ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО ВАРИАЦИОННОГО АЛГОРИТМА АССИМИЛЯЦИИ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА ПАССИВНОЙ ПРИМЕСИ В АЗОВСКОМ МОРЕ

В.С. Кочергин, С.В. Кочергин

Морской гидрофизический институт РАН

vskocher@gmail.com, ko4ep@mail.ru

Аннотация. Современное состояние экологии Азово-Черноморского бассейна, возрастающая антропогенная нагрузка требует создания современных систем экологического мониторинга окружающей среды. Для реализации таких систем требуются продвинутые динамические математические модели и модели распространения загрязняющих веществ. Такие модели нуждаются в разработке специальных методов и алгоритмов ассимиляции данных измерений. Одним из таких подходов, реализующих усвоение данных измерений за счет идентификации входных параметров модели, является вариационный алгоритм, основанный на минимизации функционала качества прогноза и решении сопряженных задач. При численной реализации такого подхода возникают итерации, которые требуют больших объемов вычислений. Поэтому использование многопроцессорных систем может дать дополнительное преимущество. Выбор методов и построение алгоритмов реализации параллельных вычислений является достаточно сложной задачей. В данной работе для этих целей используется метод оценки, основанный на методе сопряженных уравнений. Реализован модифицированный вариационный алгоритм ассимиляции данных измерений в модели переноса пассивной примеси для акватории Азовского моря. При решении задачи идентификации начальных данных используется также стандартная вариационная процедура. В ходе численных экспериментов производится сравнение результатов и получено существенное уменьшение используемого процессорного времени при реализации модифицированного алгоритма усвоения данных измерений.

Ключевые слова: модифицированный вариационный алгоритм, ассимиляция, сопряженная задача, Азовское море.

Реализован модифицированный вариационный алгоритм ассимиляции данных измерений в модели переноса пассивной примеси для акватории Азовского моря. При решении задачи идентификации начальных данных используется также стандартная вариационная процедура. В ходе численных экспериментов производится сравнение результатов и получено существенное уменьшение используемого процессорного времени при реализации модифицированного алгоритма усвоения данных измерений.

Современное состояние экологии Азово-Черноморского бассейна, возрастающая антропогенная нагрузка требует создания современных систем экологического мониторинга окружающей среды. Для реализации таких систем требуются продвинутые динамические математические модели и модели распространения загрязняющих веществ. Такие модели нуждаются в разработке специальных методов и алгоритмов ассимиляции данных измерений. Одним из таких подходов, реализующих усвоение данных измерений за счет идентификации входных параметров модели, является вариационный алгоритм [1], основанный на минимизации функционала качества прогноза и решении сопряженных задач. При численной реализации такого подхода возникают итерации, которые требуют больших объемов вычислений. Поэтому использование многопроцес-

сорных систем может дать дополнительное преимущество. Выбор методов и построение алгоритмов реализации параллельных вычислений является достаточно сложной задачей. В данной работе для этих целей используется метод оценки [2], основанный на методе сопряженных уравнений [3].

Модель переноса пассивной примеси [4–6] в x -координатах имеет вид

$$\frac{\partial DC}{\partial t} + LC = 0 \quad (1)$$

с условиями на боковых границах, $\Gamma: \frac{\partial C}{\partial n} = 0$, (2)

краевыми условиями на поверхности и на дне

$$\sigma = 0: \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0, \quad \sigma = -1: \frac{\partial C}{\partial \sigma} = 0, \quad (3)$$

и начальными данными, $C(x, y, \sigma, 0) = C_0(x, y, \sigma)$, (4)

где $L = \frac{\partial DU}{\partial x} + \frac{\partial DV}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial \sigma} - \frac{\partial}{\partial x} A_H \frac{\partial D}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} A_H \frac{\partial D}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial \sigma} K \frac{\partial D}{\partial \sigma}$, $t \in [0, T]$

C – концентрация примеси; D – динамическая глубина; A_H и K – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответственно; u, v, w – компоненты поля скорости; n – нормаль к боковой границе, Γ – граница области;

Задаче (1–4) поставим в соответствие сопряженную задачу:

$$-\frac{\partial DC^*}{\partial t} + L^* C^* = 0, \quad (5)$$

$$\Gamma: \frac{\partial C^*}{\partial n} = 0, \quad \sigma = 0: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \quad \sigma = -1: \frac{\partial C^*}{\partial \sigma} = 0, \quad (6)$$

$$t = T: C^* = h, \quad (7)$$

где L^* – формально сопряженный оператор оператору L .

