УДК 624.012.45

DOI 10.23968/1999-5571-2017-14-4-93-98

© Д. А. Семенов, аспирант
(Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого)
E-mail: spb.rcsoft@gmail.com

© D. A. Semenov, post-graduate student
(Peter the Great St. Petersburg
Polytechnic University)
E-mail: spb.rcsoft@gmail.com

ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ЛОКАЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ АРМАТУРЫ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В СЕЧЕНИЯХ С ТРЕЩИНАМИ

RANGE OF REBAR LOCAL STRAIN VALUES IN CRACKED SECTIONS OF FLEXURAL REINFORCED CONCRETE MEMBERS

Гипотеза плоских сечений в рамках деформационной модели сформулирована для средних на шаге трещин продольных деформаций. Локальная деформация арматуры в сечениях с трещиной может значительно отличаться от «средней». Получена область значений локальных деформаций арматуры при альтернативной гипотезе, согласно которой линейное распределение принимается в сжатом бетоне, а деформация арматуры является независимой неизвестной. В рамках исследования изгибаемых элементов отклонение локальной деформации арматуры в трещине от своего среднего на шаге трещин значения находится в диапазоне от $-16,6\%$ до $+5,1\%$. Для одиночно армированных сечений при $\mu = 1,0 \dots 2,0\%$ диапазон отклонения сопоставим с пределами инженерной погрешности и составляет от $-5,0\%$ до $+2,5\%$.

Ключевые слова: расчет, железобетонные конструкции, гипотеза плоских сечений, деформационная модель.

Plane sections hypothesis is formulated for average strain values on crack spacing within the deformation model theory. Local rebar strain in cracked sections can considerably differ from an “average” one. Range of values of rebar local strains is achieved under an alternative hypothesis. According to the hypothesis, linear strain distribution is assumed for compressed concrete, but rebar strain is an independent unknown. Within research of flexural members, the deviation of local rebar strain in crack from its average value on a crack spacing is in a range from -16.6% to $+5.1\%$. Deviation range for singly reinforced cross-sections at $\mu = 1.0 \dots 2.0\%$ is comparable with the limits of engineering error and it is from -5.0% to $+2.5\%$.

Keywords: calculation, reinforced concrete structures, plane sections hypothesis, deformation model.

В обзоре [1] отмечается, что деформационная модель является теоретическим фундаментом современного нормативного подхода к расчету железобетонных элементов [2–4]. Результаты расчетов несущей способности верифицированы на основе данных физических испытаний в [5, 6], где пределы прочности бетона $R_{b,m}$ и арматуры $R_{s,m}$ приняты по своим средним значениям (обеспеченностью 50 %). Безопасность результатов достигается преимущественно системой частных коэффициентов надежности γ , а не гипотезами и расчетными предпосылками модели. На эксплуатационной стадии работы учет вклада растянутого бетона между трещина-

ми осуществляется интегрально — посредством коэффициента ψ_s . Влияние параметров сцепления арматурных стержней с окружающим их бетоном на напряженно-деформированное состояние (НДС) сечений явным образом не учитывается. Совершенствование модели и критический пересмотр ее предпосылок, включая гипотезу плоских сечений, является актуальной задачей.

Согласно гипотезе плоских сечений теории железобетонных конструкций принимается, что средние на шаге трещин продольные деформации нормального сечения распределены по линейному закону (рис. 1, в). Так, деформация арматуры ϵ_{sm} однозначно определяется, например,

фибровой (наибольшей) деформацией бетона ε_{bm} и высотой сжатой зоны h_{bm} из (3). Значения параметров ε_{bm} , h_{bm} вычисляются из решения уравнений статического равновесия (1) и (2) при фиксированном уровне нагрузки N, M_z .

$$\int \sigma_b(y) dy + \sum_{i=1}^n \sigma_s(y_i) \frac{\pi d_{s,i}^2}{4} = N, \quad (1)$$

$$\int \sigma_b(y) y dy + \sum_{i=1}^n \sigma_s(y_i) \frac{\pi d_{s,i}^2}{4} y_i = M_z, \quad (2)$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\varepsilon_{bm}}{h_{bm}} (h - a - h_{bm}), \quad (3)$$

где $\sigma_b(y)$ — напряжения в бетоне; $\sigma_s(y_i)$ — напряжения в i -м арматурном стержне; n — количество арматурных стержней; $d_{s,i}$ — диаметр i -го стержня; N, M_z — внешние усилия в сечении.

