НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА АККУМУЛЯЦИИ НА ПОВЕРХНОСТИ ГОРНЫХ ЛЕДНИКОВ

О.О. Рыбак^{1,2,3}, Е.А. Рыбак^{1,2}

¹ Сочинский научно-исследовательский центр РАН, Сочи, Россия

² Филиал Института природно-технических систем, Сочи, Россия

³ Институт водных проблем РАН, Москва, Россия

o.o.rybak@gmail.com, elena.rybak@gmail.com

Аннотация. Описание динамики горных ледников в математических моделях в значительной степени зависит от корректного расчета поверхностного баланса массы. Расходная часть баланса – таяние, сублимация и т.д. хорошо формализуются методами расчета энергетического баланса или подсчета градусо-дней с положительной температурой. В определении приходной части баланса существует ряд неопределенностей, обусловленных особенностями конкретного ледника – рельефом, преобладающими типами микро- и мезоциркуляции атмосферы, лавинного питания, размер которого меняется от ледника к леднику в широких пределах. Детальные модели снеготранспорта и снегонакопления, как правило, ориентированы на оперативный прогноз и малоприменимы для долгосрочных прогностических расчетов. В статье рассмотрен расчетный алгоритм для описания переноса и накопления снега для последующего включения в модель поверхностного баланса массы горного ледника. Алгоритм основан на решении дифференциального уравнения с полуэмпирическим описанием скорости переноса. В численных экспериментах со схематически заданным рельефом поверхности исследованы некоторые ключевые особенности перераспределения снега и их чувствительности к модельным параметрам.

Ключевые слова: горный ледник, баланс массы, аккумуляция, перенос снега, математическая модель, прогноз

Введение

Важный аспект текущего и будущего сокращения горного оледенения, вызванный климатическими изменениями, связан с той ролью, которую они играют в экономике горных и предгорных территорий [1]. Эффективная оценка эволюции горных ледников возможна лишь с использованием методов математического моделирования. Надежность расчетов в значительной степени зависит от адекватности описания выпадения твердых осадков и перераспределения уже выпавшего снега. Расходная часть поверхностного баланса массы, абляция, включающая таяние и сублимацию, может быть аккуратно оценена, исходя из хорошо известных и понятно формализуемых, потоков массы и энергии. Расчет приходной части, аккумуляции, сопряжен с многими неопределенностями. Считается, что пространственная изменчивость зимнего баланса массы (часто отождествляемого с аккумуляцией, что, однако не вполне верно в отношении ледников в южных широтах, где аккумуляция наблюдается и в летнее время) на порядок превышает ошибку при расчете таяния в сезон абляции [2]. Снегонакопление на поверхности ледника зависит от многочисленных факторов, при этом их соотношение меняется от одного ледника к другому. Наряду с атмосферными осадками в приходной части баланса массы большую роль играет метелевый перенос и лавинное питание. Например, на северном склоне Большого Кавказа

осадки составляют более половины в приходной части баланса массы, метелевый перенос – от 10 до 42 %, а лавинного питания 3–76 % [3]. Очевидно, что большой разброс последних двух оценок свидетельствует о значительном влиянии местных условий на формирование вкладов и метелевого переноса и лавинного питания.

Теория метелевого переноса разработана более полувека назад [4 и др.]. Однако созданные на ее основе модели ориентированы в большей степени на оперативный прогноз, нежели на прогноз долгосрочный (годы и десятилетия). Требуется упрощение и обобщение описываемых процессов для того, чтобы созданные алгоритмы могли бы быть использованы в соответствующих моделях. **В соответствии с этим**, в настоящей работе рассмотрены некоторые аспекты упрощенного подхода к расчету пространственного перераспределения снега. Предмет исследования, безусловно, настолько широк, что охватить все особенности описания процесса аккумуляции в рамках одной небольшой статьи, безусловно, не представляется возможным. Физические основы процесса переноса снега и базовые подходы к расчетам схожи в разных моделях. Различия, как правило, заключаются в методах описания и параметризации второстепенных процессов.

Ниже нами рассмотрены основные теоретические вопросы снежного переноса, а также зависимость результатов моделирования от ключевых

модельных параметров.

