УДК 684.51

© 2021 г. **Е.А. Шеленок**, канд. техн. наук
(Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск)

ПЕРИОДИЧЕСКОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ С ВХОДНЫМ НАСЫЩЕНИЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ*

В статье предлагается решение задачи синтеза адаптивного алгоритма управления динамическим объектом, относящимся к классу T -периодических нелинейных объектов, функционирующих в условиях структурно-параметрической неопределенности, при наличии ограничений на управляющее воздействие и действии постоянных ограниченных возмущений. В качестве методов синтеза периодической адаптивной системы управления используются: критерий гиперустойчивости, условия L -диссипативности, быстродействующие фильтр-корректоры, неявная эталонная модель.

Ключевые слова: структурно-параметрическая неопределенность, генератор периодических сигналов, периодическое адаптивное управление, критерий гиперустойчивости, фильтр-корректор.

DOI: 10.22250/isu.2021.70.122-135

Введение

Проблемы разработки алгоритмов управления для так называемых периодических систем управления по-прежнему имеют высокую актуальность [1 – 8]. При этом основная цель синтеза подобных систем, как, впрочем, и любых других, заключается в необходимости управления динамическими объектами в условиях неполной информации об их математической модели. Как правило, проектирование любой системы управления сопряжено с параметрической, функциональной и структурной неопределенностью управляемого объекта [9 – 14]. Еще одна сложность – присутствие в объекте управле-

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №20-08-00712).

ния так называемого входного насыщения, связанного с ограничениями уровня управляющего сигнала. Подобное обстоятельство может оказать существенное влияние на процесс функционирования системы и должно обязательно учитываться при синтезе алгоритмов управления. Также при проектировании и разработке автоматических систем требуется учет действия на управляемый объект внешних возмущений, которые могут привести к снижению качества работы системы управления.

Результаты работ [13, 15 – 21] показывают, что синтез систем управления (в том числе периодических) динамическими объектами, функционирующими в условиях неопределенности, а также при ограничении управляющих воздействий и действии постоянных внешних возмущений, может осуществляться с использованием критерия гиперустойчивости. При этом полученные решения обеспечивают высокое качество разработанных систем.

В данной статье с помощью критерия гиперустойчивости и условий L -диссипативности предлагается новое решение задачи синтеза адаптивной системы управления нелинейным T -периодическим объектом, функционирующим в условиях структурно-параметрической неопределенности при постоянном действии ограниченных внешних возмущений циклического характера.

Математическая модель системы управления

Будем рассматривать одноканальный нелинейный T -периодический объект, содержащий насыщение управляющего сигнала, движение которого описывается следующей динамической моделью:

$$y(t) = W(p)U(t) = W(p)[\sigma(u(t)) + \psi(t) + f(t, y)y(t)],$$

$$W(p) = \frac{b(p)}{a(p)}, \quad p^i(0) = y_{0i}, \quad i = 0, 1, \dots, (n-1), \quad (1)$$

где $y(t) \in \mathbf{R}$ – выход объекта; $p = d/dt$ – оператор дифференцирования; $W(p)$ – передаточная функция линейной части объекта; $a(p)$ и $b(p)$ – нормированные полиномы; $U(t) \in \mathbf{R}$ – некоторый обобщенный входной сигнал; $u(t) \in \mathbf{R}$ – скалярное управление; $\sigma(u(t))$ – нелинейная функция насыщения вида

$$\sigma(u(t)) = \begin{cases} \sigma_0, & u(t) \geq \sigma_0, \\ u(t), & |u(t)| < \sigma_0, \\ -\sigma_0, & u(t) \leq -\sigma_0; \end{cases} \quad (2)$$

$\sigma_0 = \text{const} > 0$ – известная величина, соответствующая уровню ограничения сигнала $u(t)$; $\psi(t) = \psi(t + T)$ – внешние постоянно действующие T -периодические возмущения; $f(t, y) = f_0\varphi(t)\beta(y(t))$ – нелинейная функция, являющаяся

произведением T -периодических функций $\varphi(t) = \varphi(t + T)$ и некоторых нелинейных степенных функционалов $\beta(y(t)) = y^j(t)$, $j = \text{const} > 0$; y_{0i} – начальные условия.