В действительности локальные деформации в сечениях с трещинами ε_s опережают или отстают от ординаты, отсекаемой в уровне арматуры продолжением прямой, аппроксимирующей эпюру деформаций в сжатой зоне [7]. Тем самым

локальные деформации арматуры отклоняются от закона плоских сечений. Одним из влияющих факторов является перераспределение усилий между бетоном и арматурой на шаге трещин вследствие действия касательных напряжений сцепления τ по контакту «бетон – арматура».

Напряжения сцепления представляют собой вторую производную от смещения арматурного стержня относительно бетонной обоймы. Из анализа работ [8–19] следует, что задача поиска распределения напряжений τ на l_{cre} является плохо обусловленной.

Равновесие между внутренними и внешними усилиями является наиболее обусловленным данным при построении той или иной расчетной модели сечения с трещиной. Предлагаются следующие допущения (см. рис. 1, 2):

- линейное распределение относительных деформаций справедливо для сжатого бетона и растянутого, где $\varepsilon_{bt} < \varepsilon_{bt,ult}$;
- локальная деформация арматуры в сечении с трещиной ε_s принимается независимой неизвестной.

При фиксированном уровне нагрузки N, M_z и заданном, например, диапазоне значений ε_b уравнения (1) и (2) определяют взаимосвязь между ε_s , ε_b и h_b . Взаимосвязь представляет собой пространственную кривую в координатном пространстве $(\varepsilon_b; h_b; \varepsilon_s)$, точки на которой удовлетворяют решению системы уравнений (1)–(2) (рис. 2).

Очевидно, что для однозначного определения НДС сечения требуется еще одно уравнение, зависящее в том числе и от параметров сцепления. Каким бы оно ни было, решение не выйдет за рамки указанной пространственной кривой, определяемой уравнениями равновесия. Таким образом, рационально получить область возможных значений локальных деформаций ε_s для калибровки параметров сцепления и «недостающего» уравнения в целом.

Область значений ε_s получена на частном примере для одиночно армированных сечений прямоугольной формы $h/b = 1,5$, $a/h = 0,075$, $\mu = 0,5...2,5\%$, $R_s/R_b = 21,6$ (арматура А400, бетон В25 по [2]) и $N = 0$ при уровнях изгибающего момента M в диапазоне $0,3...0,7$ от предельного момента M_{ult} . Согласно рекомендациям из [20], в расчетах принята трехлинейная диаграмма

Рис. 1. К определению напряженно-деформированного состояния сечений: а — фасад изгибаемого элемента; б — нормальное сечение; в — распределение средних продольных деформаций (гипотеза плоских сечений); г — предлагаемое распределение локальных деформаций в сечении с трещиной

Таблица 1

Зависимость между деформацией в арматуре, высотой сжатой зоны и фибровой деформацией бетона при $\mu = 0,5...2,5\%$

Таблица 2

Зависимость между деформацией в арматуре и высотой сжатой зоны при $\mu = 0,5...2,5\%$

Рис. 2. Графическое решение системы уравнений равновесия (1)–(2), ε_s принята независимой неизвестной

« $\sigma - \varepsilon$ » по [2] как для сжатого, так и для растянутого бетона. Для арматурной стали принята двухлинейная упруго-пластическая диаграмма по [2].

Первоначально для сечения с фиксированным $\mu = 0,5, 1,0 \dots 2,5$ % находится предельный момент по деформационной модели M_{ult} для определения нагрузки, соответствующей эксплуатационной стадии. Далее последовательно рассматриваются уровни нагружения $M = (0,3, 0,4 \dots 0,7) \cdot M_{ult}$. При каждом M из решения (1)–(2) находится референтное напряженно-деформированное состояние сечения по деформационной модели, а именно $\varepsilon_{b,ref}$ и $h_{b,ref}$, которые определяют референтную «среднюю» деформацию в арматуре $\varepsilon_{s,ref}$ (из линейного распределения деформаций в сечении, уравнение (3)).

Назначается область интереса для рассматриваемых значений локальной фибровой деформации бетона ε_b в долях от $\varepsilon_{b,ref}$ — $0,8 \dots 1,25$. Согласно принятой гипотезе, из совместного решения (1)–(2) для десяти фиксированных $\varepsilon_b = (0,8, 0,85 \dots 1,20, 1,25) \cdot \varepsilon_{b,ref}$ находятся соответствующие локальные деформации арматуры в сечении с трещиной ε_s и высотой сжатой зоны h_b , которые для удобства анализа приводятся к референтным значениям.