Описание переноса снега

Перераспределение снега можно описать уравнением [5]:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{\rho_{sm}} \left[\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + S \right], \quad (1)$$

где h – толщина подвижного слоя снега, ρ_{sm} – плотность подвижного снега, Q_x и Q_y – горизонтальные потоки снега по направлениям x и y соответственно, S – сумма всех локальных источников/стоков (твердые осадки, таяние, сублимация). В настоящей работе используется более простое по сравнению с [5] определение потоков Q_x и Q_y как проекций на оси x и y скорости переноса снега, которая задается одним из возможных полуэмпирических уравнений, связывающих количество перенесенного снега со скоростью ветра. Полуэмпирический подход к расчету переноса существенно упрощает, разумеется, реальную картину, однако дает возможность избежать описания ряда трудноформализуемых процессов, происходящих в реальности.

Существует ряд полуэмпирических моделей переноса снега (таблица), дающих существенно различающиеся между собой результаты, особенно при малых скоростях ветра (рис. 1).

Таблица. Полуэмпирические формулы снегопереноса.

Обозначения: u – скорость ветра, u^* – скорость трения [5], $u_{th}^* = 0.25$ – пороговая скорость, $\rho_a = 1.3$.

Источник	Формула	Примечание
[6]	$Q = 0.00001083u^{3.5} - 0.0006667$	Снег
[7]	$\log Q = -1.8188 + 0.0887u$	Снег
[8]	$Q = 0.0000u^3$	Снег
[9]	$Q = 0.00003(u - 1.3)^3$	Снег
[10]	$Q = 0.000077(u - 5)^3$	Снег
[11]	$Q = 0.0002u^{2.7}$	Фирн, снег
[11]	$Q = 0.0000029u^{4.16}$	Сухой снег
[12]	$Q = (1/458800)u^{4.04}$	Снег
[13]	$Q = 0.0014\rho_a u^*(u^* - u_{th}^*)(u_{th}^* + 205)$	Снег

Трансформация поля ветра

Трансформация заданного поля ветра [5] рассчитывается, исходя из угла наклона подстилающей поверхности в каждом узле пространственной сетки

$$\beta = \text{atan} \left[\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \right]^{1/2}, \quad (2)$$

ее азимута

$$\zeta = \frac{3\pi}{2} - \text{atan} \left[\left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) / \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] \quad (3)$$

и топографической кривизны

$$\Omega_c = \frac{1}{4} \left[\frac{h - 0.5(h_w + h_E)}{2\eta} + \frac{h - 0.5(h_s + h_N)}{2\eta} + \frac{h - 0.5(h_{SW} + h_{NE})}{2\sqrt{2}\eta} + \frac{(h_{NW} + h_{SE})}{2\sqrt{2}\eta} \right], \quad (4)$$

где η_w , η_E и т.д. – значения высоты поверхности в узлах пространственной сетки в восьми направлениях на расстоянии η от узла сетки, для которой производятся вычисления.

Рис. 1. Перенос снега (кг/м/с) в зависимости от скорости ветра (м/с) (нижняя шкала) и от скорости трения

Топографическая кривизна – это осредненная разница между абсолютной высотой в ячейке и средней высотой в восьми попарно диаметрально расположенных ячейках. Выбор коэффициента η в общем случае определяется характером рельефа и особенностями снегонакопления. В настоящей работе $\eta = 1$.

Проекция угла между нормалью к поверхности в узле сетки и направлением ветра определяется формулой

$$\Omega_s = \beta \cos(\varphi - \zeta), \quad (5)$$

где q – направление вектора скорости

$$\theta = \frac{3\pi}{2} - \text{atan} \left(\frac{u}{v} \right), \quad (6)$$

а u и v – проекции вектора скорости ветра на пространственные оси. Ω_c и Ω_s нормируются таким образом, чтобы их значения лежали в диапазоне от -0.5 до $+0.5$. В приземном слое скорость ветра w_t рассчитывается, как $w_t = W_w w_{10}$, где

$$W_w = 1 + \gamma_s \Omega_s + \gamma_c \Omega_c, \quad (7)$$

w_{10} – скорость ветра на высоте 10 м на уровне поверхности, а веса γ_c и γ_s выбираются таким образом, чтобы их сумма равнялась единице. Изменение направления вектора скорости ветра определяется соотношением $\theta_t = \theta + \theta_d$, где

