Строительная механика и расчет сооружений

УДК 624.04:[624.042.7+699.841]

© Ю. Л. Рутман, д-р техн. наук, профессор
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет)
E-mail: rutman@mail.line1.ru

© Э. Симборт, канд. техн. наук, директор школы ПГС
(Университет Сан Пабло-Арекипе, Перу)
E-mail: e-simbort@mail.ru

© Д. Е. Бондарев, аспирант
(Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет)
E-mail: 89523684328@mail.ru

DOI 10.23968/1999-5571-2017-14-2-112-118

© Yu. L. Rutman, Dr. Sci. Tech., Professor
(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering)
E-mail: rutman@mail.line1.ru

© Eh. Simbort, PhD in Sci. Tech., Structural Engineer,
Director Esc. Prof. Ing. Civil. (Arequipa, Perú)
E-mail: e-simbort@mail.ru

© D. E. Bondarev, post-graduate student
(Saint Petersburg State University of Architecture
and Civil Engineering)
E-mail: 89523684328@mail.ru

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ СЕЙСМОИЗОЛИРОВАННОГО СООРУЖЕНИЯ С УЧЕТОМ ЕГО КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

ANALYSIS OF THE DYNAMICS OF SEISMICALLY ISOLATED STRUCTURE TAKING INTO ACCOUNT ITS TORSIONAL OSCILLATIONS

Исследуются крутильные колебания сооружения, расположенного на маятниковой системе сейсмоизоляции (ССИ). Причинами, вызывающими крутильные колебания, являются несовпадение центра жесткости ССИ и центра масс сооружения [4, 6, 7, 10, 11, 13], а также ротационные движения грунта [1, 8, 9, 12, 14, 15]. В расчетах, приведенных в данной работе, рассмотрена только первая причина [13]. Несовпадение центров жесткости и масс приводит к асинхронному движению различных маятниковых тяг, к их различной продольной деформации. Таким образом, продольные усилия в разных тягах будут различными, что приводит к вращению, угловым наклонам и вертикальному перемещению сейсмоизолированного сооружения. В статье изучаются вышеописанные эффекты.

Ключевые слова: маятниковая система сейсмоизоляции, математическая модель, крутильные колебания.

The paper presents the research results of torsional oscillations of the structure located on the pendulum system of seismic isolation (SIS). Torsional oscillations are caused by the incongruence of the shear center (SC) with the mass center (CM) of the structure, as well as by rotational soil motions. In the calculations given below only the first reason is considered. The incongruence of SC and CM leads to an asynchronous motion of different pendulum drafts and to their different longitudinal deformation. Thereby, the tension and compression forces are different, which leads to the torsion, rocking and vertical displacement of the seismically isolated structure. The paper investigates the influence of the above-mentioned effects.

Keywords: pendulum system of seismic isolation, mathematical model, torsional oscillations.

1. Введение

Ниже анализируется один из вариантов маятниковой сейсмоизоляции (МСИ), который описан в [5]. Несовпадение центров жесткости и масс приводит к асинхронному движению различных маятниковых тяг, к их различной продольной деформации. Таким образом, продольные усилия

в разных тягах будут различными, что приводит к вращению, угловым наклонам и вертикальному перемещению сейсмоизолированного сооружения. В статье сформирована математическая модель системы сейсмоизоляции (ССИ) с шестью степенями свободы и показано, что эта модель является обобщением существующих моделей

с одной степенью свободы. Приведены результаты численного анализа. Анализ основан на варьировании параметров математической модели, а также внешних воздействий. Цель анализа — установление степени влияния крутильных колебаний сейсмоизолированного сооружения на эффективность работы СИ.

Постановка задачи

Если рассматривать только горизонтальные колебания защищаемого объекта (ЗО), то система сейсмоизоляции (ССИ), состоящая из ЗО-МСИ, является системой с одной степенью свободы. Ее расчетная схема представлена на рис. 1.