Результаты расчетов представлены на графиках в координатах $(\varepsilon_b / \varepsilon_{b,ref}, h_b / h_{b,ref}, \varepsilon_s / \varepsilon_{s,ref})$

и сведены в табл. 1. Референтному решению по деформационной модели соответствует точка (1, 1, 1). Ортогональный вид на плоскость $(h_b / h_{b,ref}, \varepsilon_s / \varepsilon_{s,ref})$ представлен в табл. 2. Максимальные и минимальные отклонения локальных деформаций арматуры от средних, соответствующих референтному решению, приведены в табл. 3.

Таблица 3

Экстремальные отклонения локальной деформации арматуры от средней, полученной по деформационной модели

$\mu, \%$	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
$\max(\varepsilon_s / \varepsilon_{s,ref})$	1,051	1,006	1,015	1,025	1,032
$\min(\varepsilon_s / \varepsilon_{s,ref})$	0,834	0,950	0,984	0,976	0,970

В рамках исследования отклонение локальной деформации арматуры в трещине от своего среднего на шаге трещин значения находится в диапазоне от $-16,6$ % до $+5,1$ %. Для сечений при $\mu = 1,0 \dots 2,0$ % диапазон отклонения уменьшается и составляет от $-5,0$ % до $+2,5$ %, что сопоставимо с пределами инженерной погрешности.

Результаты данного исследования представляются полезными для разработки новых и совершенствования существующих моделей нормальных сечений железобетонных элементов в целом, а также калибровки используемых моделей сцепления, в частности. Результаты в том числе определяют верхнюю границу вклада растянутого бетона между трещинами в увеличение жесткости железобетонных элементов.

Библиографический список

1. Семенов Д. А. Эволюция нормативного подхода к расчету железобетонных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5.
2. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М., 2012. 155 с.
3. EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. P. 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2004. 225 p.
4. ACI 318-11. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. MI, 2011. 503 p.

5. Семенов Д. А. Прочность железобетонных элементов при косом внецентренном сжатии // Вестник гражданских инженеров. 2015. № 5 (52). С. 76–84.
6. Семенов Д. А. Расчет несущей способности железобетонных колонн по деформированной схеме // Промышленное и гражданское строительство. 2017. № 10.
7. Пересыпкин Е. Н. Расчет стержневых железобетонных элементов. М.: Стройиздат, 1988. С. 168.
8. Оатул А. Предложения к построению теории сцепления арматуры с бетоном // Бетон и железобетон. 1968. № 12. С. 8–10.
9. Холмянский М. Контакт арматуры с бетоном. М.: Стройиздат, 1981. С. 184.
10. Прокопович А. Соппротивление изгибу железобетонных конструкций с различными условиями сцепления продольной арматуры с бетоном. Самара: НВФ «Сенсоры. Модули. Системы», 2000. С. 296.
11. Somayaji S., Shah S. P. Bond stress versus slip relationship and cracking response of tension members // ACI Journal. 1981. Vol. 78, no. 3. Pp. 217–225.
12. Local bond stress/slip relationships of deformed bars under generalized excitations: Rep. / Earthquake Engineering Research Center, University of California; Executor: R. Eligehausen, E. Popov, V. Bertero. Berkeley, 1983.
13. Jiang D. H., Shah S. P., Andonian A. T. Study of the transfer of tensile forces by bond // ACI Journal. 1984. Vol. 81, no. 3. Pp. 251–258.
14. Shima H., et al. Micro and macro models for bond in reinforced concrete // Journal of the Faculty of Engineering, The University of Tokyo. 1987. Vol. XXXIX, no. 2. Pp. 133–194.
15. Scott R. H., Gill P. A. Short term distribution of strain and bond stress along tension reinforcement // The Structural Engineer. 1987. Vol. 65B, no. 2. Pp. 39–43.
16. Eligehausen R., Ozbolt J., Mayer U. Contribution of concrete between cracks at inelastic steel strains and conclusions for the optimization of bond // ACI SP-180-3. American Concrete Institute, 1998. Pp. 45–80.
17. Beeby A. W., Scott R. H. Cracking and deformation of axially reinforced members subjected to pure tension // Magazine of Concrete Research. 2005. Vol. 57, no. 10. Pp. 611–621.
18. Harajli M. H. Numerical bond analysis using experimentally derived local bond laws: A powerful method for evaluating the bond strength of steel bars // Journal of Structural Engineering (ASCE). 2007. Vol. 133, no. 5. Pp. 695–705.
19. Pedzviatr J. Influence of internal cracks on bond in cracked concrete structures // Archives of civil and mechanical engineering. 2008. Vol. VIII, no. 3. Pp. 91–105.
20. Семенов Д. А. Влияние диаграммы бетона « σ – ϵ » на результаты расчета нормального сечения железобетонного сечения по нелинейной деформационной модели // Бетон и железобетон. 2015. № 3. С. 23–26.