$$\theta_d = -0.5\Omega_s \sin[2(\zeta - \theta)]. \quad (8)$$

Схематическое задание рельефа

Область исследования имеет квадратную форму со стороной 5 км. Рельеф области задается схематически. Это плоскость, в центре которой расположена «гора» радиусом $R_{\max} = 1500$ м и максимальной высотой в центре $s_{\max} = 600$ м (рис. 2). Координаты ее центра совпадают с центром области ($x_0 = 2,5$ км, $y_0 = 2,5$ км), поверхность которой задается формулой:

$$s(i, j) = s_{\max} \left\{ \cos \left[\frac{d}{R_{\max}} \frac{\pi}{2} \right] \right\}^2, \quad d \leq R_{\max}; \quad (9)$$

$$s(i, j) = 0, \quad d > R_{\max},$$

Рис. 2. Схематически заданная форма рельефа.

Всего было выполнено 5 экспериментов (Э1-Э5), в которых веса принимали следующие значения: $\gamma_c = 0.9, \gamma_s = 0.1$ (Э1), $\gamma_c = 0.75, \gamma_s = 0.25$ (Э2), $\gamma_c = \gamma_s = 0.5$ (Э3), $\gamma_c = 0.25, \gamma_s = 0.75$ (Э4), $\gamma_c = 0.1, \gamma_s = 0.9$ (Э5). Основные результаты расчетов представлены на рис. 3. Очевидно, что параметр gs фактически отвечает за асимметрию поля скорости. Другими словами, с ростом доли gs в сумме обоих весов первоначально равномерное поле скоростей трансформируется в приземном слое таким образом, что рост при-

где $d = [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]^{1/2}$ расстояние от центра горы.

Численные эксперименты и их результаты

В численных экспериментах исследуется чувствительность поля ветра и толщины снежного покрова к значениям весов γ_c и γ_s . Изначально снежный покров распределен по области равномерно, и его толщина составляет 6 м. Начальное поле ветра имеет составляющую только вдоль оси x . Начальная скорость ветра составляет 10 м/с ветер. Для пересчета скорости ветра в поток снега используется полуэмпирическая формула из [10] (см. таблицу). Длительность экспериментов составила 48 модельных часов. Локальные источники снега в уравнении (1) не рассматриваются. Таким образом, в модели рассчитывается чистое перераспределение изначально равномерного снежного покрова. Уравнение (1) решается численно с использованием неявной схемы переменных направлений.

ходит на наветренную часть склона, а уменьшение – на подветренную (рис. 3а-д). Соответственно, подобная трансформация приводит к большему выдуванию снега из наветренной части склона и разрастанию бесснежной области (области, где снежный покров полностью исчезает обозначены стрелками на рис. 3е-к). Параллельно идет накопление снега на подветренной части склона, причем самое интенсивное накопление происходит непосредственно на подветренной стороне вершины горы.

Рисунок 3 - Результаты численных экспериментов – поля скорости ветра, м/с (а-д), и толщины снежного покрова в конце экспериментов, м (е,к), : Э1 (а, е), Э2(б, ж), Э3(в, з), Э4(г, и), Э5(д, к). Белым цветом на а-е показаны изолинии высоты поверхности, м. Черные стрелки на ж-к указывают на области, где в конце экспериментов отсутствует снежный покров.

Заметим, что бесснежные области также расположены в узкой полосе с подветренной стороны горы в месте резкого перегиба рельефа по окра-

инам горы. При этом, чем выше значение γ_s , тем эта полоса шире, хотя и незначительно (ср. рис. 3е и последующие). С ростом асимметрии поля скорости ветра область повышенных значений толщины снега разрастается с определенно подветренной стороны (рис. 3е) и начинает частично захватывать и наветренную часть склона, особенно в привершинной области. По-видимому, использование экстремальных значений γ_s (как слишком больших, так и слишком маленьких) приводит к нереалистичной картине перераспределения снега. Однако, как отмечено в [5], выбор соотношения весов γ_c и γ_s , равно как и параметра пространственного сглаживания η в уравнении (4) в значительной степени определяется характером рельефа.

