МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ РИЭЛТОРСКИХ КОМПАНИЙ С УЧЕТОМ ВОЗМОЖНОСТИ ОПОРТУНИСТИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ

Р.А. Осипян, А.Б. Усов

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону
rubik.osipyanyan@gmail.com, tol151968@yandex.ru

Аннотация. Задача моделирования деятельности риэлторских компаний является актуальной и вызывает известный интерес. В данной статье поставлена и решена задача математического моделирования системы управления взаимодействием риэлтора с руководством риэлторской компании, разработки эффективного механизма управления деятельностью риэлторской компаний. Для описания системы управления предложена статическая двухуровневая иерархическая модель взаимодействия агентства недвижимости (руководство риэлторской компании) и агента (риэлтор). В роли Ведущего выступает агентство недвижимости, в роли Ведомого агент. Ведомый управляет степенью (уровнем) своей квалификации, а Ведущий – размером средств, выделяемых на рекламу агентства. В качестве метода иерархического управления используется метод побуждения. Используется информационный регламент, соответствующий игре Штакельберга без обратной связи по управлению. В модели предусмотрена возможность манипуляции информацией со стороны Ведомого. Указан алгоритм нахождения равновесия Штакельберга. Проведено аналитическое (для частного вида входных функций) и численное (для общего вида входных функций) исследование предложенной модели. Полученные результаты представлены и проанализированы, сделаны соответствующие выводы.

Ключевые слова: равновесие Штакельберга, иерархическая система, выигрыш, риэлторская компания, иерархия, целевые функции, оптимизация.

Введение

Риэлторские услуги еще 25–30 лет назад не были особо распространены и не играли большой роли в жизни общества. При этом большинство агентств недвижимости были организациями ремесленного типа. Но в последнее время риэлторский бизнес активно развивался вместе с самим рынком недвижимости. Руководители многих риэлторских компаний поняли, что при правильной стратегии поведения его можно сделать прибыльным и системным.

Значительное количество риэлторских компаний и экономическая нестабильность приводит к уменьшению прибыли или даже к банкротству агентств недвижимости. С помощью средств математического моделирования можно предотвратить излишние расходы и увеличить доход риэлторских компаний, стабилизировать их финансовое положение.

Для нахождения системы взаимодействия руководства риэлторских компаний с риэлторами ниже предлагается статическая двухуровневая модель. Для выбора оптимального поведения субъектов реализуется алгоритм построения равновесий Штакельберга.

Постановка задачи

Рассмотрим двухуровневую систему. Пусть имеется агентство недвижимости (риэлторская компания) – компания-посредник, которая сводит продавцов и покупателей недвижимости, а также агент (риэлтор) данной компании – специалист, выпол-

няющий посредническую функцию на всех этапах сделки с недвижимостью.

Компания предоставляет множество различных услуг. Рассмотрим в данной модели одну из основных услуг, а именно, услугу купли – продажи объектов недвижимости.

Агентство недвижимости получает 2–6 % от успешно совершенной сделки, в зависимости от суммы сделки, и, в свою очередь, выплачивает агенту 25–50 % от полученной суммы в зависимости от уровня квалификации агента.

Агентство имеет постоянные расходы: налог на индивидуально предпринимательскую деятельность, аренда помещения, коммунальные услуги. Кроме того, агентство несет переменные расходы (в зависимости от количества совершенных сделок): комиссионные агенту, содержание данной деятельности (сумма, потраченная на канцтовары, архитектурные услуги и т.д.), стоимость самой рекламы, комиссионные оформителю-юристу (10 % от суммы сделки).

Агент имеет переменные расходы: транспорт, мобильная связь, получение квалификации. Расходы агента зависят от его уровня квалификации. Чем выше квалификация агента, тем больше сделок ему предлагается вести от агентства и тем больше его комиссионные. Для агентства недвижимости за основу был взят бизнес план из [1, 2]. В данной модели агентство недвижимости является ведущим, а агент – ведомым.