References

1. Semenov D. A. *Ehvolutsiya normativnogo podkhoda k raschetu zhelezobetonnykh ehlementov* [Evolution of the standard approach to calculation of reinforced concrete members]. *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy – Construction mechanics of engineering designs and structures*, 2017, no. 5.
2. SP 63.13330.2012. *Betonnye i zhelezobetonnye konstruksii. Osnovnye polozheniya. Aktualizirovannaya redaktsiya SNiP 52-01-2003* [SP 63.13330.2012. Concrete and reinforced concrete designs. Basic provisions. Revised edition of SNiP 52-01-2003]. Moscow, 2012, 155 p.
3. EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. P. 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels, 2004, 225 p.
4. ACI 318-11. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. MI, 2011, 503 p.
5. Semenov D. A. *Prochnost' zhelezobetonnykh ehlementov pri kosom vnetsentrennom szhatii* [Strength of reinforced concrete members under axial compressive force and biaxial bending]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov – Bulletin of Civil Engineers*, 2015, no. 5 (52), pp. 76–84.
6. Semenov D. A. *Raschet nesushchey sposobnosti zhelezobetonnykh kolonn po deformirovannoy scheme* [Calculation of the bearing ability of reinforced concrete columns according to the deformation scheme]. *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo – Industrial and civil engineering*, 2017, no. 10.
7. Peresypkin E. N. *Raschet sterzhnevyykh zhelezobetonnykh ehlementov* [Calculation of rod reinforced concrete elements]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1988, 168 p.
8. Oatul A. *Predlozheniya k postroeniyu teorii stsepleniya armatury s betonom* [Proposals to creating the theory of bond between concrete and steel]. *Beton i zhelezobeton – Concrete and reinforced concrete*, 1968, no. 12, pp. 8–10.
9. Kholmyanskiy M. *Kontakt armatury s betonom* [Contact of reinforcing bars with concrete.]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1981, 184 p.
10. Prokopovich A. *Soprotivlenie izgibu zhelezobetonnykh konstruksiy s razlichnymi usloviyami stsepleniya prodol'noy armatury s betonom* [Resistance to the bending of reinforced concrete structures with various conditions of bond between concrete and longitudinal reinforcing bars]. Samara, "Sensors. Modules. Systems" Publ., 2000, 296 p.
11. Somayaji S., Shah S. P. Bond stress versus slip relationship and cracking response of tension members. *ACI Journal*, 1981, vol. 78, no. 3, pp. 217–225.
12. R. Eligehausen, et al. Local bond stress/slip relationships of deformed bars under generalized

excitations. *Earthquake Engineering Research Center*, University of California, 1983.

13. Jiang D. H., Shah S. P., Andonian A. T. Study of the transfer of tensile forces by bond. *ACI Journal*, 1984, vol. 81, no. 3, pp. 251–258.

14. Shima H., et al. Micro and macro models for bond in reinforced concrete. *Journal of the Faculty of Engineering*, University of Tokyo, 1987, vol. XXXIX, no. 2, pp. 133–194.

15. Scott R. H., Gill P. A. Short term distribution of strain and bond stress along tension reinforcement. *Structural Engineering*, 1987, vol. 65, no. 2, pp. 39–43.

16. Eligehausen R., Ozbolt J., Mayer U. Contribution of concrete between cracks at inelastic steel strains and conclusions for the optimization of bond. *ACI SP-180-3*, American Concrete Institute, 1998, pp. 45–80.

17. Beeby A. W., Scott R. H. Cracking and deformation of axially reinforced members subjected to pure tension.

Magazine of Concrete Journal, 2005, vol. 57, no. 10, pp. 611–621.

18. Harajli M. H. Numerical bond analysis using experimentally derived local bond laws: A powerful method for evaluating the bond strength of steel bars. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 2007, vol. 133, no. 5, pp. 695–705.

19. Pedziviatri J. Influence of internal cracks on bond in cracked concrete structures. *Archives of civil and mechanical engineering*, 2008, vol. VIII, no. 3, pp. 91–105.

20. Semenov D. A. Vliyaniye diagrammy betona « σ - ϵ » na rezul'taty rascheta normal'nogo secheniya zhelezobetonного secheniya po nelineynoy deformatsionnoy modeli [Influence of the chart of concrete " σ - ϵ " on the calculation results of normal section of reinforced concrete section according to the non-linear model]. *Beton i zhelezobeton – Concrete and reinforced concrete*, 2015, no. 3, pp. 23–26.