УДК 004.052.32+681.518.5

© 2021 г. Д.В. Ефанов, д-р техн. наук
(Российский университет транспорта, Москва)

КОД С СУММИРОВАНИЕМ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ВЗВЕШИВАНИЯ ПЕРЕХОДОВ МЕЖДУ ГРУППАМИ РАЗРЯДОВ ИНФОРМАЦИОННОГО ВЕКТОРА

Рассматривается задача модификации кода с суммированием взвешенных переходов. Приводится способ построения кодов с суммированием, основанный на использовании операции суммирования весовых коэффициентов, приписываемых группам из нескольких разрядов в информационном векторе. Весовые коэффициенты предложено выбирать из натурального ряда чисел. Модифицированный код с суммированием взвешенных переходов может использоваться при построении устройств с обнаружением неисправностей и ошибок в вычислениях на выходах блоков и узлов.

Ключевые слова: обнаружение неисправностей в устройствах автоматики, обнаружение ошибок в вычислениях, код с суммированием взвешенных переходов, обнаружение ошибок в информационном векторе.

DOI: 10.22250/isu.2021.69.89-96

Введение

С момента зарождения теории информации и кодирования прошло более 70 лет [1], и достижения в этой сфере сегодня позволяют реализовывать высоконадежные и безопасные устройства и системы управления различной сложности, с различным исполнением. При передаче и обработке данных, сжатию информации, криптозащите, контроле вычислений на различных уровнях реализации компьютерных систем, при тестировании и синтезе контролепригодных цифровых устройств применяются разнообразные двоичные избыточные коды [2 – 6]. Важным их применением является синтез самопроверяемых цифровых вычислительных систем [7, 8].

Использование избыточного кодирования позволяет строить самопроверяемые цифровые вычислительные устройства и системы с наименьшими

аппаратурными затратами. В данных задачах применяются в основном коды, ориентированные на обнаружение ошибок, а не на их коррекцию [9, 10]. Это связано прежде всего, с малой избыточностью, необходимой для обнаружения ошибок, а также с решаемой задачей – оперативного обнаружения неисправностей и их проявлений в искажении вычисляемых результатов с целью предотвращения распространения ошибок в последующих каскадах устройства и передачи неверных команд объектам управления. При синтезе цифровых устройств управления накопление ошибок в вычислениях должно быть исключено, а возникающие неисправности и ошибки обнаружены в момент их первого появления – не позднее, чем возникает следующая неисправность или ошибка [11, 12].

Существует большое количество способов построения разнообразных кодов, ориентированных на обнаружение ошибок [13, 14]. Одними из основных в решении задач синтеза цифровых устройств и систем являются равномерные коды, которые могут быть неразделимыми и делимыми. К неразделимым относятся равновесные коды, коды Бордена, Адамара (Плоткина) и др.; к делимым – разнообразные коды с суммированием, их модификации и другие коды, у которых могут быть выделены информационные и контрольные разряды в кодовых словах.

В монографии [9, 10] показано, что коды с суммированием являются весьма важным классом равномерных делимых кодов, использование которых позволяет синтезировать самопроверяемые цифровые устройства и системы с низкой аппаратурной избыточностью. Во втором томе монографии развиты и описаны коды с суммированием, принципы построения которых основаны на приписывании весовых коэффициентов разрядам информационного вектора. Такие коды обсуждались в одной из первых работ по кодам с суммированием – работе Джея М. Бергера [15], затем развивались в его же работе [16] для построения кодов с обнаружением пачек ошибок и далее в работах [17, 18] для синтеза самопроверяемых логических схем. Интересным для задач технической диагностики и синтеза цифровых устройств является способ построения кода с суммированием, основанный на взвешивании не разрядов информационного вектора, а так называемых переходов между разрядами, занимающими соседние позиции в информационных векторах. Фактически двум разрядам сопоставлен один весовой коэффициент, равный некоторому натуральному числу, и если разряды различны, то эти два разряда дают в общий вес информационного вектора данное число, а если они одинаковы – в сумму не добавляется ничего. Такой взвешенный код описан в [19].

