ПОСТРОЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ ШТАКЕЛЬБЕРГА В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ВНЕДРЕНИЕМ ИННОВАЦИЙ

Д.Л. Нинидзе, А.Б. Усов

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону
davidnin@mail.ru, tol151968@yandex.ru

Аннотация. Исследуется математическая модель согласования частных и общественных интересов при внедрении инноваций в динамическом случае. Под инновациями в широком смысле понимается прибыльное использование новшеств в виде новых технологий, видов продукции и услуг. Основная задача математического моделирования согласования частных и общественных интересов в моделях продвижения инноваций заключается в том, чтобы определить подходящую стратегию продвижения инноваций при условии получения максимального дохода лицами, продвигающими инновации. Агент продвигает инновации, за что получает доход от производства от супервайзера, но при этом имеет личные расходы во время внедрения. Кроме того, агент имеет свой частный интерес, а именно, занимается сторонней деятельностью, не связанной с продвижением инноваций, которая также приносит ему доход. В модели используется побуждение, при котором супервайзер воздействует на целевую функцию агента. Задача исследуется с помощью алгоритмов Штакельберга. Приведены результаты проведенных расчетов, дан их анализ, сделан ряд содержательных выводов.

Ключевые слова: супервайзер, агент, внедрение, инновации, доход

Введение

В случае динамической системы управления меняются управления агента и супервайзера в зависимости от скорости изменения уровня внедрения инноваций. В модели используется побуждение, при котором супервайзер воздействует на целевой функционал агента.

Предлагаемая ниже модель основана на результатах работы [1]. Целевые функционалы супервайзера и агента отражают их доходы и имеют вид.

– супервайзера (ведущего)

$$J_0(u(t), s(t)) = \int_0^T (x(s(t)) - u(t)) dr \rightarrow \max_{u(t)} \quad (1)$$

– агента (ведомого)

$$J_0(v(t), s(t)) = \int_0^T (g(v(t)) - y(s(t)) - h(v(t))) dr \rightarrow \max_{v(t)} \quad (2)$$

Здесь $u(t)$ – функция ресурсов (денег) супервайзера, которые он тратит для внедрения инноваций; $v(t)$ – функция времени, которое затрачивает агент на внедрение инноваций; $s(t)$ – функция уровня внедрения инноваций благодаря времени агента и ресурсам супервайзера; $x(s(t))$ – размер дохода супервайзера от производства в результате внедрения инноваций; $g(v(t))$ – размер дохода агента от личной деятельности; $y(s(t))$ – размер дохода агента от производства в результате внедрения инноваций; $h(v(t))$ – личные расходы агента во время внедрения инноваций; $t \in T = [0, T]$ – отрезок времени функционирования системы.

Ограничения на управления агента и супервайзера возьмем в виде:

$$v_{\min} \leq v(t) \leq v_{\max} \quad (3)$$

$$u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max} \quad (4)$$

Скорость изменения уровня внедрения инноваций описывается дифференциальным уравнением:

$$s(t) = p(t, s(t), v(t)) \quad (5)$$

Условие гомеостаза состоит в установлении допустимого уровня внедрения инноваций:

$$s_{\min} \leq s(t) \leq s_{\max}; s_{\min}, s_{\max} = \text{const} \quad (6)$$

На основе анализа ряда монографий и статей [1–3], среди которых выделим [3], где описан процесс внедрения инноваций в компании, можно сделать вывод о свойствах входных функций модели.

$s(t) = q \cdot (v(t)^a \cdot u(t)^b)$; α, β, q – константы;

$x(s(t)) = p_1 \cdot r \cdot q^y \cdot (v(t)^a \cdot u(t)^b)^y$; $p_1 \in [0, 1]$ – показывает ту часть дохода, которую получит супервайзер от производства в результате внедрения инноваций, r, y – константы;

$g(v(t)) = c \cdot (T_{\max} - v(t))$; $T_{\max}$ – максимальное время, которое агент тратит в день на деятельность, c – константа, показывает размер оплаты труда агента от личной деятельности за один час;

$y(s(t)) = (1 - p_1) \cdot r \cdot q^y \cdot (v(t)^a \cdot u(t)^b)^y$; $(1 - p_1) \in [0, 1]$ – часть дохода, которую получит агент от производства в результате внедрения инноваций;

$h(v(t)) = n \cdot v(t)^\lambda$; n, λ – константы, n – показывает размер личных расходов агента во время внедрения инноваций за один час.

Для удобства представления целевых функций, перепишем вид входных в виде.