мым. Каждый из них преследует свои цели и старается достичь наибольшего значения своей целевой функции.

Ведущий стремится к максимизации своей прибыли. Его целевая функция принимает вид:

$$Y_0(p, T) = K(r(T)) \cdot S\alpha(1\beta C(p)) - L_{\text{const}} H(r(T)) \quad T \rightarrow \max \quad (1)$$

Ведомый преследует свои личные цели, стремясь максимизировать свою прибыль. Его целевая функция имеет вид:

$$Y(T, p) = K(r(T)) S\alpha C(p) - D(p) \rightarrow \max \quad (2)$$

Переменная p является степенью (уровнем) квалификации агента, определяется ведомым. Так как уровень квалификации (умения) не безграничен, необходимо наложить ограничение на управление ведомого:

$$\varepsilon_1 \leq p \leq 1 - \quad (3)$$

Переменная T является платой за рекламу, определяется агентством недвижимости (ведущим). Необходимо наложить ограничение на управление ведущего:

$$0 \leq T \leq T_{\text{max}} \quad (4)$$

Ниже даны пояснения, раскрывающие смысл целевых функций и ограничений (1) – (4):

$0.02 \leq \alpha \leq 0.06$ – комиссия ставка агентства от успешно совершенных сделок;

$\beta = 0.1$ – комиссия ставка оформителя-юриста, полученной от агентства;

Переменная S – средняя сумма одной сделки.

Функция $r(T)$ является степенью (уровнем) рекламы агентства недвижимости (Ведущего), зависит от платы за рекламу.

Основные показатели степени (уровня) рекламы агентства недвижимости:

1) CR = целевые действия/клики * 100 %; CR – процент конверсии. Показывает, какая доля посетителей совершила конверсионное действие.

2) CTR = клики/показы * 100 %; CTR – кликабельность объявлений, сколько людей увидели рекламу и перешли по ссылке. Помогает понять, насколько объявление привлекательно для пользователей.

Функция L_{const} – сумма всех постоянных затрат агентства недвижимости.

Функция $K(r(T))$ – количество сделок, посредником которых является данное агентство, зависит от степени (уровня) рекламы, которая, в свою очередь, зависит от платы за рекламу.

Функция $H(r(T))$ – часть переменных расходов (содержание данной деятельности) агентства, зависит от степени (уровня) рекламы, которая, в свою очередь, зависит от платы за рекламу.

Функция $C(p)$ – доля прибыли агента от всех сделок агентств (предусмотрена комиссия ставка и количество сделок), зависят от степени (уровня) квалификации агента.

Функция $D(p)$ – переменные расходы агента, зависят от степени (уровня) квалификации агента.

Аналитическое исследование модели

Для нахождения решения в зависимости от начальных условий необходимо найти равновесия Штакельберга, которым являются пары $[p^*, T^*]$, где p^* – стратегия ведомого, а T^* – ведущего [3, 4]. Рассмотрим целевую функцию ведомого (2) при ограничениях (4). Подставим в нее функциональные зависимости и проведем ее максимизацию по p :

$$Y(p) = N \cdot M \cdot S \cdot \alpha \cdot G \cdot p - Z \cdot p^* \rightarrow \max.$$

Обозначим $F = N \cdot M \cdot S \cdot \alpha \cdot G \Rightarrow Y(p) = F \cdot T^2 \cdot p - Z \cdot p^2$.

Необходимым условием для нахождения максимума по переменной p является нахождение производной и приравнивание ее к нулю:

$$\frac{\partial Y}{\partial p} = F \cdot T^2 - 2 \cdot Z \cdot p = 0.$$

Отсюда $F \cdot T^2 \cdot p = 2 \cdot Z \cdot p$.

Следовательно, $p^0 = \frac{F \cdot T^2}{2 \cdot Z}$.