Исследования в области построения кодов с суммированием взвешенных переходов показали, что может быть построен код со взвешиванием переходов между группами разрядов, между произвольными разрядами (а не только соседними в векторе). В данной работе описывается один из перспективных способов построения подобных кодов с суммированием.

Код с суммированием взвешенных переходов

Код с суммированием *взвешенных переходов* между разрядами, занимающими соседние позиции в информационных векторах, строится по следующим правилам. Для получения значений разрядов контрольных векторов данного кода используются такие операции:

1. Рассматриваются разряды информационного вектора, занимающие соседние позиции: разряды f_i и f_{i+1} , $i = \overline{1, m-1}$, где m – число информационных разрядов.

2. Каждому переходу $t_{i,i+1}$ приписывается весовой коэффициент $w_{i,i+1}$ из ряда возрастающих натуральных чисел, начиная с перехода между двумя младшими разрядами информационного вектора:

$$[t_{m-1,m}, t_{m-2,m-1}, \dots, t_{2,3}, t_{1,2}] = [m-1, m-2, \dots, 2, 1].$$

3. Определяются значения функций активации переходов:

$$p_{i,i+1} = f_i \oplus f_{i+1}, \quad i = \overline{1, m-1}. \quad (1)$$

4. Подсчитывается суммарный вес активных переходов:

$$W = \sum_{i=1}^{m-1} w_{i,i+1} p_{i,i+1}. \quad (2)$$

5. Полученное число представляется в двоичном виде и записывается в разряды контрольного вектора.

Данный код обозначим как T_m -код.

На рис. 1 приводится пример кодера для T_4 -кода.

Кодер состоит из двух блоков: T_α и Σ_w . Блок T_α предназначен для вычисления функций активации переходов и состоит из каскада двух входовых сумматоров по модулю $M=2$. Блок Σ_w представляет собой сумматор двоичных чисел, соответствующих весовым коэффициентам активных переходов. Он реализуется, например, на стандартных сумматорах и полусумматорах одноразрядных чисел [6, 14].

На рис. 1 показаны сигналы на линиях кодера T_4 -кода, формирующиеся при подаче на входы вектора

$$\langle f_4 f_3 f_2 f_1 \rangle = \langle 0 \ 1 \ 1 \ 0 \rangle.$$

T_m -кодом обнаруживаются все ошибки в разрядах информационных

векторов, при которых нарушается суммарный вес информационного вектора. Это происходит во всех случаях, кроме одновременного искажения всех разрядов информационного вектора. В этом состоит достоинство T_m -кода.

Рис. 1. Кодер $T(4,3)$ -кода.

Недостатком же является высокая избыточность, определяемая следующей величиной:

$$k = \lceil \log_2(W_{\max} + 1) \rceil,$$

$$W_{\max} = w_{1,2} + w_{2,3} + \dots + w_{m-2,m-1} + w_{m-1,m} =$$

$$= 1 + 2 + \dots + m - 2 + m - 1 = \frac{m(m-1)}{2}, \quad (3)$$

где запись $\lceil \dots \rceil$ обозначает целое сверху от вычисляемого значения.

Например, при $m = 20$ число $k = 8$.

Модифицированный код с суммированием взвешенных переходов

Меньшим количеством контрольных разрядов обладают модифицированные коды с суммированием взвешенных переходов, для которых переходы рассматриваются между группой разрядов. Например, такой код может быть построен по следующим правилам:

1. Рассматриваются разряды информационного вектора, занимающие подряд три соседние позиции.
2. Множество разрядов информационного вектора разбивается на β групп путем выделения последовательно трех младших разрядов, далее – следующих трех разрядов и т.д. Во всех группах, кроме последней, будут

присутствовать, таким образом, по три разряда, а в последней может оказаться один или два разряда.