Умножая уравнение модели (1) – (4) на C^* и интегрируя по частям с учетом краевых условий, аналога уравнения неразрывности и (5) – (7) получим.

$$\int_M h C_T dM = \int_M C_0 C_0^* dM \quad (8)$$

Выбирая h в виде

$$h = \begin{cases} \frac{1}{m(\Omega)} - \text{в области } \Omega \\ 0 - \text{вне области } \Omega \end{cases}, \quad (9)$$

где m – мера некоторой области $\Omega \in M$. В левой части выражения (8) получаем среднюю концентрацию $\bar{C}_T$ в Ω на конечный момент времени T .

Выберем в качестве Ω ячейку расчетной сетки. Тогда имеем

$$\bar{C}_T = \int_M C_0 C_0^* dM. \quad (10)$$

Следовательно, используя решение сопряженной задачи (5) – (7), по формуле (10) можно оценивать концентрацию примеси в заданной ячейке. Численные эксперименты, проведенные в работах [2, 6], показали хорошую точность воспроизведения поля концентрации по начальным данным.

Задача усвоения данных измерений производится за счет идентификации начального поля концентрации на основе минимизации квадратичного функционала качества прогноза

$$I_0 = \frac{1}{2} (P(RC_T - C_T^{изм}), P(RC_T - C_T^{изм}))_M, \quad (11)$$

где P – оператор восполнения нулями поля невязок прогноза при отсутствии данных измерений, R – оператор проектирования в точки наблюдений. Следуя [6] имеем:

$$I = I_0 + \left(\frac{\partial C}{\partial t} + LC, \lambda^* \right)_{M_i} + \left(\frac{\partial C}{\partial n}, \lambda^* \right)_{\Gamma_i} + \\ + (C - C_0, \lambda^*)_M + \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma}, \lambda^* \right)_{\sigma_0} + \left(\frac{\partial C}{\partial \sigma}, \lambda^* \right)_{\sigma_{-1}} \quad (12)$$

где скалярное произведение определяется стандартным образом. Запишем вариацию функционала (12) и проинтегрируем соответствующее выражение по частям с учетом краевых условий и аналога уравнения неразрывности. Выбрав в качестве множителей Лагранжа решение следующей задачи:

$$-\frac{\partial D\lambda^*}{\partial t} + L^* \lambda^* = 0, \quad (13)$$

$$\Gamma: \frac{\partial \lambda^*}{\partial n} = 0, \quad \sigma = 0: \frac{\partial \lambda^*}{\partial \sigma} = 0, \quad \sigma = -1: \frac{\partial \lambda^*}{\partial \sigma} = 0, \quad (14)$$

$$t = T: \lambda^* = P(C_T^{изм} - RC_T), \quad (15)$$

при идентификации начального поля имеем:

$$\nabla_{C_0} I = -\lambda^*|_{t=0}. \quad (16)$$

Следующее приближение итерационно ищется по формуле:

$$C_0^{n+1} = C_0^n + \tau \nabla_{C_0} I, \quad (17)$$

где τ – итерационный параметр, который определяется [1] с учетом решения задачи в вариациях.

Данные измерений чаще всего имеются только в некоторых узлах области, поэтому количество требуемых сопряженных задач для формулы оценки (10) существенно сокращается. Формула оценки используется для нахождения модельных оценок концентрации и вариаций только в точках измерений. В работе [7] показано, при каких условиях модифицированный алгоритм имеет преимущество перед стандартным подходом.

В целом модифицированный алгоритм состоит в следующем:

- решается серия сопряженных задач (5) – (7);
- концентрации в точках измерений находится по формуле (10);
- определяются невязки прогноза;
- решается сопряженная задача (13) – (15);
- вычисляется градиент функционала по формуле (16);
- осуществляется оценка решения задачи в вариациях по формуле,

$$\delta \bar{C} = \int_M \lambda_0^* C_0^* dM, \quad (18)$$

где C_0^* – решение задачи (5) – (7), а λ_0^* – решение задачи (13) – (15);

- итерационный параметр определяется по формуле

$$\tau = \frac{(P(R\bar{C}_T - C_T^{изм}), P(R\delta \bar{C}_T))_M}{(P(R\delta \bar{C}_T), P(R\delta \bar{C}_T))_M}; \quad (19)$$

- следующее приближение ищется по формуле (17).