$p_1 \cdot r \cdot q^y \cdot (v(t)^a \cdot u(t)^b)^y$; $a_1 \cdot (v(t)^\delta \cdot u(t)^\omega)$; a_1 – технологический коэффициент, δ – коэффициент эластичности по труду, ω – коэффициент эластичности по капиталу.

$$c \cdot (T_{\max} - v(t)) = d \cdot (T_{\max} - v(t)); \\ (1-p_1) \cdot r \cdot q^v \cdot (v(t)^a \cdot u(t)^b)^v = a_2 \cdot (v(t)^\delta \cdot u(t)^\omega).$$

Тогда целевые функционалы будут иметь вид:

– супервайзера (ведущего)

$$J_0(u(t), s(t)) = \int_0^T a_2 \cdot (v(t)^\delta \cdot u(t)^\omega) - u(t) \rightarrow \max_{u(t)} \quad (7)$$

– агента (ведомого)

$$J_1(v(t), s(t)) = \int_0^T d \cdot (T_{\max} - v(t)) + a_2 \cdot (v(t)^\delta \cdot u(t)^\omega) - \\ - n \cdot v(t)^\lambda \rightarrow \max_{v(t)} \quad (2)$$

Приведем используемые алгоритмы построения равновесий [4, 5].

Алгоритм построения равновесия Штакельберга при побуждении

1. Решается задача агента (2), (3), (5). Находится его оптимальное управление в зависимости от управления супервайзера $v^*(t) = v^*(u(t))$.
2. Найденная на первом шаге $v^*(t) = v^*(u(t))$ подставляется в (1), (5).
3. Решается задача (1), (4) – (6). Находится оптимальное значение $u^*(t)$.
4. Равновесие Штакельберга имеет вид $(v^*(u^*(t)), u^*(t))$.

Алгоритм построения равновесия Штакельберга с обратной связью по управлению при побуждении

1. Находится стратегия наказания агента супервайзером, если тот отказывается с ним сотрудничать

$$L_{\text{наказ}} = \min_{u(t)} \max_{v(t)} J_1(v(t), u(t)) (v(t)^{\text{наказ}}; u(t)^{\text{наказ}}) = \\ = \arg \min_{u(t)} \max_{v(t)} J_0(v(t), u(t)).$$

2. Решается задача супервайзера (1), (4) – (6) $\max_{u(t), v(t)} J_0(v(t), u(t))$ при условии $J_1(v(t), u(t)) > L_{\text{наказ}}$. Находится стратегия поощрения агента супервайзером, если агент будет сотрудничать с супервайзером

$$(v(t)^{\text{поощр}}, u(t)^{\text{поощр}}) = \arg \max_{u(t), v(t)} J_0(v(t), u(t)).$$

3. Агенту выгодно выбрать стратегию поощрения, ее он и выбирает.

Построение равновесия Штакельберга путем имитационного моделирования при побуждении

Пример. Пусть $s_{\min} = 0$; $s_{\max} = 550$; $T_{\max} = 16$; $v_{\min} = 0$; $v_{\max} = 16$; $u_{\min} = 500$; $u_{\max} = 8000$; $s(t) = q \cdot v(t)^{0.3} \cdot u(t)^{0.4}$; $x(s(t)) = r \cdot q^{1.7} \cdot v(t)^{0.51} \cdot u(t)^{0.68}$; $l = 0.5$; $g(s(t)) = c \cdot (T_{\max} - v(t))$; $y(s(t)) = (r/4) \cdot q^{1.7} \cdot v(t)^{0.51} \cdot u(t)^{0.68}$; $h(v(t)) = n \cdot v(t)^{0.51} \cdot u(t)^{0.68}$; $\tau = 1$; $T = 3$; $n = 10$.

$$\begin{cases} s(t) = q \cdot v(t)^{0.3} \cdot u(t)^{0.4} + l \cdot v(t)^{0.51} \\ s(0) = 0 \end{cases}$$

Исследуем при различных параметрах r , c , q . Результаты счета приведены в таблицах 1–3. В таблице 1 в случае $q = 3$, $c = 120$, в таблице 2 – $r = 3$, $q = 3$, в таблице 3 – $r = 3$, $c = 120$.

Таблица 1. Результаты при изменении параметра r

r	На отрезке $[0, \tau]$ значение $(v^*; u^*)$	На отрезке $[\tau, 2\tau]$ значение $(v^*; u^*)$	На отрезке $[2\tau, T]$ значение $(v^*; u^*)$	J_1	J_0	K
2	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	8848.36	15149.3	1
3	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1
4	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	17824.5	42077.8	0.999
5	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	22312.6	55542.1	0.998
6	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	26800.7	69006.3	0.998
7	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	31288.8	82470.6	0.997
8	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	35776.9	95934.8	0.997
9	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	40264.9	109399	0.997

Таблица 2. Результаты при изменении параметра c

c	На отрезке $[0, \tau]$ значение $(v^*; u^*)$	На отрезке $[\tau, 2\tau]$ значение $(v^*; u^*)$	На отрезке $[2\tau, T]$ значение $(v^*; u^*)$	J_1	J_0	K
100	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1
110	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1
120	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1
130	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1
140	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1
150	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1
160	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1
170	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1