Функционирование объекта (1), (2) протекает при выполнении следующих *допущений*:

1) полиномы $b(p)$ и $a(p)$, соответствующие числителю и знаменателю передаточной функции $W(p)$, имеют вид

$$\begin{aligned} b(p) &= b_0 p^m + b_1 p^{(m-1)} + \dots + b_{(m-1)} p + b_m, \\ a(p) &= p^n + a_1 p^{(n-1)} + \dots + a_{(n-1)} p + a_n, \end{aligned} \quad (3)$$

причем постоянные значения коэффициентов b_j , $j = 0, 1, \dots, m$ и a_i , $i = 1, 2, \dots, n$ априорно неизвестны; полином $b(p)$ – гурвицев с положительным старшим коэффициентом $b_0 > 0$; $a(p)$ – полином с произвольным расположением корней;

2) порядки $n = \deg a(p) \geq 1$ и $m = \deg b(p) \geq 0$ и относительная степень $\delta = (\deg a(p) - \deg b(p)) = n - m \geq 1$ являются неизвестными и допускают изменения;

3) предельные значения $n^* = \max(n)$ и $m^* = \min(m)$ известны, максимальная относительная степень при $m^* = 0$ равна $\delta_* = \max(\delta) = (\max(n) - \min(m)) = \max(n)$;

4) периодические внешние возмущения $\psi(t)$ и периодическая функция $\varphi(t)$ удовлетворяют следующим оценкам

$$|\psi(t)| \leq \psi_0, \psi_0 = \text{const} > 0, \forall t \geq 0, \quad (4)$$

$$|\varphi(t)| \leq \varphi_0, \varphi_0 = \text{const} > 0, \forall t \geq 0; \quad (5)$$

5) для непосредственного измерения доступны только сигналы $u(t)$ и $y(t)$.

В силу того, что неизвестные значения относительной степени объекта управления (1) – (5) расположены в известном интервале $\delta \in [1; \delta_*]$, для устранения структурной неопределенности такого вида [13, 19] пропустим выходной сигнал $y(t)$ через *выходной фильтр-корректор (ВФК)*, модель которого имеет вид

$$y_F(t) = W_F(p)y(t) = \left(\frac{T_0 p + 1}{T_* p + 1} \right)^{(\delta_* - 1)} y(t), \quad (6)$$

где $y(t) \in \mathbf{R}$ и $y_F(t) \in \mathbf{R}$ – соответственно вход и выход фильтра; $W_F(p)$ – передаточная функция ВФК; T_0 и T_* – постоянные времени, причем значение T_* – мало.

Модель последовательного соединения объекта (1) и ВФК (6) запишется следующим образом:

$$y_F(t) = W_F(p)W(p)U(t) = \left(\frac{T_0 p + 1}{T_* p + 1} \right)^{(\delta_* - 1)} \cdot \frac{b(p)}{a(p)} U(t) =$$

$$= \frac{\tilde{b}(p)}{\tilde{a}(p)} U(t) = \tilde{W}(p) U(t) = \tilde{W}(p) [\sigma(u(t)) + \psi(t) + f(t, y)y(t)], \quad (7)$$

$$\tilde{a}(p) = a(p) \cdot (T_* p + 1)^{(\delta_* - 1)}, \quad \tilde{b}(p) = b(p) \cdot (T_0 p + 1)^{(\delta_* - 1)},$$

где произведение передаточных функций $W_F(p)W(p)$ имеет относительную степень $\tilde{\delta} = (\deg \tilde{a}(p) - \deg \tilde{b}(p)) \geq 1$, $\deg \tilde{a}(p) = n + \delta_* - 1$, $\deg \tilde{b}(p) = m + \delta_* - 1$.

Если переписать передаточную функцию $\tilde{W}(p)$ в следующем эквивалентном виде:

$$\tilde{W}(p) = \frac{\tilde{b}(p)}{\tilde{a}(p)} = \frac{b(p)}{a(p)} \cdot \left(\frac{T_0 p + 1}{T_* p + 1} \right)^{(\delta_* - 1)} =$$

$$= \frac{b(p)}{a(p)} \cdot \frac{(T_0 p + 1)^{(\delta_* - 1)}}{(T_* p + 1)^{(\delta_* + m - n)}} \cdot \frac{1}{(T_* p + 1)^{(n - m - 1)}} = \frac{\tilde{b}(p)}{\hat{a}(p)} \cdot \frac{1}{(T_* p + 1)^{(n - m - 1)}} =$$

$$= \hat{W}(p) \cdot \frac{1}{(T_* p + 1)^{(n - m - 1)}}, \quad \hat{a}(p) = a(p) \cdot (T_* p + 1)^{(\delta_* + m - n)}, \quad \deg \hat{a}(p) = \delta_* + m,$$

то в этом случае при выборе малого значения постоянной времени T_* будет иметь место справедливое соотношение $\frac{1}{(T_* p + 1)^{(n - m - 1)}} \cong 1$, [13, 19].