В декартовых координатах x, z уравнение, описывающее модель на рис. 1, имеет вид [5]:

$$m \frac{l^2}{l^2 - u^2} \ddot{u} + ml^2 \frac{u \cdot \dot{u}^2}{(l^2 - u^2)^2} = -m(g - \ddot{z}(t)) \frac{u}{\sqrt{l^2 - u^2}} - P(u, \dot{u}) - \alpha \dot{u} - m\ddot{x}(t), \quad (1)$$

где m — масса ЗО; l — длина маятника; g — ускорение свободного падения; x, z — координаты, описывающие движение фундамента; u — координаты, описывающие перемещение защищаемого объекта относительно фундамента; α — параметр внутреннего конструкционного демпфирования; $P(u, \dot{u})$ — билинейная силовая характеристика пластического демпфера.

При выводе (1) предполагалось, что маятниковые тяги абсолютно жесткие. В действительности тяги могут деформироваться в продольном направлении. Вследствие этого будут происходить вертикальные и крутильные колебания ЗО. Если учесть деформирование тяг и считать ЗО твердым телом, то ССИ будет системой с ше-

Рис. 1. Динамическая модель маятниковой системы сейсмоизоляции с одной степенью свободы

стью степенями свободы. С учетом особенности конструкции рассматриваемых маятниковых опор расчетная схема для исследования динамики ССИ с шестью степенями свободы имеет вид, показанный на рис. 2.

Обозначения и принятые допущения:

1. Верхняя плоскость моделирует фундамент защищаемого объекта.

2. Нижняя плоскость моделирует защищаемый объект, обладает массой m и моментами инерции I_x, I_y, I_z .

3. X, Y, Z — система координат с центром в точке O соответствует переносному движению (двигается с фундаментом).

X', Y', Z' — система координат с центром в точке C соответствует относительному движению (двигается вместе с ЗО).

Точка C — центр масс ЗО.

4. A — точка крепления тяги к фундаменту; B — точка крепления тяги к ЗО.

A' — проекция A при $t = 0$;

B' — текущее положение A' при $t \neq 0$.

5. Стержень AB в точке A имеет упругий элемент с жесткостью k , моделирующий упругость тяги.

6. Перемещение точки C в системе координат X, Y, Z : u_C, v_C, w_C .

Углы поворота ЗО (нижняя плоскость) относительно осей X, Y, Z через:

$$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z.$$

7. Координаты точки C в системе X, Y, Z : $(u_C, v_C, w_C + Z_0)$.

8. Усилие в i -й тяге $\bar{R}_i = (R_x, R_y, R_z)$.

Рис. 2. Принципиальная схема, описывающая движение маятниковой тяги

Момент этого усилия относительно точки С:
 $\vec{M}_R = (M_{icx}, M_{icy}, M_{icz})$.

Математическая модель системы на рис. 2 состоит из нескольких групп уравнений.

1-я группа уравнений описывает динамику 3О под действием вышеуказанных сил и внешних кинематических воздействий. Для маятниковой СИ при отсутствии ротационных возмущений и абсолютно жестких тягах указанные уравнения перманентно переходят в известные уравнения колебаний физического маятника.

2-я группа уравнений описывает связь между обобщенными координатами 3О и перемещениями точек крепления маятниковых тяг к 3О.

3-я группа уравнений описывает связь между усилиями в тягах и перемещениями точек крепления.

1.1. Первая группа уравнений

Рассмотрим движение центра масс 3О как движение точки С относительно подвижной системы координат XYZ. В соответствии с формулами относительного движения имеем [2, 3]

$$\vec{\xi}_a = \vec{\xi}_r + \vec{\xi}_e + \vec{\xi}_c, \quad (2)$$

где $\vec{\xi}_a$ — абсолютное ускорение точек С; $\vec{\xi}_r$ — относительное ускорение; $\vec{\xi}_e$ — переносное ускорение; $\vec{\xi}_c$ — ускорение Кориолиса.