Таблица 3. Результаты при изменении параметра q

q	На отрезке $[0, \tau]$ значение $(v^*; u^*)$	На отрезке $[\tau, 2\tau]$ значение $(v^*; u^*)$	На отрезке $[2\tau, T]$ значение $(v^*; u^*)$	J_1	J_0	K
2	(16;8000)	(16;8000)	(16;8000)	6893.47	8633.24	1
3	(16;8000)	(16;8000)	(16;5750)	13336.4	28613.6	1
4	(16;8000)	(16;5000)	(16;500)	17266	42154	0.916
5	(16;8000)	(16;500)	(16;500)	19290.1	50217.9	0.836
6	(16;4250)	(16;500)	(16;500)	18248.7	51401.5	0.708

На основе анализа проведенных расчетов, можно сделать следующие выводы:

- выигрыш супервайзера будет расти, если будут увеличиваться параметры r , q , и падать, если будет увеличиваться параметр c ;
- выигрыш агента будет расти, если будут увеличиваться параметры r , q , c ;
- коэффициент системной согласованности растет при увеличении параметра r , падает при увеличении параметров q , c .

Построение равновесия Штакельберга с обратной связью по управлению путем имитационного моделирования при побуждении

Пример. Пусть $k_{\min}=0$; $k_{\max}=550$; $T_{\max}=16$; $v_{\min}=0$; $v_{\max}=16$; $u_{\min}=500$; $u_{\max}=8000$; $s(t)=q \cdot v(t)^{0.3} \cdot u(t)^{0.4}$; $x(s(t))=r \cdot q^{1.7} \cdot v(t)^{0.51} \cdot u(t)^{0.68}$; $l=0.5$; $g(s(t))=c \cdot (T_{\max}-v(t))$; $y(s(t))=(r/4) \cdot q^{1.7} \cdot v(t)^{0.51} \cdot u(t)^{0.68}$; $h(v(t))=n \cdot v(t)^{0.51} \cdot u(t)^{0.68}$; $\tau=1$; $T=3$; $n=10$.

$$\begin{cases} s(t) = q \cdot v(t)^{0.3} \cdot u(t)^{0.4} + l \cdot v(t)^{0.51} \\ s(0) = 0 \end{cases}$$

Исследуем при различных параметрах r , c , q . Результаты счета помещены в таблицы 4–6. В таблице 4 в случае $q=3$, $c=120$, в таблице 5 – $r=3$, $q=3$, в таблице 6 – $r=3$, $c=120$.

Таблица 4. Результаты при изменении параметра r

r	На отрезке $[0, \tau]$ значение $(v^{\text{поощр}}; u^{\text{поощр}})$	На отрезке $[\tau, 2\tau]$ значение $(v^{\text{поощр}}; u^{\text{поощр}})$	На отрезке $[2\tau, T]$ значение $(v^{\text{поощр}}; u^{\text{поощр}})$	J_1	J_0	K
2	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	8442	13531	0.89
3	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12575	25929	0.9
4	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	16708	38328	0.91
5	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	20841	50726	0.92
6	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	24973	63124	0.91
7	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	29106	75523	0.91
8	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	33239	87921	0.91
9	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	37372	100320	0.91

Таблица 5. Результаты при изменении параметра c

c	На отрезке $[0, \tau]$ значение $(v^{\text{поощр}}; u^{\text{поощр}})$	На отрезке $[\tau, 2\tau]$ значение $(v^{\text{поощр}}; u^{\text{поощр}})$	На отрезке $[2\tau, T]$ значение $(v^{\text{поощр}}; u^{\text{поощр}})$	J_1	J_0	K
100	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12526	25930	0.91
110	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12551	25930	0.91
120	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12576	25930	0.91
130	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12600	25930	0.91
140	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12625	25930	0.91
150	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12650	25930	0.91
160	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12675	25930	0.91
170	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12700	25930	0.91

На основе анализа проведенных расчетов, можно сделать следующие выводы:

- выигрыш супервайзера будет расти при увеличении параметров r , q , и оставаться неизменным при любых c ;

- выигрыш агента будет расти, если будут увеличиваться параметры r , q , c ;
- коэффициент системной согласованности будет расти при увеличении параметров r , q , и оставаться неизменным при любых c .