Тогда математическую модель (7) допустимо заменить на следующую приближенную модель:

$$y_F(t) \cong \hat{W}(p)U(t) = \hat{W}(p) [\sigma(u(t)) + \psi(t) + f(t, y)y(t)], \quad (8)$$

где относительная степень $\hat{\delta}$ передаточной функции $\hat{W}(p)$ будет иметь одно-единственное значение: $\hat{\delta} = (\deg \hat{a}(p) - \deg \tilde{b}(p)) = \delta_* + m - (\delta_* + m - 1) = 1$. При этом порядки полиномов, соответствующих числителю и знаменателю передаточной функции $\hat{W}(p)$, остаются неопределенными величинами.

Перепишем модель последовательного соединения объекта управления и ВФК (8) в эквивалентной форме записи *вход-состояния-выход*:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{N}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b} \left[\hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{x}(t) + \sigma(u(t)) + \psi(t) + f(t, y)y(t) \right], \quad (9)$$

$$y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t), \quad x(0) = x_0,$$

где $x(t) = [x_1(t), \dots, x_{(\delta_*+m)}(t)]^T \in \mathbf{R}^{(\delta_*+m)}$ – вектор переменных состояния объекта; $\mathbf{N}$ – нильпотентная матрица размера $(\delta_*+m) \times (\delta_*+m)$; $\mathbf{b}^T = [0, \dots, 0, 1]^T$ и $\mathbf{a}^T = [\hat{a}_{(\delta_*+m)}, \hat{a}_{(\delta_*+m-1)}, \dots, \hat{a}_1]$ – стационарные векторы размера $(\delta_*+m) \times 1$; $\mathbf{c}^T = [\tilde{b}_{(\delta_*+m-1)}, \tilde{b}_{(\delta_*+m-2)}, \dots, \tilde{b}_0]$ – вектор с соответствующими коэффициентами размера $(\delta_*+m) \times 1$.

Постановка задачи

Требуемую траекторию изменения выхода объекта управления $y(t)$ зададим периодическим командным сигналом $r(t) = r(t+T)$. Для требуемой динамики основного контура управления $y_F(t)$, совпадающего с выходным сигналом ВФК (6), воспользуемся задающим фильтр-корректором (ЗФК), описываемым моделью

$$\tilde{r}(t) = W_F(p)r(t) = \left(\frac{T_0 p + 1}{T_* p + 1} \right)^{(\delta_*-1)} r(t), \quad (10)$$

где $\tilde{r}(t)$ – некоторый дополнительный командный сигнал (выход ЗФК).

Сформулируем две цели управления:

1) *основная цель управления* – в рассматриваемой системе управления (1) – (6) требуется обеспечить высокоточное слежение выхода объекта (1), (2) за периодическим задающим воздействием $r(t)$, т. е. достижение предельного целевого условия:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |r(t) - y(t)| \leq \Delta_r, \Delta_r = \text{const} > 0, \quad (11)$$

где Δ_r – малая величина, соответствующая заданной точности слежения;

2) *вспомогательная цель управления* – для модифицированного объекта управления (8), (9) требуется синтезировать явный вид регулятора

$$u(t) = u(\tilde{r}(t), y_F(t)), \quad (12)$$

обеспечивающий при измерениях только выхода основного контура системы $y_F(t)$, а также любых начальных условиях $\mathbf{x}_0$, любых неизвестных нелинейных зависимостях $f(t, y)$ и внешних возмущениях $\psi(t)$ выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_*(t) - y_F(t)| \cong \lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{r}(t) - y_F(t)| \leq \Delta_{\tilde{r}}, \Delta_{\tilde{r}} = \text{const} > 0, \quad (13)$$

где $\Delta_{\tilde{r}}$ – малая величина, соответствующая предельно допустимой ошибке регулирования; $y_*(t) \in \mathbf{R}$ – выход неявной эталонной модели (НЭМ):

$$y_*(t) = \frac{1}{\chi_*^{-1}p + 1} \tilde{r}(t) = \frac{\chi_*}{p + \chi_*} \tilde{r}(t), \quad (14)$$

$\chi^* = \text{const} > 0$, причем при $\chi^* \gg 0$ имеет место справедливое тождество $y_*(t) \cong \tilde{r}(t)$.

