МЕТАН В БАЙКАЛЕ: МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Е.А. Цветова

Институт вычислительной математики и математической геофизики
СО РАН, г. Новосибирск
e.tsvetova@ommgp.sccc.ru

Аннотация. Представлена модель гидродинамики двухфазной системы жидкость-твердые частицы, учитывающая силы межфазного динамического взаимодействия. Рассмотрен сценарий распространения примесей, выходящих из площадного источника на дне в стратифицированную среду водоема. Расчеты выполнены в трехмерной постановке с учетом параметров озера Байкал. Результаты численного эксперимента для зимних условий показали, что двухфазная система проявляет сложное поведение в пространстве и времени. Присутствие примесей влияет на гидродинамику системы, вызывая вынужденную конвекцию и обновление глубинных вод.

Ключевые слова: Математическое моделирование, многофазная система, жидкость, твердая частица, динамический межфазный обмен, озеро Байкал

Введение

о случаях выхода газа при повреждении ледового покрова озера Байкал знали еще первые поселенцы и исследователи. В конце XX века на дне Байкала были обнаружены грязевые вулканы и подводные выходы газа, а также и большие залежи метановых гидратов. Поэтому актуальность исследования многофазных процессов в озере, имеющем статус объекта Всемирного наследия, повышается при развитии хозяйственной деятельности в условиях изменяющегося климата.

Согласно фазовой диаграмме, в физических условиях Байкала метан может существовать в растворенном виде, в виде пузырьков газа и в составе гидрата. Из-за больших глубин (максимум более 1600 м) газогидраты могут находиться в воде в стабильном состоянии, не подвергаясь разложению, не только на дне при высоких давлениях, но и в толще воды, ниже глубин около 380 м [1]. В натуральных экспериментах, проведенных на борту подводной станции «Мир», было показано, что при подходящем давлении и температуре гидрат может даже образовываться в реальном времени из газа и воды и существовать не только в виде кристаллов, но и в виде гидратного порошка и пены [2]. Выше глубин 380 м гидрат начинает разлагаться, однако вопрос о том, достигнет ли он поверхности, зависит от размеров кристаллов и состояния окружающей среды. Есть фотографии в условиях открытой воды, свидетельствующие о том, что куски гидрата могут достичь поверхности, то есть в дальнейшем метан попадет в атмосферу.

Поскольку метан является парниковым газом, возникает много вопросов о том, какие изменения

могут произойти в озере и как они могут повлиять на общую ситуацию в связи с изменением климата. Поэтому возникает необходимость рассмотрения некоторых гидротермодинамических проблем для изучения процессов в системе метан-вода с учетом возможных механизмов трансформации в конкретных озерных условиях. Предполагается, что метан является активной примесью, влияющей на гидродинамику озера, в том числе на изменение процессов естественной и вынужденной конвекции.

Намереваясь постепенно продвигаться в изучении природных процессов, мы рассматриваем возможные постановки задач и методы их решения с использованием методов математического моделирования [3–6]. В данной работе нас интересует межфазный динамический обмен в двухфазной системе вода-твердые частицы.

Математическая модель

Математическая модель многофазной системы сформулирована в так называемой Эйлер-Эйлер формулировке. Фазы предполагаются взаимодействующими континуумами [7]. Объемная доля каждой фазы в единице объема в многофазной системе обозначается как ε_k ; $k=1, n$, где n – число фаз, $\sum_{k=1}^n \varepsilon_k = 1$. Искомые плотности $\rho_k = \varepsilon_k \tilde{\rho}_k$, где $\tilde{\rho}_k$ – истинные плотности. Считается, что вода является основной несущей средой, и $\varepsilon_1 = \varepsilon_k$, $k=2, n$. В этой технике нет необходимости контролировать детальный учет границ между фазами.

Для каждой фазы решается полный набор из уравнений для моментов и уравнения неразрывности. Интеграция фаз достигается за счет общего давления для всех фаз и межфазного обмена.

Межфазный обмен состоит из межфазного обмена веществом и межфазным динамическим обменом количеством движения. Рассмотрим следующий гипотетический пример. Пусть $n=2$ и имеются две системы уравнений сохранения массы и импульса для воды и твердых частиц. Под твердыми частицами в настоящем примере мы понимаем кристаллы заданного размера, которые не обмениваются массой с водой, а участвуют только в межфазном динамическом обмене.

Межфазный динамический обмен описывается с помощью параметризаций. Наиболее известны три составляющие сил взаимодействия: сила трения, добавленная массовая сила и подъемная сила. Сила трения вносит наибольший вклад, поэтому часто учитывают только её. При подъеме твердые частицы ускоряются относительно жидкости. В этом случае часть окружающей воды также ускоряется вслед за примесью. Эта дополнительная сила называется добавленной массовой силой. Кроме того, еще одним компонентом является подъемная сила (сила Магнуса). Если частица с твердой оболочкой движется в неоднородной жидкости, то поток жидкости может вызвать вращение частиц, что, в свою очередь, может создать дополнительную силу взаимодействия, перпендикулярную основному потоку.