а) Относительное ускорение определяется ускорениями относительных координат точки С:

$$\vec{\xi}_r = (\ddot{u}, \ddot{v}, \ddot{w}). \quad (3)$$

б) Переносное ускорение определяется формулой

$$\vec{\xi}_e = \vec{\xi}_o + \vec{\varepsilon} \cdot \vec{r}_{oc} + \vec{\omega} \cdot (\vec{\omega} \cdot \vec{r}_{oc}), \quad (4)$$

где $\vec{\varepsilon}$ — вектор, описывающий угловое ускорение ротационного движения грунта [1, 15]; $\vec{\omega}$ — вектор, описывающий угловую скорость ротационного движения грунта; $\vec{\xi}_o = (a_x, a_y, a_z)$ — вектор, описывающий линейные ускорения подвижной системы координат (грунта). Компоненты этого вектора задаются акселерограммами.

в) Ускорение Кориолиса определяется формулой

$$\vec{\xi}_c = 2\vec{\omega} \cdot \vec{V}_r, \quad (5)$$

где $\vec{V}_r = (\dot{u}, \dot{v}, \dot{w})$ — относительная скорость точки С.

Вектор абсолютного углового ускорения 3О:

$$\vec{\phi}_a = \ddot{\vec{\phi}} + \dot{\vec{\omega}}, \quad (6)$$

где $\ddot{\vec{\phi}}$ — вектор ускорений относительных углов поворота 3О относительно осей X, Y, Z.

В формуле (6) углы считаются малыми. При этом предположении уравнения движения 3О имеют вид:

$$m\ddot{\vec{\xi}}_a = \vec{R} + \vec{P} + \psi_1(\vec{V}); \quad (7)$$

$$I\ddot{\vec{\phi}}_a = \vec{M}_R + \vec{M}_p + \psi_2(\dot{\vec{\phi}}),$$

где $\vec{R}$ — вектор, описывающий суммарное усилие от всех тяг; $\vec{M}_R$ — вектор суммарного момента от усилий в тягах относительно центра масс С; $\vec{P}$, $\vec{M}_p$ — суммарные усилие и момент от пластических демпферов (гистерезисных устройств); $\psi_1(\vec{V})$, $\psi_2(\dot{\vec{\phi}})$ — суммарные усилия и момент, возникающие вследствие вязкого демпфирования.

В формуле (4) вследствие малости $\vec{r}_{oc}$ двумя последними слагаемыми можно пренебречь. Тогда, подставляя формулы (2)–(6) в (7), после некоторых преобразований получим:

$$m\ddot{u}_C = R_x + m\dot{v}\omega - P_x - \psi_{1x} - ma_x(t);$$

$$m\ddot{v}_C = R_y - m\dot{u}\omega_z - P_y - \psi_{1y} - ma_y(t);$$

$$m\ddot{w}_C = R_z + mg - P_z - \psi_{1z} - ma_z(t);$$

$$I_z\ddot{\phi}_z = M_{cz} - M_{pz} - \psi_{2z} - I_z\dot{\omega}_z(t); \quad (8)$$

$$I_x\ddot{\phi}_x = M_{cx} - M_{px} - \psi_{2x};$$

$$I_y\ddot{\phi}_y = M_{cy} - M_{py} - \psi_{2y}, \quad (9)$$

где $R_x = \sum R_{ix}$; $R_y = \sum R_{iy}$; $R_z = \sum R_{iz}$;

$\vec{M}_C = \sum \vec{M}_{iC} = (M_{cx}, M_{cy}, M_{cz})$; $\vec{M}_{iC} = \vec{r}_{BC} \cdot \vec{R}_i$; $\vec{r}_{BC}$ — радиус-вектор, соединяющий точки С и В.