Для решения задачи достижения вспомогательной цели (13) для модели последовательного соединения объекта управления и ВФК (9), по аналогии с [13, 19], вместо эталона (14) будем использовать его эквивалентный аналог

$$y_*(t) = \frac{\chi^* \tilde{b}(p) \tilde{b}_0}{(p + \chi^*) \tilde{b}(p) \tilde{b}_0} \tilde{r}(t) = \frac{\hat{\chi}^* \tilde{b}(p) \tilde{b}_0^{-1}}{(p + \chi^*) \tilde{b}(p)} \tilde{r}(t), \quad \hat{\chi}^* = \chi^* \tilde{b}_0^{-1},$$

который в пространстве состояний примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}_*(t)}{dt} &= \mathbf{A}_* \mathbf{x}_*(t) + \mathbf{b} \hat{\chi}^* \tilde{r}(t), \quad y_*(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_*(t), \\ \mathbf{x}_*(t_0) &= 0, \quad t \geq t_0 = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\mathbf{x}_*(t) = [x_{*1}(t), \dots, x_{*(\delta_*+m)}(t)]^T \in \mathbf{R}^{(\delta_*+m)}$ – вектор эталонных переменных состояния; $\mathbf{A}_* = \mathbf{N} + \mathbf{b} \mathbf{a}_*^T = \mathbf{N} + \mathbf{b}(\hat{\mathbf{a}} - \chi^* \mathbf{c})^T$ – гурвицева матрица размера $(\delta_* + m) \times (\delta_* + m)$; $\mathbf{a}_*^T = [a_{*(\delta_*+m)}, \dots, a_{*1}] = [(\hat{a}_{(\delta_*+m)} - \chi^* \tilde{b}_{(\delta_*+m-1)}), \dots, (\hat{a}_1 - \chi^* \tilde{b}_0)]$ – заданный вектор, значения элементов которого соответствуют коэффициентам полинома, полученного из соотношения:

$$(p + \chi^*) \tilde{b}(p) \tilde{b}_0 = (p + \chi^*) \left(p^{(\delta_*+m-1)} + \frac{\tilde{b}_1}{\tilde{b}_0} p^{(\delta_*+m-2)} + \dots + \frac{\tilde{b}_{(\delta_*+m)-1}}{\tilde{b}_0} \right) \tilde{b}_0.$$

Синтез закона управления

Воспользуемся критерием гиперустойчивости для разработки закона управления, обеспечивающего справедливость поставленных целей.

Рассмотрим вектор отклонений состояний НЭМ (15) и модифицированного объекта управления (9): $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}_*(t) - \mathbf{x}(t)$; запишем эквивалентную модель исследуемой системы следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{e}(t)}{dt} &= \mathbf{A}_* \mathbf{e}(t) + \mathbf{b} \mu(t), \quad v(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{e}(t) = y_*(t) - y_F(t) = \tilde{r}(t) - y_F(t), \\ \mu(t) &= \hat{\chi}^* \tilde{r}(t) - \chi^* y_F(t) - \sigma(u(t)) - \psi(t) - f(t, y) y(t) \pm u(t) = \\ &= -\left\{ -\theta(t) + u(t) + \chi^* y_F(t) + [\sigma(u(t)) - u(t)] \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\theta(t) = \theta(t+T) = \hat{\chi}^* \tilde{r}(t) + \psi(t) + f(t, y) y(t)$ – периодический сигнал.

Выполним требования критерия гиперустойчивости, связанные с решением двух проблем положительности, за счет обеспечения условий, гарантирующих справедливость частотного неравенства

$$\operatorname{Re} \left[\mathbf{c}^T (j\omega \mathbf{E} - \mathbf{A}_*)^{-1} \mathbf{b} \right] > 0, \forall \omega \geq 0, \quad (17)$$

где $\mathbf{E}$ – единичная матрица соответствующего размера, записанная для линейной стационарной части системы (16) и интегрального неравенства В.М. Попова (ИНП)

$$\eta(0, t) = -\int_0^t \mu(\zeta) v(\zeta) d\zeta \geq -\eta_0^2, \eta_0 = \text{const}, \forall t > 0, \quad (18)$$

связанного с положительностью нелинейной нестационарной части исследуемой системы.

Поскольку в рассматриваемом случае передаточная функция линейной части эквивалентной модели системы (16) совпадает с описанием инерционного звена первого порядка

$$W(s) = \mathbf{c}^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A}_*)^{-1} \mathbf{b} = \frac{1}{\chi_*^{-1}s + 1},$$

где s – комплексная переменная преобразования Лапласа, для которого условие всегда имеет место, то, следовательно, необходимо определить условия (за счет синтеза явного вида закона управления (12)), которые обеспечат выполнение ИНП (18).