Найдем вторую производную функции:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial p^2} = -2 \cdot Z.$$

Так как $Z > 0$, то вторая производная отрицательна. Это означает, что функция выпукла вверх и в точке $p^0 = \frac{F \cdot T^2}{2 \cdot Z}$ она принимает наибольшее значение на множестве $p > 0$. Теперь из полученного решения найдем, при каких T выбирается каждая из трех стратегий:

$$p_{\min} = \varepsilon_1 \Rightarrow \frac{F \cdot T^2}{2 \cdot Z} = \varepsilon_1, \quad T = \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot \varepsilon_1}{F}};$$

$$p_{\max} = 1 - \varepsilon_2 \Rightarrow \frac{F \cdot T^2}{2 \cdot Z} = 1 - \varepsilon_2, \quad T = \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot (1 - \varepsilon_2)}{F}}.$$

Таким образом, стратегия p^* описывается соотношением:

$$p^* = \begin{cases} p_{\min} = \varepsilon_1, & 0 \leq T \leq \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot \varepsilon_1}{F}}; \\ p^0 = \frac{F \cdot T^2}{2 \cdot Z}, & \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot \varepsilon_1}{F}} < T \leq \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot (1 - \varepsilon_2)}{F}}; \\ p_{\max} = 1 - \varepsilon_2, & \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot (1 - \varepsilon_2)}{F}} < T \leq T_{\max} \end{cases}$$

Для удобства обозначим,

$$T_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot \varepsilon_1}{F}}; \quad T_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot (1 - \varepsilon_2)}{F}}$$

В дальнейших вычислениях необходимо предположить, что найденные выше величины удовлетворяют неравенству

$$0 < T_1 \leq T_2 < T_{\max}.$$

Рассмотрим теперь целевую функцию агентства недвижимости (Ведущего) (1) при ограничениях (3).

Подставим в нее функциональные зависимости и обозначим

$$Q = N \cdot M \cdot S \cdot \alpha$$

Тогда целевая функция примет вид:

$$Y_0(p, T) = Q(1 - \beta - G \cdot p) - L_{\text{const}} - A \cdot T - B - T \rightarrow \max$$

Промежуток $[0; T_{\text{max}}]$ разбивается на 3 отрезка, на каждом из которых принимает разные значения.

Случай 1

Пусть $p^* = \varepsilon_1$, $T \in [0; T_1]$.

Тогда

$$Y_0(p, T) = Q \cdot T^2 (1 - \beta - G) - L_{\text{const}} - A \cdot T - B - T;$$

$$Y'_0(T) = 2 \cdot T \cdot Q \cdot (1 - \beta - G \cdot \varepsilon_1) - A - 1;$$

Найдем экстремум функции:

$$2 \cdot T \cdot Q \cdot (1 - \beta - G) - A - 1 = 0 \Rightarrow T = \frac{A+1}{2 \cdot Q \cdot (1 - \beta - G \cdot \varepsilon_1)};$$

Для того чтобы определить является ли эта точка максимумом или минимумом, найдем вторую производную целевой функции:

$$Y''_0(T) = 2 \cdot Q \cdot (1 - \beta - G \cdot \varepsilon_1) > 0$$

Следовательно, точка

$$T = \frac{A+1}{2 \cdot Q \cdot (1 - \beta - G \cdot \varepsilon_1)}$$

есть точка минимума, а целевая функция ведущего принимает максимальное значение на концах отрезка.

$$Y_0(0) = -L_{\text{const}} - B;$$

$$Y_0(T_1) = Q \cdot T_1^2 (1 - \beta - G \cdot \varepsilon_1) - L_{\text{const}} - A \cdot T_1 - B - T_1;$$

$$-L_{\text{const}} - B < Q \cdot T_1^2 (1 - \beta - G \cdot \varepsilon_1) - L_{\text{const}} - A \cdot T_1 - B - T_1$$

Следовательно, $T^* = T_1$.

Случай 2

Пусть $p^* = p^0 = \frac{F \cdot T^2}{2 \cdot Z}$, $T \in [T_1; T_2]$.