Численный сценарий для системы жидкость-твердые частицы

В численном эксперименте моделируется распространение примеси из площадного источника, расположенного на дне, в стратифицированной озерной среде. Истинная плотность примеси постоянна и равна по величине плотности гидрата метана.

К комплексу систем уравнений для моментов и уравнений неразрывности для обеих фаз необходимо добавить уравнение для температуры, так как температура нужна для расчета истинной плотности воды по уравнению состояния. Напомним, что в данном случае обмен массами между фазами не учитывается, поэтому в уравнении для температуры не участвует слагаемое, отвечающее за превращения гидрата.

Область решения представляет собой трехмерный объем с реальными береговыми очертаниями и рельефом дна южной оконечности Байкала. Источник примеси расположен примерно на середине области на глубинах около 1250 м (рис. 1).

Рассмотрен зимний сценарий, в котором примесь распространяется в стратифицированной жидкости. Граничные условия на поверхности учитывают наличие ледового покрова. Исходное распределение температуры принято однородным в горизонтальных направлениях и переменным по вертикали в соответствии с реальным вертикальным распределением тем-

пературы на близком к источнику участке в Южном Байкале зимой. Это распределение характеризуется сильной устойчивой стратификацией с обратным распределением температуры, повышающейся от 0 °C на поверхности до слоя мезотермического максимума, где находится самая теплая вода 3.5–3.6 °C. Далее температура плавно понижается до 3.2 °C на дне.

Рис. 1. Область решения и рельеф дна

Уже через три часа после начала сценария первые порции примеси достигают поверхности. На рис. 2 цветом и изолиниями на вертикальном сечении поперек озера показано поведение объемной доли примеси через 6 часов после начала сценария.

Рис. 2. Объемная доля твердой фазы и вектор скорости течений. Вертикальное сечение через центр площадного источника в поперечном разрезе по озеру через 6 часов после начала сценария.

После того как примесь достигает поверхности, она начинает распространяться в горизонтальных направлениях. Затем в полях скоростей по краям основной струи возникают возвратные течения, которые образуют фигуру типа тора достаточно больших размеров до глубин приблизительно 250 м. На рис. 2 видно, что большие объемы воды увлекаются вслед за основной струей на средних глубинах. В то же время на больших глубинах возле струи возникают компенсирующие нисходящие движения.

На дальнейшем поведении системы начинает еще более сказываться специфика взаимодействий в стратифицированной водной среде озера, где существенную роль играет понижение температуры максимальной плотности с глубиной. Из-за такого поведения озеро не перемешивается от поверхности до дна в условиях естественной конвекции в весенний и осенний периоды, как это случается в более мелких пресных водоемах.

Рис. 3. Изолинии температуры и скорости течений.

Вертикальное сечение через центр площадного источника в поперечном разрезе по озеру через 14 часов после начала сценария

Естественная конвекция обеспечивает перемешивание только верхнего слоя до глубин 200–300 м., то есть до той глубины, где температура *in situ* совпадает с температурой максимальной плотности на данной глубине. Ниже естественная конвекция невозможна, и нужно дополнительное усилие, кото-

рое позволило бы преодолеть этот барьер, то есть организовать вынужденную конвекцию. Это по сути и происходит в данном случае в результате участия твердых примесей.

На рис.3 представлено поведение температуры, показывающее проникновение воды из поверхностного слоя в средние и глубокие слои.

Рис. 4. Распределение объемной доли примеси и скорости течений на глубине 10 м через 37 часов после начала сценария

Выводы. Сформулирована модель гидродинамики двухфазной системы жидкость-твердые частицы, в которой учтены силы межфазных динамических взаимодействий. Рассмотрен сценарий распространения примесей, выходящих из площадного источника на дне озера в стратифицированной среде. Расчет производится в трехмерной постановке с учетом параметров озера Байкал. Результаты численного эксперимента для зимних условий показали, что двухфазная система проявляет сложное поведение в пространстве и времени. Присутствие примесей влияет на гидродинамику системы, вызывая вынужденную конвекцию и обновление глубинных вод.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН № 0315-2016-0004 при частичной поддержке проекта РФФИ 17-01-00137 в части разработки алгоритмов реализации модели.

Список литературы

1. Egorov A.V., Nigmatulin R.I. & Rozhkov A.N. Transformation of deep-water methane bubbles into hydrate, *Geofluids*, **14**, 430–442 (2014).
2. Egorov A.V., Nigmatulin R.I., Rozhkov A.N., Sagalevich A.M. & Chernyaev, E.S. About transformation of the deep-water methane bubbles into hydrate powder and hydrate foam, *Oceanology*, **52**, 194–205 (2012).