Зададим сигнал управления в виде $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ и, с учетом описания сигнала $\mu(t)$ из (16), представим левую часть интегрального неравенства (18) следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta(0, t) = & \int_0^t (u_1(\zeta) - \theta(\zeta)) v(\zeta) d\zeta + \int_0^t (u_2(\zeta) + \chi_* y_F(\zeta)) v(\zeta) d\zeta + \\ & + \int_0^t [\sigma(u(\zeta)) - u(\zeta)] v(\zeta) d\zeta = \sum_{i=1}^2 \eta_i(0, t) + \int_0^t [\sigma(u(\zeta)) - u(\zeta)] v(\zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (19)$$

Синтезируем составляющую $u_1(t)$ в виде

$$u_1(t) = u_1(t - T) + \gamma_1 v(t) \tilde{\mathcal{G}}(t), u_1(h) = 0, h \in [-T; 0], \quad (20)$$

где $\gamma_1 = \text{const} > 0$; $\tilde{\mathcal{G}}(t)$ – выход динамического переключателя

$$\tilde{\tau} \frac{d\tilde{\mathcal{G}}(t)}{dt} + \tilde{\mathcal{G}}(t) = \mathcal{G}(t), \tilde{\mathcal{G}}(0) = 0, \mathcal{G}(t) = \begin{cases} 1, & \forall [\sigma(u(t)) - u(t)] v(t) \geq 0, \\ \mathcal{G}_0, & \forall [\sigma(u(t)) - u(t)] v(t) < 0; \end{cases} \quad (21)$$

$\tilde{\tau}$ – постоянная времени динамического переключателя; $\mathcal{G}(t)$ – функция переключения; $0 < \mathcal{G}(t) < 1$ – масштабирующий коэффициент. Тогда для слагаемого $\eta_1(0, t)$, с учетом $\tilde{\mathcal{G}}(t) \geq \mathcal{G}_0$, будет справедлива оценка [20]:

$$\eta_1(0, t) \geq \gamma_1 \mathcal{G}_0 \int_0^t v(\zeta) \left[\int_0^\zeta \omega_0(\zeta - h) v(h) dh - \theta(\zeta) \right] d\zeta \geq -\eta_{01}^2, \quad (22)$$

где $\eta_{01} = \text{const}, \forall t > 0$.

Определяя явный вид для $u_2(t)$ как

$$u_2(t) = \gamma_2 y_F(t) \int_0^t y_F(\varsigma) v(\varsigma) \tilde{g}(\varsigma) d\varsigma, \gamma_2 = \text{const} > 0, \quad (23)$$

оценим интеграл $\eta_2(0, t)$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta_2(0, t) &= \gamma_2 \int_0^t y_F(\varsigma) v(\varsigma) \int_0^\varsigma y_F(h) v(h) dh \tilde{g}(\varsigma) d\varsigma + \chi_* \int_0^t y_F(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma \geq \\ &\geq \gamma_2 \mathcal{G}_0 \int_0^t y_F(\varsigma) v(\varsigma) \int_0^\varsigma y_F(h) v(h) dh d\varsigma + \chi_* \int_0^t y_F(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma \geq \\ &\geq \frac{\gamma_2 \mathcal{G}_0}{2} \left(\int_0^t y_F(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma \right)^2 + \chi_* \int_0^t y_F(\varsigma) v(\varsigma) d\varsigma \pm \frac{\chi_*^2}{2\gamma_2 \mathcal{G}_0} \geq \\ &\geq -\frac{\chi_*^2}{2\gamma_2 \mathcal{G}_0} = -\eta_{02}^2, \eta_{02} = \text{const}, \forall t > 0. \end{aligned} \quad (24)$$

Существование оценок (22) и (24) позволяет записать для выражения (19) справедливое неравенство

$$\eta(0, t) \geq \int_0^t [\sigma(u(\varsigma)) - u(\varsigma)] v(\varsigma) d\varsigma - \eta_{01}^2 - \eta_{02}^2. \quad (25)$$

Интеграл в правой части (25) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \int_0^t [\sigma(u(\varsigma)) - u(\varsigma)] v(\varsigma) d\varsigma &= \\ &= \int_0^{t_*} [\sigma(u(\varsigma)) - u(\varsigma)] v(\varsigma) d\varsigma \Big|_{|u(t)| \geq \sigma_0, [\sigma(u(t)) - u(t)] < 0} + \\ &+ \int_0^{t_*} [\sigma(u(\varsigma)) - u(\varsigma)] v(\varsigma) d\varsigma \Big|_{|u(t)| \geq \sigma_0, [\sigma(u(t)) - u(t)] \geq 0} + \\ &+ \int_{t_*}^t [\sigma(u(\varsigma)) - u(\varsigma)] v(\varsigma) d\varsigma \Big|_{|u(t)| < \sigma_0, [\sigma(u(t)) - u(t)] = 0}, \end{aligned}$$