Заключительные замечания

В работе рассмотрены некоторые аспекты применения относительно простого подхода к расчету перераспределения снежного покрова для включения в математическую модель поверхностного баланса массы горного ледника. Применение полуэмпирического соотношения между скоростью ветра и массопереносом позволяет упростить процедуру расчетов, и в то же время воспроизвести главные особенности перераспределения снежного покрова. Проблема заключается в том, что существует не менее десятка полуэмпирических соотношений, которые получили широкое распространение, и, которые тем не менее дают результаты скорости переноса, различающиеся, как минимум, на порядок при относительно высокой скорости ветра. При малых скоростях расхождение еще больше. В численных экспериментах со схематически заданным рельефом местности нами была оценена чувствительность результатов моделирования к значениям ключевых настраиваемых параметров γ_c и γ_s , которые определяют характер пространственного перераспределения поля толщины снежного покрова под действием ветра. Было показано, что реалистичная картина (во всяком случае, отвечающая результатам, описанным в литературе) наблюдается при приблизительно равном соотношении γ_c и γ_s . Основная задача, которую предстоит решить в будущем, заключается в воспроизведении процесса выпадения и перераспределения твердых осадков в реальных условиях. Последнее потребует включения в модель параметризации лавинного питания, а, главное, адекватного описания количества и режима осадков и их связи с климатическими особенностями региона.

Литература

1. Рыбак О.О., Рыбак Е.А., Яицкая Н.А. и др. Модельные исследования эволюции горных ледников на примере ледника Сары-Тор (Внутренний Тянь-Шань) // Криосфера Земли. 2019. Т. XXIII. №3. С. 33–51. DOI: 10.21782/KZ1560–7496-2019–3(33–51)
2. Machtguth H., Eisen O., Paul F., Hoelze M. Strong spatial variability of snow accumulation observed with helicopter-borne GPR on two adjacent Alpine glaciers // Geophysical Research Letters. 2006. V. 33. L13503. doi:10.1029/2006GL026576.
3. Панов В.Д., Лурье П.М., Ильичев Ю.Г. Состояние современного оледенения северного склона Большого Кавказа на начало XXI столетия // Устойчивое развитие горных территорий. 2010. Т. 2. № 3. С. 69–73.
4. Дюнин А.К. Механика метелей (Вопросы теории проектирования снегорегулирующих средств). Новосибирск: Изд-во Сибирского отделения АН СССР, 1963, 380 с.
5. Ohara N. A practical formulation of snow surface diffusion by wind for watershed-scale applications // Water Resources Research. 2014. V. 50. P. 5074–5089. doi:10.1002/2013WR014744.
6. Комаров А.А. Некоторые закономерности переноса/отложения снега в районах Западной Сибири и их использование в снегозадержании. Труды Транспортно-энергетического института, т. 4, с. 89–97.
7. Budd W., Dingle R., Radok U. The Byrd snow drift project: Outline and basic results // Antarctic Research Series. 1966. V. 9. P. 71–134.
8. Kobayashi D., Kobayashi S., Ishikawa N. Measurement of Snow drift using parallel trenches // Low Temperature Science. Ser. A. 1969. V. 27. P. 99–106.
9. Kobayashi D. Studies of Snow Transport in Low-Level Drifting Snow. Contrib. Inst. Low. Temp. Sci., Ser. A., V. 24, P. 1–58.
10. Durnin A.K., Kotlyakov V.M. Redistribution of snow in the mountains under the effect of heavy snow-storms // Cold Regions Science and Technology. 1980. V. 3. P. 287–294.
11. Takeuchi M. Vertical profile and horizontal increase of drift-snow transport // Journal of Glaciology. 1980. V. 26. P. 481–492.
12. Tabler R.D., Benson C.S., Santana B.W., Ganguly P. Estimating Snow transport from wind speed records: Estimates versus measurements in Prudhoe Bay, Alaska. Proceedings of Western Snow Conference. 1990. V. 58. P. 61–72.
13. Sørensen M. An analytical model of wind-blown sand transport // Acta Mechanica. 1991. V. 1, suppl., P. 67–81.