Начальные условия:

$$\dot{u}_C(0) = \dot{v}_C(0) = \dot{w}_C(0) = 0;$$

$$u_C(0) = v_C(0) = 0;$$

$$w_C(0) = \frac{mg}{nk},$$

где n — количество опор 3О.

Уравнения (8) и (9) являются полной системой уравнений, описывающей колебания твердого тела, расположенного на маятниковой СИ. Для решения системы нужно получить формулы, связывающие реакции тяг с обобщенными координатами $u_x, u_y, u_z, \phi_x, \phi_y, \phi_z$. Это сделано в следующих пунктах. Чтобы сделать алгоритм формирования реакций прозрачным, ниже следующие формулы написаны в предположении, что ϕ_x, ϕ_y равны нулю. Как правило, для реальных сооружений моменты инерции относительно осей X, Y значительно больше момента инерции относительно вертикальной оси, что и оправдывает сделанное допущение. Обобщение нижеприведенных формул на случай, когда

φ_x, φ_y не равны нулю, не сложно и производится на основе обычных формул для преобразования системы координат при повороте координатных осей.

1.2. Вторая группа уравнений

Координаты точки B в системе координат X, Y, Z :

при $t = 0$: точка $B \rightarrow$ точка $A' \rightarrow (X_{A'}, Y_{A'}, Z_0)$;

при $t \neq 0$: точка $B \rightarrow$

$$(u_C + X_{A'} \cdot \cos \varphi + Y_{A'} \cdot \sin \varphi, v_C - X_{A'} \cdot \sin \varphi + Y_{A'} \cdot \cos \varphi, w_C + Z_0);$$

$$X_A = X_{A'} = X_{0i}; Y_A = Y_{A'} = Y_{0i}; Z_{A'} = Z_0.$$

Таким образом, можно записать

$$\bar{r}_{AB} = (u_C + X_{0i} \cdot \cos \varphi + Y_{0i} \cdot \sin \varphi - X_{0i}, v_C - X_{0i} \cdot \sin \varphi + Y_{0i} \cdot \cos \varphi - Y_{0i}, w_C + Z_0);$$

$$\bar{r}_{BC} = (X_{0i} \cdot \cos \varphi + Y_{0i} \cdot \sin \varphi, Y_{0i} \cdot \cos \varphi - X_{0i} \cdot \sin \varphi, 0).$$

Запишем векторы, описывающие перемещения тяг к ЗО, в координатной форме:

$$\bar{r}_{AB} = (r_{ix}, r_{iy}, r_{iz}).$$

Компоненты векторов перемещений записываются в следующем виде:

$$r_{ix} = u_C + X_{0i} \cdot \cos \varphi + Y_{0i} \cdot \sin \varphi - X_{0i};$$

$$r_{iy} = v_C - X_{0i} \cdot \sin \varphi + Y_{0i} \cdot \cos \varphi - Y_{0i};$$

$$r_{iz} = w_C + Z_0.$$

1.3. Третья группа уравнений

На основе рис. 2 усилие $\bar{R}_i$ в стержне AB определяется следующим образом:

$$\Delta r_i = -(|\bar{r}_{AB}| - |\bar{r}_{AA'}|);$$

$$k \cdot \Delta r_i = R_i;$$

$$\bar{R}_i = R_i \cdot \frac{\bar{r}_{AB}}{|\bar{r}_{AB}|} = k \cdot (|\bar{r}_{AB}| - |\bar{r}_{AA'}|) \cdot \frac{\bar{r}_{AB}}{|\bar{r}_{AB}|};$$

$$\bar{r}_{AB} = (X_B - X_A, Y_B - Y_A, Z_B);$$

$$\bar{r}_{AA'} = (0, 0, Z_0).$$

Длина тяги при $t \neq 0$:

$$l_i = \sqrt{r_{ix}^2 + r_{iy}^2 + r_{iz}^2}.$$

Удлинение тяги:

$$\Delta l_i = -l_i + Z_0.$$

Компоненты реакции в тяге:

$$R_{ix} = k \cdot \Delta l_i \cdot \frac{r_{ix}}{l_i}; R_{iy} = k \cdot \Delta l_i \cdot \frac{r_{iy}}{l_i}; R_{iz} = k \cdot \Delta l_i \cdot \frac{r_{iz}}{l_i}.$$