где t_* – момент времени, начиная с которого всегда выполняется ограничение $|u(t)| \leq \sigma_0$. Тогда с учетом ограниченности интегрируемых функций на конечном интервале времени будет справедливо равенство

$$\begin{aligned} \left| \int_0^{t_*} [\sigma(u(\varsigma)) - u(\varsigma)] v(\varsigma) d\varsigma \Big|_{|u(t)| \geq \sigma_0, [\sigma(u(t)) - u(t)] < 0} \right| &\geq -\eta_{03}^2, \\ \eta_{03} &= \text{const}, \forall t \in [0, t_*], \end{aligned} \quad (26)$$

и соотношения

$$\int_0^{t_*} [\sigma(u(\zeta)) - u(\zeta)] v(\zeta) d\zeta \Big|_{|u(t)| \geq \sigma_0, [\sigma(u(t)) - u(t)] \geq 0} \geq 0, \forall t \in [0, t_*], \quad (27)$$

$$\int_{t_*}^t [\sigma(u(\zeta)) - u(\zeta)] v(\zeta) d\zeta \Big|_{|u(t)| < \sigma_0, [\sigma(u(t)) - u(t)] = 0} = 0, \forall t \geq t_*. \quad (28)$$

Исходя из существования (26) – (28), выражение (25) примет вид

$$\eta(0, t) \geq -\eta_{01}^2 - \eta_{02}^2 - \eta_{03}^2 = -\eta_0^2, \eta_0 = \text{const}, \forall t > 0,$$

означающий выполнение требований *ИНП* (18).

Учитывая соответствующие компонентам регулятора выражения (20), (21) и (23), технически реализуемый закон управления примет вид:

$$u(t) = \left[u_1(t - T) + \gamma_1 (\tilde{r}(t) - \text{sat}(y_F(t))) \tilde{g}(t) \right] + \\ + \gamma_2 \text{sat}(y_F(t)) \int_0^t \text{sat}(y_F(\zeta)) (\tilde{r}(\zeta) - \text{sat}(y_F(\zeta))) \tilde{g}(\zeta) d\zeta, \quad (29)$$

$$\tilde{\tau} \frac{d\tilde{g}(t)}{dt} + \tilde{g}(t) = g(t), \tilde{g}(0) = 0, g(t) = \begin{cases} 1, & \forall [\sigma(u(t)) - u(t)] v(t) \geq 0, \\ g_0, & \forall [\sigma(u(t)) - u(t)] v(t) < 0, \end{cases}$$

где $\text{sat}(\cdot)$ – функция насыщения, введение которой в регулятор обусловлено необходимостью ограничить выходной сигнал быстродействующего ВФК (6) для обеспечения возможности технической реализации разработанного адаптивно-периодического алгоритма управления [21 – 23].

Таким образом, имеем периодическую адаптивную систему (1) – (6), (8) – (10), (12), (15), (29), в которой с течением времени будут выполнены вспомогательная (13) и, следовательно, основная (11) цели управления.

Пример работы системы

Для иллюстрации качества синтезированной периодической адаптивной системы (1) – (6), (8) – (10), (12), (15), (29) рассмотрим задачу управления динамическим объектом (1) со следующим описанием, соответствующим различным относительными степеням:

модель объекта с относительной степенью $\delta = 3$,

$$W(p) = \frac{K}{p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3}, \sigma(u(t)) = \begin{cases} \sigma_0, & u(t) \geq \sigma_0, \\ u(t), & |u(t)| < \sigma_0, \\ -\sigma_0, & u(t) \leq -\sigma_0, \end{cases} \quad (30)$$

$$f(t, y) = hf(t)\beta(y(t)), f(t) = c \sin(l\pi t), \beta(y(t)) = y^j(t),$$

$$h = \text{const} > 0, c = \text{const} > 0, l = \text{const} > 0, j = \text{const} > 0;$$

модель объекта с относительной степенью $\delta = 1$,

$$W(p) = \frac{K(b_0 p + b_1)}{p^3 + a_1 p^2 + a_2}, \quad \sigma(u(t)) = \begin{cases} \sigma_0, & u(t) \geq \sigma_0, \\ u(t), & |u(t)| < \sigma_0, \\ -\sigma_0, & u(t) \leq -\sigma_0, \end{cases}$$

$$f(t, y) = hf(t)\beta(y(t)), \quad f(t) = c \sin(l\pi t), \quad \beta(y(t)) = y^j(t), \quad (31)$$

$$h = \text{const} > 0, \quad c = \text{const} > 0, \quad l = \text{const} > 0, \quad j = \text{const} > 0.$$