3. *Гранин Н.Г., В.В. Козлов, Е.А. Цветова, Р.Ю. Гнатовский.* Полевые исследования и некоторые результаты численного моделирования кольцевой структуры на льду озера Байкал // *ДАН.* - 2015.- Т. 461.- № 3.- С. 343–347.
4. *Tsvetova E.A.* Modeling of hydrodynamics of water-methane heterogeneous system, Proc. SPIE, Tomsk, 2015, edited by Matvienko G.G., Romanovskii O.A. (The International Society for Optical Engineering, 2015) 9680, 968075.
5. *Tsvetova E.A.* Natural and forced under-ice convection, Proc. SPIE, Tomsk, 2016, edited by Matvienko G.G., Romanovskii O.A. (The International Society for Optical Engineering, 2016), 10035, 1003568.
6. *Tsvetova E.A.* Simulation of gas outlets in the Selenga shallow waters of Lake Baikal, Proc. SPIE, Irkutsk, 2017, edited by Matvienko G.G., Romanovskii O.A. (The International Society for Optical Engineering, 2017), 10466, 104664P.
7. *Nigmatulin R.I.* Dynamics of Multiphase Media: v. 1–2 (Hemisphere Publ. Corp, New York, 1990).

METHANE IN LAKE BAIKAL: MATHEMATICAL MODELING

E. A. Tsvetova

Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk,
e.tsvetova@ommgp.sccc.ru

Abstract. According to the phase diagram, methane can exist in the physical conditions of Lake Baikal in a dissolved form, in the form of gas bubbles and as a part of hydrate. Due to the large depths (maximum more than 1600 m), gas hydrates can be in water in a stable state, without being decomposed, not only at the bottom at high pressures, but also in the water column, below the depths of about 380 m [1,2].

Intending to gradually move forward in the study of natural processes, we consider the possible formulations of problems and methods of their solution using mathematical modeling [3–6]. In this paper, we are interested in interphase dynamic exchange in a two-phase system of water-solid particles.

Formulated in the so-called Euler-Euler statement, a mathematical model of the two-phase system is considered. The phases are assumed to be interpenetrating continuums [7]. By solid particles in this example, we understand crystals of a given size, which do not exchange mass with water, but only participate in the interfacial dynamic exchange. For each phase, a complete set of equations for moments and continuity equation is solved. Phase integration is achieved through the total pressure for both phases and interphase exchange. The equation for temperature is added to the system. Interfacial dynamic exchange is described by parametrizations.

In the numerical experiment, the propagation of the impurity from an area source located at the bottom in a stratified lake medium with the parameters of the southern tip of Lake Baikal is simulated.

Summary. The model of hydrodynamics of two-phase system liquid-solid particles, which takes into account the forces of interphase dynamic interactions, is formulated. The scenario of the distribution of impurities coming out of the area source at the bottom of the lake in a stratified medium is considered. The calculations are made in three-dimensional setting taking into account the parameters of Lake Baikal. The results of the numerical experiment for winter conditions have shown that the two-phase system exhibits complex behavior in space and time. The presence of impurities affects the hydrodynamics of the system causing forced convection and renewal of deep water.

Key words: mathematical modeling, multiphase system, liquid, solid particle, dynamic interphase exchange, Lake Baikal

References

1. Egorov A.V., Nigmatulin R.I. & Rozhkov A.N. Transformation of deep-water methane bubbles into hydrate, *Geofluids*, 14, 430–442 (2014).
2. Egorov A.V., Nigmatulin R.I., Rozhkov A.N., Sagalevich A.M. & Chernyaev E.S. About transformation of the deep-water methane bubbles into hydrate powder and hydrate foam, *Oceanology*, 52, 194–205 (2012).
3. Granin N.G., Kozlov V.V., Tsvetova E.A., and Gnatovsky R.Yu. *Doklady Earth Sciences* 461, 316–320 (2015).
4. Tsvetova E.A. Modeling of hydrodynamics of water-methane heterogeneous system, *Proc. SPIE*, Tomsk, 2015, edited by Matvienko G.G., Romanovskii O.A. (The International Society for Optical Engineering, 2015) 9680, 968075.
5. Tsvetova E.A. Natural and forced under-ice convection, *Proc. SPIE*, Tomsk, 2016, edited by Matvienko G.G., Romanovskii O.A. (The International Society for Optical Engineering, 2016), 10035, 1003568.
6. Tsvetova E.A. Simulation of gas outlets in the Selenga shallow waters of Lake Baikal, *Proc. SPIE*, Irkutsk, 2017, edited by Matvienko G.G., Romanovskii O.A. (The International Society for Optical Engineering, 2017), 10466, 104664P.
7. Nigmatulin R.I. *Dynamics of Multiphase Media*: v. 1–2 (Hemisphere Publ. Corp, New York, 1990).