Сумма реакций, возникающих во всех тягах относительно центра масс C :

$$\bar{R}_C = \sum \bar{R}_i; R_x = \sum R_{ix}; R_y = \sum R_{iy}; R_z = \sum R_{iz}.$$

Момент реакции в тяге относительно центра масс C :

$$\bar{M}_{iC} = \bar{r}_{BC} \cdot \bar{R}_i.$$

Сумма моментов реакций всех тяг относительно центра масс C :

$$\bar{M}_C = \sum \bar{M}_{iC}.$$

1.4. Связь между уравнениями (1) и (8), (9)

Уравнения (8), (9) являются обобщением уравнения (1). Покажем это. Пусть тяги не деформируемы. Рассмотрим свободные колебания твердого тела на маятниковых тягах. Для простоты выкладок будем считать, что пластические демпферы и вязкое демпфирование отсутствуют.

Если тяги не деформируются, то $\Delta l_i = 0$. Из геометрических соображений

$$w = \sqrt{l_0^2 - u^2}. \quad (10)$$

Продифференцировав (10) два раза, получим

$$\ddot{w} = -\frac{u\ddot{u}}{\sqrt{l_0^2 - u^2}} - \frac{l_0^2 \dot{u}^2}{(l_0^2 - u^2)^{3/2}}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в 3-е уравнение (8), находим R :

$$R = -ml_0 \left(\frac{u\ddot{u}}{\sqrt{l_0^2 - u^2}} + \frac{l_0^2 \dot{u}^2}{(l_0^2 - u^2)^2} \right) - \frac{mgl}{\sqrt{l_0^2 - u^2}}. \quad (12)$$

При сделанных допущениях 1-е уравнение в (8) имеет вид:

$$m\ddot{u} = R \frac{u}{l_0}. \quad (13)$$

Подставив в (13) формулу для R (12), после некоторых преобразований получим (1).

Следует отметить, что при $P=0, \alpha=0, \ddot{x}=0, \ddot{z}=0$ переход в (1) к полярным координатам $u = l_0 \sin \varphi$ преобразует это уравнение к обычной форме уравнения математического маятника $\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = 0$.

Однако для описания вынужденных колебаний и учета пластических демпферов удобнее применять декартовы координаты.

2. Решение тестового примера

Применим полученную выше математическую модель для исследования влияния на эффективность СИ несовершенства точки приложения суммарного усилия $\bar{R}$ и центра масс C .

В дальнейшем расстояние между этими точками будем называть эксцентриситетом. Возникает он из-за несимметричного расположения тяг относительно центра масс.

В случае наличия эксцентриситета вращательные скорость и ускорение не обращаются в нуль и вносят вклад в абсолютное ускорение то-

чек, причем в зависимости от удаленности точек от центра инерции это абсолютное ускорение будет различным и увеличиваться с удалением точки от центра инерции. Абсолютное ускорение расположенной на периферии точки D будет выражаться формулой

$$\ddot{\xi}_D = \ddot{\xi}_C + \ddot{\phi} \cdot \vec{r}_{DC} + \dot{\phi} \cdot (\dot{\phi} \cdot \vec{r}_{DC}). \quad (14)$$

Обозначения в (14) соответствуют обозначениям, приведенным выше.

Ниже рассмотрен пример ССИ со следующими исходными данными:

- размеры ЗО: в плане 35×48 м; высота 7,5 м;
- $m = 9 \cdot 10^6$ кг;
- $I = 2,7 \cdot 10^9$ кг · м²;
- $\omega = 0$;
- число тяг $n = 90$.