Уровень априорной неопределенности объекта управления (1), (30), (31) задан в виде соотношений

$$\begin{aligned} -50 \leq a_1 \leq 25, \quad -60 \leq a_2 \leq 50, \quad -47 \leq a_3 \leq 60, \\ 1 \leq b_0 \leq 30, \quad 1 \leq b_1 \leq 10, \\ 0.5 \leq h \leq 20, \\ 0.1 \leq c \leq 12, \\ 0.01 \leq l \leq 5, \\ 1 \leq K \leq 50. \end{aligned} \quad (32)$$

Задающее воздействие и внешнее возмущение заданы в виде

$$\begin{aligned} r(t) = r(t+T) = 0.3e^{-t} - \sin^3(0.08\pi t), \\ \psi(t) = \psi(t+T) = 0.5 \sin^2(0.08\pi t). \end{aligned} \quad (33)$$

Исходя из максимального относительного порядка рассматриваемого объекта (1), (30), (31) $\delta^* = 3$, передаточные функции $ЗФК$ и $ВФК$ были сформированы следующим образом:

$$W_F(p) = \left(\frac{T_0 p + 1}{T_* p + 1} \right)^{(\delta^* - 1)} = \left(\frac{0.17p + 1}{0.01p + 1} \right)^2. \quad (34)$$

В ходе имитационного моделирования рассматриваемой системы управления, результаты которого представлены на рис. 1 – 6, при значениях коэффициентов объекта (1), (30):

$$\begin{aligned} a_1 = -21.5, \quad a_2 = -48, \quad a_3 = -46.9, \quad K = 19, \\ h = 2, \quad c = 0.5, \quad l = 0.08, \quad j = 2, \\ x_0 = [0.5, 0.5, 0.5]^T; \end{aligned} \quad (35)$$

(1), (31)

$$\begin{aligned} a_1 = -5, \quad a_2 = 25, \quad K = 19, \\ h = 3, \quad c = 0.3, \quad l = 0.08, \quad j = 3, \quad x_0 = [1, 0]^T, \end{aligned} \quad (36)$$

а также уровне ограничения управляющего сигнала $\sigma_0 = 5$, параметры периодического адаптивного регулятора были подобраны со значениями

$$\gamma_1 = 70, \quad \gamma_2 = 750, \quad \vartheta_0 = 0.5, \quad \tilde{\tau} = 15, \quad T = 25. \quad (37)$$

Рис. 1. Динамические процессы: а) – ошибка основного контура системы (1) – (6), (8) – (10), (12), (15), (29), (30), (33) – (35), (37);
б) – рассогласование задающего воздействия и выхода объекта.

Рис. 2. Временные характеристики: а) – выходных сигналов 3ФК и 1ФК;
б) – задающего воздействия, внешнего возмущения и выхода объекта в системе (1) – (6), (8) – (10), (12), (15), (29), (30), (33) – (35), (37).

Рис. 3. Поведение сигнала управления в системе (1) – (6), (8) – (10), (12), (15), (29), (30), (33) – (35), (37).

Рис. 4. Динамические процессы: а) – ошибка основного контура системы (1) – (6), (8) – (10), (12), (15), (29), (31), (33), (34), (36), (37); б) – рассогласование задающего воздействия и выхода объекта.

Рис. 5. Временные характеристики: а) – выходные сигналы ЗФК и ВФК; б) – задающего воздействия, внешнего возмущения и выход объекта в системе (1) – (6), (8) – (10), (12), (15), (29), (31), (33), (34), (36), (37).

Рис. 6. Поведение сигнала управления в системе (1) – (6), (8) – (10), (12), (15), (29), (31), (33), (34), (36), (37).

Представленные характеристики свидетельствуют о высоком качестве работы предложенной периодической адаптивной системы (1) – (6), (8) –

(10), (12), (15), (29). При различных параметрах объекта управления (30) и (31) установившаяся ошибка слежения не превышает 1% (рис. 1 и 4). При этом сигнал управления также сохраняет достаточно высокое качество.

Заключение

С помощью критерия гиперустойчивости В.М. Попова и условий L -диссипативности решена задача синтеза периодической адаптивной системы управления нелинейным T -периодическим объектом с входным насыщением, работающим в условиях параметрической и структурной неопределенности при действии внешних ограниченных возмущений. С помощью имитационного моделирования показано высокое качество работы предложенной в адаптивно-периодической системы управления.