Таблица 6. Результаты при изменении параметра q

Q	На отрезке $[0, \tau]$ значение $(v^{\text{поощр}}, u^{\text{поощр}})$	На отрезке $[\tau, 2\tau]$ значение $(v^{\text{поощр}}, u^{\text{поощр}})$	На отрезке $[2\tau, T]$ значение $(v^{\text{поощр}}, u^{\text{поощр}})$	J_1	J_0	K
2	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	6400	7404	0.86
3	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(14.4;7250)	12576	25930	0.91
4	(14.4;7250)	(14.4;7250)	(12.8;500)	17262	41771	0.91
5	(14.4;7250)	(14.4;5000)	(0;500)	22715	57807	0.96
6	(14.4;7250)	(11.2;2000)	(0;500)	25825	68005	0.94

Следовательно, информационный регламент игры Штакельберга без обратной связи по управлению выгоднее и для супервайзера, и для агента, коэффициент системной согласованности при этом выше, чем при использовании информационного регламента игры Штакельберга с обратной связью по управлению.

Заключение

В результате проведенного исследования был определен более эффективный информационный регламент для внедрения инноваций в динамическом случае. В дальнейшем планируется исследование модели в случае нескольких агентов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда, проект №17-19-01038.

Список литературы

1. Угольников Г.А. Управление устойчивым развитием активных систем. – Ростов-на-Дону: Издательство ЮФУ, 2016. с. 658–704.
2. Угольников Г.А., Усов А.Б. Теоретико-игровая модель согласования интересов при инновационном развитии корпорации // Компьютерные исследования и моделирование, 2016, 8(4), с. 673–684.
3. Внедрение инноваций в компании: как решать проблемы, не создавая новых. URL: viafuture.ru/sozдание-startapa/vnedrenie-innovatsij.
4. Нинидзе Д.Л., Усов А.Б. Модель согласования частных и общественных интересов при внедрении инноваций // Инженерный вестник Дона, 2018, №4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2018/5433.
5. Нинидзе Д.Л., Усов А.Б. Согласования частных и общественных интересов при внедрении инноваций в случае нескольких агентов // Инженерный вестник Дона, 2020, №5. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/N5y2020/6443.

BUILDING THE STACKELBERG EQUILIBRIUM IN THE PROBLEM OF INNOVATION IMPLEMENTATION MANAGEMENT

D.L. Ninidze, A.B. Usov

Southern Federal University, Rostov-on-Don
davidnin@mail.ru, tol151968@yandex.ru

Abstract. We investigate the mathematical model of coordination of private and public interests at introduction of innovations. Innovation is broadly understood as the profitable use of innovations in the form of new technologies, products and services, organizational, technical and socio-economic solutions of industrial, financial, commercial, administrative or other nature. Innovation affects the structure of production enterprises in the country, the level of development of society. The introduction of innovations requires restructuring of the existing production, retraining of employees, capital costs and at the same time is associated with the risk of not suffering losses and getting the necessary result. The main task of mathematical modeling of coordination of private and public interests in the models of innovation promotion is to determine the appropriate strategy to promote innovation, provided that the maximum income of persons promoting innovation. The agent promotes innovation, for which he receives income from production from the supervisor, but at the same time has personal expenses during implementation. In addition, the agent has its own private interest, namely, engaged in third-party activities not related to the promotion of innovation, which also brings him income. The model uses a motivation in which the supervisor acts on the target function of the agent. We consider the various Internet articles on the topic of how to embed innovation in the company. The problem is investigated using Stackelberg algorithms. Thus, the results were obtained during the study.

Keywords: supervisor, agent, implementation, innovation, income.

References

1. *Ugolnitskii G.A.* Upravlenie ustojchivy'm razvitiem aktivny'x system [Management of sustainable development of active systems]. Rostov-na-Donu: Southern Federal University, 2016, 704 p. (In Russian).
2. *Ugol'nitskij G.A., Usov A.B.* Teoretiko-igrovaya model' soglasovaniya interesov pri innovacionnom razvitii korporacii [Game-theoretic model of the coordination of interests in the innovative development of a corporation] // Computer Research and Modeling, 2016, №8 (4), P.673–684 (In Russian).
3. Vnedrenie innovacij v kompanii: kak reshat' problemy, ne sozdavaya novyh [Introduction of innovations in the company: how to solve problems without creating new ones] URL: viafuture.ru/sozdanie-startapa/vnedrenie-innovatsij (In Russian).
4. *Ninidze D.L., Usov A.B.* Model' soglasovaniya chastnyh i obshhestvennyh interesov pri vnedrenii innovacij [Model of agreement of private and public interests in the implementation of innovations] // Inzhenernyj vestnik Dona, 2018, №4. URL: ivdon.ru/magazine/archive/n4y2018/5433 (In Russian).
5. *Ninidze D.L., Usov A.B.* Soglasovaniya chastnyh i obshhestvennyh interesov pri vnedrenii innovacij v sluchae neskol'kih agentov [Coordination of private and public interests in the implementation of innovations in the case of multiple agents] // Inzhenernyj vestnik Dona, 2020, №5. URL: ivdon.ru/magazine/archive/N5y2020/6443 (In Russian).