Численные эксперименты проводились с моделью переноса пассивной примеси в Азовском море [4]. Был проведен расчет по модели на установление модельного поля течений с постоянным ветром восточного направления. Полученные поля скоростей и коэффициентов турбулентной диффузии использовались в качестве входных параметров при интегрировании модели переноса пассивной примеси на срок 5 суток. При этом шаг по времени брался $\Delta t = 240$ сек, а шаги по пространству $\Delta x = 0.78$ км, $\Delta y = 1.125$ км. По вертикали в модели используется расчетная сетка в σ -координатах с 15-ю горизонтами.

Задавалось начальное поле концентрации равным единице в прямоугольной области от поверхности до дна. Временной интервал численного моделирования распространения пятна загрязнения брался равным 5 суткам. В качестве данных измерений выбирались значения в поле концентрации как в области максимальных, так и минимальных значений. Считалось, что информация о поле концентрации имеется только на поверхности моря.

Результаты численных экспериментов показали, что проинициализированное начальное поле на основе стандартного располагается на месте первоначально заданного, что в ходе дальнейших итераций постепенно максимальное значение концентрации стремится к известному и уменьшается площадь в проинициализированном начальном поле. Точность восстановления начального поля зависит от поставленной задачи. В данном случае количество итераций было ограничено десятью. Аналогичное количество итераций было задано и при реализации модифицированного алгоритма ассимиляции. Начальное распределение концентрации также хорошо согласуется с известным начальным полем, как по своему местоположению, так и по максимальным значениям концентрации. Основные отличия в пространственном распределении найденных начальных полей концентрации в основном находятся на периферии пятна загрязнения. Это можно объяснить тем, что наибольшие относительные ошибки метода оценки получаются в области небольших значений концентрации [6]. В области максимальных значений методы дают сравнимые результаты. Скорость достижения одинаковых мак-

симальных значений у обоих алгоритмов различна. Если за первые три итерации модифицированный алгоритм дает значение 0.83, то для достижения таких значений при реализации стандартного подхода требуется 10 итераций. В работе [8] на одномерном примере показано, что модифицированный алгоритм на первых итерациях имеет некоторое преимущество в скорости сходимости итерационного процесса. При реализации модифицированного алгоритма известное значение концентрации достигается быстрее за меньшее количество итераций. Учитывая приближенный характер применяемого метода оценки, в случае необходимости получения более точных распределений начальных полей, можно использовать комбинацию двух подходов. На первом этапе применяется модифицированный алгоритм, а в дальнейшем осуществляется реализация стандартного подхода. Отметим так же, что при численной реализации модифицированного алгоритма появляется возможность решения соответствующих сопряженных задач в параллельном режиме, что в свою очередь позволяет оптимально использовать вычислительные ресурсы.

Таким образом, в результате численных экспериментов показано, что предложенный алгоритм позволяет более оперативно осуществлять идентификацию начальных полей концентрации загрязняющих веществ в море по сравнению со стандартной процедурой при использовании одинаковых вычислительных ресурсов. Результаты могут быть использованы при решении различных задач экологического мониторинга в акваториях Азовского и Черного морей.

Список литературы

1. Пененко В.В. Оценка параметров дискретных моделей динамики атмосферы и океана. – Метеорология и гидрология 1979, №7, с. 77–90.
2. Кочергин В.С. Определение поля концентрации пассивной примеси по начальным данным на основе решения сопряженных задач // «Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа», МГИ НАНУ, Севастополь 2011, Вып. 25, Том 2, с. 270–376.
3. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М. Наука, 1982. – 320с.
4. Иванов В.А., Фомин В.В. Математическое моделирование динамических процессов в зоне море – суша. – Севастополь: ЭКОСИ-гидрофизика, 2008. – 363 с.
5. Кочергин В.С., Кочергин С.В. Реализация вариационного подхода при идентификации входных параметров модели переноса пассивной примеси в Азовском море // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2016, №3. С. 50–58.
6. Кочергин С.В., Кочергин В.С., Фомин В.В. Определение концентрации пассивной примеси в Азовском море на основе решения серии сопряженных задач // «Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексное использование ресурсов шельфа», МГИ НАНУ, Севастополь 2012, Вып. 26, Том 2, С. 112–118.
7. Кочергин С.В., Кочергин В.С. Моделирование распространения примеси в Азовском море на основе решения сопряженных задач // Экологическая безопасность прибрежных и шельфовых зон моря. – Севастополь, 2016. – Вып. 4 – С. 15–18.
8. Кочергин В.С., Кочергин С.В. Модифицированный вариационный алгоритм ассимиляции данных измерений в модели переноса пассивной примеси // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2018, №1. С. 61–67.