Расчеты проводились на три воздействия. Результаты расчета ССИ без эксцентриситета (тяги расположены симметрично) приведены в табл. 1,

из которой видно, что за счет применения СИ абсолютные ускорения центра масс ЗО снижаются почти в два раза.

Далее исследовалось влияние эксцентриситета на абсолютные ускорения периферийных точек ЗО. Ускорения периферийных точек определялись по формуле (14). Результаты для каждого воздействия сведены в табл. 2–4. В каждой таблице даны максимальные абсолютные значения периферийных точек для шести значений эксцентриситета. Все итоговые значения представлены на рис. 3.

В табл. 2–4: l_1, l_2 — проекции расстояния от исследуемой точки ЗО до центра инерции по осям X, Y ; e — значение эксцентриситета, остальные обозначения соответствуют введенным выше.

Из полученных результатов следует, что крутильные колебания ЗО в рассмотренном примере не снижают эффективность СИ.

Таблица 1

Результаты расчета ССИ без эксцентриситета (тяги расположены симметрично)

№ расчета	$a_{гр}, \text{ м/с}^2$	$\ddot{\xi}_C, \text{ м/с}^2$	$a_{пр}/ \ddot{\xi}_C $	%
1	3,71	1,73	2,14	53
2	3,31	1,84	1,80	44
3	2,62	1,32	1,98	50

Таблица 2

Таблица зависимости ускорений от эксцентриситета (воздействие № 1)

№	$e, \text{ м}$	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$\ddot{u}_{абс}, \text{ м/с}^2$	$\ddot{v}_{абс}, \text{ м/с}^2$	$\ddot{\phi}_z, \text{ рад/с}$	$ \ddot{\xi}_D , \text{ м/с}^2$	$\Delta\xi, \%$
1	0,71	24,50	18,00	1,7706	0,0051	0,0010	1,7887	3,39
2	1,41	25,00	18,50	1,7706	0,0051	0,0015	1,7987	3,97
3	2,83	26,00	19,50	1,7708	0,0062	0,0015	1,8004	4,07
4	4,24	27,00	20,50	1,7710	0,0095	0,0016	1,8041	4,28
5	5,00	28,00	20,50	1,7751	0,0120	0,0029	1,8359	6,12
6	7,07	29,00	22,50	1,7804	0,0325	0,0036	1,8628	7,68

Таблица 3

Таблица зависимости ускорений от эксцентриситета (воздействие № 2)

№	$e, \text{ м}$	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$\ddot{u}_{абс}, \text{ м/с}^2$	$\ddot{v}_{абс}, \text{ м/с}^2$	$\ddot{\phi}_z, \text{ рад/с}$	$ \ddot{\xi}_D , \text{ м/с}^2$	$\Delta\xi, \%$
1	0,71	24,50	18,00	1,8421	0,0090	0,0021	1,8804	2,20
2	1,41	25,00	18,50	1,8421	0,0092	0,0022	1,8834	2,36
3	2,83	26,00	19,50	1,8412	0,0105	0,0029	1,8998	3,25
4	4,24	27,00	20,50	1,8423	0,0163	0,0030	1,9049	3,53
5	5,00	28,00	20,50	1,8428	0,0290	0,0045	1,9420	5,54
6	7,07	29,00	22,50	1,8449	0,0415	0,0051	1,9626	6,66

Таблица 4

Таблица зависимости ускорений от эксцентриситета (воздействие № 3)

№	e , м	l_1 , м	l_2 , м	$\ddot{u}_{абс}$, м/с ²	$\ddot{v}_{абс}$, м/с ²	$\ddot{\varphi}_z$, рад/с	$ \ddot{\xi}_D $, м/с ²	$\Delta\xi$, %
1	0,71	24,50	18,00	1,3208	0,0001	0,0002	1,3244	0,33
2	1,41	25,00	18,50	1,3208	0,0001	0,0002	1,3245	0,34
3	2,83	26,00	19,50	1,3208	0,0002	0,0003	1,3267	0,51
4	4,24	27,00	20,50	1,3208	0,0012	0,0009	1,3395	1,48
5	5,00	28,00	20,50	1,3209	0,0084	0,0016	1,3558	2,71
6	7,07	29,00	22,50	1,3209	0,0084	0,0025	1,3787	4,45