Тогда

$$Y_0(T) = Q \cdot T^2 (1 - \beta - G \cdot \frac{F \cdot T^2}{2 \cdot Z}) - L_{\text{const}} - A \cdot T - B - T;$$

$$Y'_0(T) = \frac{\partial Y_0}{\partial T} = 2 \cdot T \cdot Q \cdot (1 - \beta) - \frac{2 \cdot Q \cdot G \cdot F \cdot T^3}{Z} - A - 1;$$

Найдем экстремум целевой функции:

$$2 \cdot T \cdot Q \cdot (1 - \beta) - \frac{2 \cdot Q \cdot G \cdot F \cdot T^3}{Z} - A - 1 = 0 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{Z \cdot (1 - \beta)}{G \cdot F}}$$

Найдем вторую производную целевой функции:

$$Y''_0(T) = 2 \cdot Q \cdot (1 - \beta) - \frac{6 \cdot Q \cdot G \cdot F \cdot T^2}{Z} < 0.$$

Следовательно, в точке $T_0 = \sqrt{\frac{Z \cdot (1 - \beta)}{G \cdot F}}$ целевая функция достигает своего максимума и $T^* = T_0$.

Случай 3

Пусть $p^* = 1 - \varepsilon_2$, $T \in [T_2; T_{\text{max}}]$.

Тогда

$$Y_0(T) = Q \cdot T^2 (1 - \beta - G \cdot (1 - \varepsilon_2)) - L_{\text{const}} - A \cdot T - B - T;$$

$$Y'_0(T) = 2 \cdot T \cdot Q \cdot (1 - \beta - G \cdot (1 - \varepsilon_2)) - A - 1.$$

Найдем экстремум функции:

$$2 \cdot T \cdot Q \cdot (1 - \beta - G \cdot (1 - \varepsilon_2)) - A - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{A+1}{2 \cdot Q \cdot (1 - \beta - G \cdot (1 - \varepsilon_2))}.$$

Найдем вторую производную целевой функции:

$$Y''_0(T) = 2 \cdot Q \cdot (1 - \beta - G \cdot (1 - \varepsilon_2)) > 0.$$

Следовательно, точка

$$T = \frac{A+1}{2 \cdot Q \cdot (1 - \beta - G \cdot (1 - \varepsilon_2))}$$

есть точка минимума и функция принимает максимальное значение на концах отрезка.

$$Y_0(T_2) = Q \cdot T_2^2 (1 - \beta - G \cdot (1 - \varepsilon_2)) - L_{\text{const}} - A \cdot T_2 - B - T_2;$$

$$Y_0(T_{\text{max}}) = Q \cdot T_{\text{max}}^2 (1 - \beta - G \cdot (1 - \varepsilon_2)) - A \cdot T_{\text{max}} - B - T_{\text{max}}.$$

Причем, $Y_0(T_2) < Y_0(T_{\text{max}})$.

Следовательно, $T^* = T_{\text{max}}$.

Все пары стратегий, которые могут задавать равновесие Штакельберга имеют вид: (ε_1, T_1) , (p^0, T^0) , $(1 - \varepsilon_2, T_{\text{max}})$. Одна из этих стратегий и задает равновесие Штакельберга в зависимости от входных данных.

Пример нахождения равновесия

Рассмотрим пример нахождения равновесия Штакельберга для данной модели, зафиксировав значения констант [4]:

Пусть

$\alpha=0.06$, $\beta=0.1$, $N=1$, $M=1$, $S=150$, $G=1$, $L=250$, $A=1$, $B=30$, $Z=10000$, $\varepsilon_1=0.1$, $\varepsilon_2=0.001$, $T_{\text{max}}=500$.

Для того, чтобы найти пару стратегии, которая задает равновесие Штакельберга, необходимо найти значение целевой функции ведущего при каждом варианте, описанном выше. Наибольшее ее значение и покажет точку равновесия Штакельберга.