NUMERICAL REALIZATION OF THE MODIFIED VARIATIONAL ALGORITHM FOR ASSIMILATION OF THE DATA MEASUREMENTS FOR THE MODEL OF PASSIVE ADMIXTURE TRANSPORT IN THE AZOV SEA

Admixture transport in the Azov sea

V.S. Kochergin, S.V. Kochergin
Marine hydrophysical institute RAS
vskocher@gamil.com, ko4ep@mail.ru

Abstract. The current state of ecology of the Azov-black sea basin, increasing anthropogenic load requires the creation of modern systems of environmental monitoring. The implementation of such systems requires advanced dynamic mathematical models and pollutant propagation models. Such models need to develop special methods and algorithms for assimilation of measurement data. One of such approaches that implement the assimilation of measurement data by identifying the input parameters of the model is the variational algorithm, based on minimizing the functional quality of the forecast and solving related problems. In the numerical implementation of this approach, iterations arise that require large amounts of computation. Therefore, the use of multiprocessor systems can provide an additional advantage. The choice of methods and construction of algorithms for the implementation of parallel computing is quite a difficult task. In this work, for these purposes, the method of estimation is used, based on the method of conjugate equations. Implemented a modified variational algorithm for data assimilation of measurements in models of transport of passive tracer for the sea of Azov. In solving the problem of identification of initial data, a standard variation procedure is also used. In the course of numerical experiments, the results are compared and a significant reduction in the processor time used in the implementation of the modified algorithm for assimilation of measurement data is obtained.

Key words: modified variational algorithm, assimilation, adjoint problem, Azov sea.

References

1. Penenko V.V. Ocenka parametrov diskretnykh modelej dinamiki atmosfery i okeana. – Meteorologiya i gidrologiya 1979, No. 7, P. 77–90. (In Russian)
2. Kochergin V.S. Opredelenie polya koncentracii passivnoj primesi po nachal'nym dannym na osnove resheniya sopryazhennykh zadach // «EHkologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoj i shel'fovoj zon i kompleksnoe ispol'zovanie resursov shel'fa», MGI NANU, Sevastopol' 2011, Iss. 25, T. 2, P. 270–376. (In Russian)
3. Marchuk G.I. Matematicheskoe modelirovanie v probleme okruzhayushchej sredy. – M. Nauka, 1982. – 320 p. (In Russian)
4. Ivanov V.A., Fomin V.V. Matematicheskoe modelirovanie dinamicheskikh processov v zone more – susha. – Sevastopol': EHKOSI-gidrofizika, 2008. – 363 p. (In Russian)
5. Kochergin V.S., Kochergin S.V. Realizaciya variacionnogo podhoda pri identifikacii vhodnykh parametrov modeli perenosa passivnoj primesi v Azovskom more // EHkologicheskij vestnik nauchnykh centrov CHernomorskogo ehkonomicheskogo sotrudnichestva. 2016, No.3. P. 50–58. (In Russian)
6. Kochergin S.V., Kochergin V.S., Fomin V.V. Opredelenie koncentracii passivnoj primesi v Azovskom more na osnove resheniya serii sopryazhennykh zadach // «EHkologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoj i shel'fovoj zon i kompleksnoe ispol'zovanie resursov shel'fa», MGI NANU, Sevastopol' 2012, Iss. 26, T.2, P. 112–118. (In Russian)
7. Kochergin S.V., Kochergin V.S. Modelirovanie rasprostraneniya primesi v Azovskom more na osnove resheniya sopryazhennykh zadach // EHkologicheskaya bezopasnost' pribrezhnykh i shel'fovyykh zon morya.– Sevastopol', 2016.– Iss. 4 – P. 15–18. (In Russian)
8. Kochergin V.S., Kochergin S.V. Modificirovannyj variacionnyj algoritm assimilyacii dannykh izmerenij v modeli perenosa passivnoj primesi // EHkologicheskij vestnik nauchnykh centrov CHernomorskogo ehkonomicheskogo sotrudnichestva. 2018, No.1. P. 61–67. (In Russian)