Рис. 3. Зависимости $\Delta\xi$ от эксцентриситета при трех воздействиях

Следует также отметить, что величина возникающих в тросах усилий увеличивается незначительно (в пределах 1 %), что также свидетельствует об эффективной работе сейсмоизолирующей системы.

Заключение

1. Получена математическая модель защищаемого объекта, позволяющая учитывать ротационные и вертикальные сейсмические воздействия на сейсмоизолированное сооружение.

2. Показано, что на основе этой модели можно исследовать влияние различных конструктивных факторов на эффективность работы системы сейсмоизоляции.

Библиографический список

1. Амасян Р. О., Манукян Л. А. Вращательное движение грунта при землетрясениях // Известия АН АрмССР, Науки о Земле. 1986. XXXIX. № 6. С. 70–73.

2. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики: в 2 т. Статика и кинематика. М.: Наука, 1982. Т. I. 352 с.

3. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики: в 2 т. Т. II. Динамика. М.: Наука, 1983. 640 с.

4. Ньюмарк Н., Розенблюэт Э. Основы сейсмостойкого строительства / под общ. ред. Я. М. Айзенберга; пер. с англ. Г. Ш. Подольского. М.: Стройиздат, 1980. 344 с.

5. Рутман Ю. Л. Маятниковые сейсмоизолирующие опоры. Конструкция. Расчет. Эксперимент // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 1 (27). С. 37–43.

6. СП «Здания сейсмостойкие и сейсмоизолированные. Правила проектирования». М., 2013. 46 с.

7. Семенов В. А., Смирнов В. И. По поводу критики актуализированной версии СНиП II-7-81* «Строительство в сейсмических районах» // Сейсмостойкое строительство и безопасность сооружений. 2010. № 4. С. 72–78.

8. Basu D., Whittaker S., Constantinou M. Characterizing rotational components of earthquake

ground motion using a surface distribution method and response of sample structures // *Engineering Structures*. 2015. № 99. Pp. 685–707.

9. Chopra A. K. *Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering*. New Jersey: Prentice-Hall, 2012. 980 p.

10. Hadjadj A., Benanane A., Ouazir A., Bourahla N. Estimation of the accidental eccentricity due to seismic rotational component // *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia*. 2014. January, 37(3). Pp. 58–64.

11. Halabian A., Birzhandi M. *Ductility Demand Distribution of Asymmetric Multi-Story R/C Buildings* // 6th National Congress on Civil Engineering, April 26–27, 2011, Semnan University, Semnan, Iran.

12. Mansuri M. *Torsional effects on the inelastic seismic response of structures: dissertation presented to the faculty of the graduate school university of Southern California in partial fulfillment of the requirements for the degree doctor of philosophy (civil engineering)*. May 2009. 186 p.

13. Newmark N. *Torsion in symmetrical buildings* // 4th World Conference on Earthquake Engineering. Chile, 1969.

14. Ueng J., Hall W. *Torsional effects in structures subjected to strong ground motion. A Technical Report of Research Supported by the NATIONAL SCIENCE FOUNDATION Under Grant Nos. DFR 84-19191, CES 88-03920 and BCS 88-03920*. Urbana: Department of Civil Engineering University of Illinois at Urbana-Champaign, April 1990. 208 p.

15. Yin J., Nigbor R., Chen Q., Steid J. *Engineering analysis of measured rotational ground motions at GVDA // Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2016. № 87. Pp. 125–137.