Полученные результаты могут быть использованы при построении периодических систем управления нелинейными T -периодическими объектами, содержащими известные постоянные запаздывания по состоянию и/или запаздывание нейтрального типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Alsubaie M., Alhajri M., Altowaim T.* Repetitive Control Uncertainty Conditions in State Feedback Solution // *Intelligent Control and Automation*. – 2018. – No. 9. – P.95-106.
2. *Costa-Castelló R., Wang D., Grino R.* A Passive Repetitive Controller for Discrete-Time Finite-Frequency Positive-Real Systems // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2009. – Vol. 54, No. 4. – P. 800-804.
3. *Guo C., Zhong L., Zhao J., Gao G., Huang Y.* First-Order and High-Order Repetitive Control for Single-Phase Grid-Connected Inverter // *Complexity*. – 2020. – Vol. 2020.
4. *Ma G., Liu X., Pagilla P.R., Ge S.S.* Asynchronous repetitive control of switched systems via periodic event-based dynamic output feedback // *IMA Journal of Mathematical Control and Information*. – 2020. – Vol. 37, Issue 2. – P. 644–673.
5. *Nikolova N.G.* Examination of a repetitive process control system // *IOP Conference Series: Material Science and Engineering*. – 2019. – 618. – 012013.
6. *Ramos G.A., Ruget R.I., Costa-Castelló R.* Robust Repetitive Control of Power Inverters for Standalone Operation in DG Systems // *IEEE Transactions on Energy Conversion*. – 2020. – Vol. 35, No 1. – P. 237-247.
7. *Toujeni N., Chaouki M., Gasmi M.* Repetitive Control based on Integral Sliding Mode Control of Matched Uncertain Systems // *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*. – 2020. – Vol. 9, No. 12. – P. 446-455.
8. *Yu P., Wu M., She J., Lei Q.* Robust Repetitive Control and Disturbance Rejection Based on Two-Dimensional Model and Equivalent-Input-Disturbance Approach // *Asian Journal of Control*. – 2016. – Vol. 18, No. 6. – P. 1-11.
9. *Polyak B.T., Nazin S.A.* Interval technique for parameter estimation under model uncertainty // *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline): 16th Triennial World Congress of*

- International, Federation of Automatic Control, IFAC 2005. – 2005. – P. 118-123.
10. *Никифоров В.О., Слита О.В., Ушаков А.В.* Интеллектуальное управление в условиях неопределенности. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2011.
 11. *Бобцов А.А.* Адаптивное и робастное управление неопределенными системами по выходу. – СПб.: Наука, 2011.
 12. *Бобцов А.А., Колюбин С.А., Пыркин А.А.* Алгоритм управления по выходу с компенсацией синусоидального возмущения для линейного объекта с параметрическими и структурными неопределенностями // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012. – № 3(79). – С. 68-72.
 13. *Еремин Е.Л.* Комбинированная система с неявным эталоном для класса априорно неопределенных одноканальных объектов неаффинных по управлению на множестве состояний функционирования // Информатика и системы управления. – 2018. – №3(57). – С. 93-103.
 14. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С.* Линейные матричные неравенства в системах управления с неопределенностью // Автоматика и телемеханика. – 2021. – № 1. – С. 3-54.
 15. *Еремин Е.Л., Капитонова М.С.* Адаптивная система управления T -периодическими нелинейными объектами // Проблемы управления. – 2007. – №1. – С. 2-7.
 16. *Еремин Е.Л.* Новый тип алгоритмов параметрической настройки адаптивных регуляторов для систем управления нестационарными T -периодическими объектами // Информатика и системы управления. – 2003. – № 2(6). – С. 100-110.
 17. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Комбинированная адаптивная система управления структурно-параметрически неопределенным нелинейным объектом периодического действия // Информатика и системы управления. – 2015. – № 2(44). – С. 99-109.
 18. *Еремин Е.Л.* Робастный регулятор для неаффинного по управлению нестационарного объекта // Информатика и системы управления. – 2016. – № 1(47). – С. 101-116.
 19. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Комбинированная адаптивная система управления структурно и параметрически неопределенным нелинейным объектом // Проблемы управления. – 2016. – № 3. – С. 23-31.
 20. *Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Пикуль З.Д., Теличенко Д.А.* Комбинированный регулятор для структурно и параметрически неопределенного объекта с запаздыванием по управлению // Датчики и системы. – 2019. – № 10(240). – С. 20-26.
 21. *Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А.* Комбинированная нелинейная система управления с неявным эталоном для априорно неопределенного неаффинного двухканального объекта с запаздываниями по выходу // Информатика и системы управления. – 2020. – № 1(63). – С. 95-108.
 22. *Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А.* Комбинированное нелинейное управление системой перевернутых маятников при ограничении управляющих сигналов // Автометрия. – 2021. – Т. 57, № 4. – С. 74-84.
 23. *Khalil H.K.* Nonlinear Systems. – New Jersey: Prentice Hall, 2002.

E-mail:

Шеленок Евгений Анатольевич – cidshell@mail.ru.