Найдем значения переменных T_1 , T_2 и T^0 :

$$T_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot \varepsilon_1}{N \cdot M \cdot S \cdot \alpha \cdot G \cdot T^2}} = 149.0711985$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot Z \cdot (1 - \varepsilon_2)}{N \cdot M \cdot S \cdot \alpha \cdot G \cdot T^2}} = 471.1687596$$

$$T^0 = \sqrt{\frac{Z \cdot (1 - \beta)}{G \cdot N \cdot M \cdot S \cdot \alpha \cdot G \cdot T^2}} = 316.2277660$$

Найдем значение целевой функции ведущего для каждой пары стратегии:

1) в точке (ε_1, T_1) : $Y_0 = 159621,8576$

2) (p^0, T^0) : $Y_0 = 404287,5444$

3) в точке $(1 - \varepsilon_2, T_{\text{max}})$: $Y_0 = -223830$

Следовательно, точкой равновесия Штакельберга является точка (p^0, T^0) . Значение целевой функции ведущего в ней равно $Y_0 = 404287,5444$, а для ведомого $Y = 202500$.

Заключение

В работе с помощью теоретико-игрового и иерархического подходов была разработана оригинальная двухуровневая математическая статическая иерархическая модель управления агентством недвижимости с учетом возможного оппортунистического поведения агента. В предложенной модели учитыва-

ются интересы субъектов управления двух уровней (Ведущего и Ведомого). Была составлена математическая модель и проведено аналитическое нахождение равновесия Штакельберга при побуждении. Получены результаты для разных вариантов входных данных.

Далее предполагается рассмотрение данной модели для других информационных регламентов при использовании принуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 18-01-00053.

Список литературы

1. Бизнес-план риэлторской компании. URL: <https://www.beboss.ru/bplans/88-real-estate-agency/7-finansovyy-plan>.
2. Программа развития риэлторской компании. URL: <https://homecrm.ru/blog/biznes-plan-agentstva-nedvizhimosti-gotovuj-primer-s-raschetami>.
3. Угольников Г.А., Усов А.Б. Информационно-аналитическая система управления эколого-экономическими объектами // Известия РАН. Теория и системы управления. 2007. №6. С. 230–238.
4. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами. Издание 2, М.: 2005, С. 117–123.

MODELING ACTIVITIES OF REAL ESTATE COMPANIES TAKING INTO ACCOUNT OPPORTUNISTIC BEHAVIOR OPPORTUNITY

R. A. Osipyan, A. B. Usov

Southern Federal University, Rostov-on-Don
rubik.osipyan@gmail.com, tol151968@yandex.ru

Abstract. The problem of modeling the activity of real estate companies is relevant and causes a certain interest. This article sets and solves the problem of mathematical modeling of the management system of interaction between a realtor and the management of a realtor company, developing an effective mechanism for managing the activities of a realtor company. To describe the management system, a static two-level hierarchical model of interaction between a real estate agency (management of a real estate company) and an agent (realtor) is proposed. The real estate agency acts as the Lead, and the agent acts as the Slave. The slave manages the degree (level) of their qualifications, and the Leader – the amount of funds allocated for agency advertising. The incentive method is used as a method of hierarchical management. Information rules are used that correspond to Stackelberg's game without management feedback. The model provides the ability to manipulate information from the Slave. The algorithm for finding the Stackelberg equilibrium is specified. An analytical (for a particular type of input functions) and numerical (for a general type of input functions) study of the proposed model is carried out. The results are presented and analyzed, and relevant conclusions are drawn.

Keywords: Stackelberg balance, hierarchical system, winning, real estate company, hierarchy, objective function, optimization.

References

1. The business plan of a real estate company. URL: <https://www.beboss.ru/bplans/88-real-estate-agency/7-finansovyy-plan->
2. Realtor company development program. URL: <https://homecrm.ru/blog/biznes-plan-agentstva-nedvizhimosti-gotovyyj-primer-s-raschetami>.
3. Ugolnitsky G.A., Usov A.B. Information-analytical system for managing environmental and economic objects // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems. – 2007. – No. 6. – S.230–238.
4. Gubko M.V., Novikov D.A. Game theory in the management of organizational systems. Edition 2, M: 2005, S. 117–135.