пр}$ по (9) и $\bar{N}_\Phi$ по (10) с относительными эксцентриситетами m_x , m_y и $m_{x,\Phi}$, $m_{y,\Phi}$ соответственно (рис. 2, б), определим их равнодействующую:

$$\bar{N}^* = \bar{N}_{р.пр} + \bar{N}_\Phi \quad (11)$$

и ее относительные эксцентриситеты:

$$\begin{aligned} m_x^* &= \frac{\bar{N}_{р.пр} \cdot m_x + \bar{N}_\Phi \cdot m_{x,\Phi}}{\bar{N}^*}; \\ m_y^* &= \frac{\bar{N}_{р.пр} \cdot m_y + \bar{N}_\Phi \cdot m_{y,\Phi}}{\bar{N}^*}. \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда новое предельное состояние в нередуцированном (исходном) состоянии аналогично (2) можно представить:

$$\bar{\sigma} = \bar{N}_{пр}^* \left(1 + m_x^* \frac{y}{y_x} + m_y^* \frac{x}{x_y} \right), \quad (13)$$

где $\bar{N}_{пр}^* = \frac{1}{1 + m_x^* + m_y^*}$ — предельный параметр сил $\bar{N}_{р.пр}$ и $\bar{N}_\Phi$.

По (13) с помощью [1] определим редукцию сечения во втором приближении. Расчет следует

повторять до ситуации, когда на двух последних итерациях редукция сечения окажется неизменной. По нашему представлению это две-пять итераций.

Таким образом, получив окончательное значение предельного параметра усилий в достоверном редуцированном сечении, проверку прочности можно свести к следующему виду:

$$\frac{N}{\gamma_c R_y A} + \frac{N \cdot e_y}{\gamma_c R_y W_x} + \frac{N \cdot e_x}{\gamma_c R_y W_y} \leq \Phi_{loc}, \quad (14)$$

где $\Phi_{loc} = \frac{\bar{N}_{р.пр}}{\bar{N}_{пр}}$ — коэффициент потери местной устойчивости; $\bar{N}_{р.пр}$ — предельный параметр усилий в редуцированном, а $\bar{N}_{пр}$ — в нередуцированном сечениях.

Предложенная методика и алгоритм расчета обладают быстроедействием (на несколько порядков быстрее, чем при использовании МКЭ) и позволяют получить значения Φ_{loc} для большого спектра практических задач. С их помощью можно значительно упростить решение задач по общей устойчивости [4] за счет использования нередуцированных сечений и фиктивных сил, компенсирующих ослабления.

На некоторых примерах расчета на прочность покажем преимущества предложенного метода по сравнению с [1]. Для этого рассмотрим стержневые элементы, обладающие наибольшей редукцией сечения. К ним следует отнести стержни из спаренных холодногнутых швеллеров высотой 150 мм с шириной 50 мм, имеющих толщину 2 мм (рис. 3). Совместная их работа обеспечивается соединительными планками толщиной 4 мм, рас-

Рис. 3. Зависимость предельной силы от относительного эксцентриситета m_x при $m_y = 0,1$

Рис. 4. Зависимость предельной силы от относительного эксцентриситета m_x при $m_y = 1$

ставленными на расстоянии $30i_{red}$. Радиус инерции швеллера i_{red} определяется по редуцированному сечению при центральном сжатии.

На графиках рис. 3 показаны зависимости предельного параметра силы $\bar{N}_{p,пр}$ от величины относительного эксцентриситета m_x (сжатие с изгибом в плоскости стенки). При этом учитывается относительный случайный эксцентриситет из плоскости загрузки $m_y = 0,1$. Сплошные линии соответствуют разработанному методу, пунктирные — Еврокоду [1]. Сопоставляя полученные результаты, можно увидеть, что предложенный метод позволяет вскрыть резервы прочности в пределах 15...27 %. При трехпараметрическом нагружении (рис. 4) с неизменным $m_y = 1$ также обнаруживаются резервы прочности 12...18 %.

Предложенный метод определения редуцированного сечения при многопараметрическом нагружении обладает быстродействием и позволяет вскрыть весьма существенные резервы несущей способности по сравнению с методиками Еврокода [1] и стандарта [2].

Библиографический список

1. EN 1993-1-3-2004. Eurocode 3 – Design of steel structures – Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold formed members and sheeting. European Committee for Standardization, 2004.
2. СП 260.1325800.2016. Конструкции стальные тонкостенные из холодногнутых оцинкованных профилей и гофрированных листов. М., 2016. 116 с.
3. Белый Г. И. О расчете упругопластических тонкостенных стержней по пространственно-деформи-

рованной схеме с учетом касательных напряжений деформаций и деформаций сдвига // Металлические конструкции и испытания сооружений. 1985. № 62. С. 10–20.

4. Белый Г. И. Новые положения в инженерной методике расчета на устойчивость стальных стержневых элементов конструкций из холодногнутых профилей // Вестник гражданских инженеров. 2017. № 2 (61). С. 75–80.

References

1. EN 1993-1-3-2004. Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1-3: General rules. Supplementary rules for cold-formed members and sheeting. European Committee for Standardization, 2004.
2. SP 260.1325800.2016. Konstruktsii stal'nye tonkostennyye iz kholodnogutykh otsinkovannykh profiley i gofrirovannykh listov [SP 260.1325800.2016. Thin-walled steel structures from cold-formed galvanized profiles and corrugated sheets]. Moscow, 2016, 116 p.
3. Belyy G. I. O raschete uprugoplasticheskikh tonkostennykh stержney po prostranstvenno-deformirovannoy skheme s uchetom kasatel'nykh napryazheniy deformatsiy i deformatsiy sdviga [About calculation of elastic-plastic thin-walled bars according to the spatial deformed scheme taking into account the tangent tension of deformations and the shear strain]. Metallicheskie konstruktsii i ispytaniya sooruzheniy – Metal designs and tests of constructions, 1985, no. 62, pp. 10–20.
4. Belyy G. I. Novye polozheniya v inzhenernoy metodike rascheta na ustoychivost' stal'nykh stержnevyykh ehlementov konstruktsiy iz kholodnogutykh profiley [New provisions in the engineering calculation procedure on the stability of steel bar elements of structures made of cold-formed profiles]. Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers, 2017, no. 2 (61), pp. 75–80.