References

1. Amasyan R. O., Manukyan L. A. *Vrashchatel'noe dvizhenie grunta pri zemletryaseniyakh* [Rotational motion of soil at earthquakes]. *Izvestiya AN ArmSSR, Nauki o Zemle – Bulletin of AS of the Armenian SSR, Sciences about Earth*, 1986, XXXIX, no. 6, pp. 70–73.

2. Loytsyanskiy L. G., Lur'e A. I. *Kurs teoreticheskoy mekhaniki. V 2 t.* [Course of theoretical mechanics. In 2 vol.]. Vol. I. Statics and kinematics. Moscow, Nauka Publ., 1982, 352 p.

3. Loytsyanskiy L. G., Lur'e A. I. *Kurs teoreticheskoy mekhaniki. V 2 t.* [Course of theoretical mechanics. In 2 vol.]. Vol. II. Dynamics. Moscow, Nauka Publ., 1983, 640 p.

4. N'yumark N., Rozenblyueht Eh. *Osnovy seysmostoykogo stroitel'stva* [Basics of aseismic construction]. Ed. by

Ayzenberg Ya. M., transl. from English by Podol'skiy G. Sh. Moscow, Stroyizdat Publ., 1980, 344 p.

5. Rutman Yu. L. *Mayatnikovye seysmoizoliruyushchie opory. Konstruktsiya. Raschet. Ehksperiment* [Pendulum seismically isolating supports. Design. Calculation. Experiment]. *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal – Civil Engineering journal*, 2012, no. 1 (27), pp. 37–43.

6. SP «Zdaniya seysmostoykie i seysmoizolirovannye. Pravila proektirovaniya» [SP "Aseismic and earthquake isolated buildings. The rules of design"]. Moscow, 2013, 46 p.

7. Semyonov V. A., Smirnov V. I. *Po povodu kritiki aktualizirovannoy versii CNiP II-7-81* «Stroitel'stvo v seysmicheskikh rayonakh»* [Concerning criticism of the revised version of Construction Norms and Regulations II-7-81* "Construction in seismic countries"]. *Seysmostoykoe stroitel'stvo i bezopasnost' sooruzheniy – Aseismic construction and safety of constructions*, 2010, no. 4, pp. 72–78.

8. Basu D., Whittaker S., Constantinou M. *Characterizing rotational components of earthquake ground motion using a surface distribution method and response of sample structures*. *Engineering Structures*, 2015, no. 99, pp. 685–707.

9. Chopra A. K. *Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering*. New Jersey, Prentice-Hall Publ., 2012, 980 p.

10. Hadjadj A., Benanane A., Ouazir A., Bourahla N. Estimation of the accidental eccentricity due to seismic rotational component. *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia*, 2014, January, 37(3), pp. 58–64.

11. Halabian A., Birzhandi M. *Ductility Demand Distribution of Asymmetric Multi-Story R/C Buildings*. Proc. of the VI National Congress on Civil Engineering, April 26–27, 2011, Semnan University, Semnan, Iran.

12. Mansuri M. *Torsional effects on the inelastic seismic response of structures*. Dissertation presented to the faculty of the graduate school university of Southern California in partial fulfillment of the requirements for the degree doctor of philosophy (civil engineering). May 2009, 186 p.

13. Newmark N. *Torsion in symmetrical buildings*. Proc. of the 4th World Conference on Earthquake Engineering. Chile, 1969.

14. Ueng J., Hall W. *Torsional effects in structures subjected to strong ground motion. A Technical Report of Research Supported by the NATIONAL SCIENCE FOUNDATION. Under Grant Nos. DFR 84-19191, CES 88-03920 and BCS 88-03920*. Urbana, Department of Civil Engineering University of Illinois at Urbana-Champaign, April 1990, 208 p.

15. Yin J., Nigbor R., Chen Q., Steid J. *Engineering analysis of measured rotational ground motions at GVDA. Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2016, no. 87, pp. 125–137.