SOME ASPECTS OF SIMULATION OF ACCUMULATION PROCESS ON THE SURFACE OF MOUNTAIN GLACIERS

O.O. Rybak^{1,2,3}, E.A. Rybak^{1,2}

¹ Sochi Research Center of RAS, Sochi, Russia

² Branch of Institute of Natural and Technical Systems, Sochi, Russia

³ Water Problems Institute of RAS, Moscow, Russia

o.o.rybak@gmail.com, elena.rybak@gmail.com

Abstract. Accurate description of mountain glacier dynamics in mathematical models depends to a great extent on correct calculation of the surface mass balance. Discharge part of the balance – melting, sublimation etc. can be well formalized using methods of calculation of the energy balance on the surface or, alternatively, by estimating of number of positive degree days. On the contrary, calculation of the income part of the balance faces with certain difficulties dependent on peculiarities of a particular glacier – relief, types of micro- and mesocirculation of the atmosphere, avalanche feeding. Amount of the latter varies greatly from one glacier to another, comprising, for instance, on the northern slopes of the Great Caucasus from 3 to 76 % of the total mass income. Snow redistribution by storms contribute from 10 to 42 % of the total income. Detailed models of snow transportation are oriented, as a rule, for the operational forecasts. They can be hardly applied for the long-term predictions. In the paper, we consider a computational algorithm aimed at description of snow transportation for further it incorporation into a mass balance model of a mountain glacier. The algorithm is based on the solution of a differential equation with semi-empirical description of snow transportation. In a series of numerical experiments with schematically given terrain, we study some key peculiarities of snow redistribution and of sensitivity of the computational results to the key model parameters.

Keywords: mountain glacier, mass balance, accumulation, snow transportation, mathematical model, prediction

References

1. Rybak O.O., Rybak E.A., Yaickaya N.A. et al. Model'nye issledovaniya evolyucii gornyh lednikov na primere lednika Sary-Tor (Vnutrennij Tyan'-Shan') // Kriosfera Zemli. 2019. T. XXIII. №3. S. 33–51. DOI: 10.21782/KZ1560-7496-2019-3(33-51)
2. Machtguth H., Eisen O., Paul F., Hoelze M. Strong spatial variability of snow accumulation observed with helicopter-borne GPR on two adjacent Alpine glaciers // Geophysical Research Letters. 2006. V. 33. L13503. doi:10.1029/2006GL026576.
3. Panov V.D., Lur'e P.M., Il'ichev Yu.G. Sostoyanie sovremennogo oledneniya severnogo sklona Bol'shogo Kavkaza na nachalo XXI stoletiya // Ustojchivoe razvitie gornyh territorij. 2010. T. 2. № 3. C. 69–73.
4. Dyunin A.K. Mekhanika metelej (Voprosy teorii proektirovaniya snegoreguliruyushchih sredstv). Novosibirsk: Izd-vo Sibirskogo otdeleniya AN SSSR, 1963, 380 p.
5. Ohara N. A practical formulation of snow surface diffusion by wind for watershed-scale applications // Water Resources Research. 2014. V. 50. P. 5074–5089. doi:10.1002/2013WR014744.
6. Komarov A.A. Nekotorye zakonomernosti perenosa/otlozheniya snega v rajonah Zapadnoj Sibiri i ih ispol'zovanie v snegozaderzhanii. Trudy Transportno-energeticheskogo instituta, vol. 4, p. 89–97.
7. Budd W., Dingle R., Radok U. The Byrd snow drift project: Outline and basic results // Antarctic Research Series. 1966. V. 9. P. 71–134.
8. Kobayashi D., Kobayashi S., Ishikawa N. Measurement of Snow drift using parallel trenches // Low Temperature Science. Ser. A. 1969. V. 27. P. 99–106.
9. Kobayashi D. Studies of Snow Transport in Low-Level Drifting Snow. Contrib. Inst. Low. Temp. Sci., Ser. A., V. 24. P. 1–58.
10. Dyunin A.K., Kotlyakov V.M. Redistribution of snow in the mountains under the effect of heavy snow-storms // Cold Regions Science and Technology. 1980. V. 3. P. 287–294.
11. Takeuchi M. Vertical profile and horizontal increase of drift-snow transport // Journal of Glaciology. 1980. V. 26. P. 481–492.
12. Tabler R.D., Benson C.S., Santana B.W., Ganguly P. Estimating Snow transport from wind speed records: Estimates versus measurements in Prudhoe Bay, Alaska. Proceedings of Western Snow Conference. 1990. V. 58. P. 61–72.
13. Sørensen M. An analytical model of wind-blown sand transport // Acta Mechanica. 1991. V. 1, suppl., P. 67–81.