3. Каждой группе приписывается весовой коэффициент $w_{i,i+1,i+2}$ из ряда возрастающих натуральных чисел, начиная с групп между тремя младшими разрядами информационного вектора (хотя, строго говоря, это необязательное условие и весовые коэффициенты могут приписываться группам разрядов в произвольном порядке).

4. Вводится β функций активации для каждой группы:

$$P_{i,i+1,i+2} = f_i \oplus f_{i+1} \oplus f_{i+2}. \quad (4)$$

5. Подсчитывается суммарный вес активных переходов:

$$W = \sum_{\beta} w_{i,i+1,i+2} P_{i,i+1,i+2}. \quad (5)$$

6. Полученное число представляется в двоичном виде и записывается в разряды контрольного вектора.

Обозначим данный код как T^3_m -код.

Пример кодера для данного кода изображен на рис. 2. Обозначения и смысл блоков аналогичны обозначениям и смыслу блоков на рис. 1.

Рис. 2. Кодер $T^3(9,3)$ -кода.

На линиях кодера показаны сигналы при поступлении на вход вектора $\langle f_9 f_8 \dots f_2 f_1 \rangle = \langle 1 0 0 1 1 1 1 0 1 \rangle$.

T^3_m -код имеет меньшую избыточность, чем T_m -код. Для определения числа контрольных разрядов T^3_m -кода используется формула (3), однако в ней величина $W_{\max}$ определяется по формуле:

$$W_{\max} = 1 + 2 + \dots + \left\lceil \frac{m}{3} \right\rceil - 1 + \left\lceil \frac{m}{3} \right\rceil = \frac{\left\lceil \frac{m}{3} \right\rceil \cdot \left(\left\lceil \frac{m}{3} \right\rceil + 1 \right)}{2}. \quad (6)$$

К примеру, при $m = 20$ число $k = 5$.

В таблице (сравнение избыточностей кодов с суммированием взвешенных переходов) рассчитаны значения числа контрольных разрядов для некоторых T_m и T_m^3 кодов.

m	4	5	6	7	8	9	10	...	20	...	50	...	100	...	1000
k_1	3	4	4	5	5	6	6	...	8	...	11	...	13	...	19
k_2	2	2	2	3	3	3	4	...	5	...	8	...	10	...	16
R_1	0,571	0,556	0,6	0,583	0,615	0,6	0,625	...	0,714	...	0,82	...	0,885	...	0,981
R_2	0,667	0,714	0,75	0,7	0,727	0,75	0,714	...	0,8	...	0,862	...	0,909	...	0,984

Наиболее существенное отличие в числе контрольных разрядов у T_m^3 -кодов наблюдается при малых значениях длин информационных векторов. С ростом значения m кодовые скорости R_1 и R_2 обоих кодов становятся более близкими. Поэтому приоритетным может быть выбор кода, исходя из его обнаруживающих характеристик.

Недостатком же T_m^3 -кода является то, что любая двукратная ошибка в отдельной группе β обнаружена не будет, что следует из особенностей функции сложения по модулю $M = 2$.

Рис. 3. Значения кодовой скорости для кодов с суммированием взвешенных переходов.

Заключение

Предложенные T_m^3 -коды имеют меньшую избыточность, чем известные T_m -коды, однако у них также и более плохие обнаруживающие характеристики. Несмотря на это, предложенный принцип модификации T_m -кодов может на практике эффективно использоваться при разработке семейств модифицированных кодов с суммированием взвешенных переходов с различным числом разрядов в группах, с возможными повторениями разрядов в различных группах, с изменениями весовых коэффициентов и пр. Кроме того, могут быть разработаны принципы синтеза цифровых устройств автоматики и вычислительной техники с обнаружением любых ошибок с заданной вероятностью на выходах контролируемых объектов основе T_m^3 -кодов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Shannon C.E.* A Mathematical Theory of Communication // Bell System Technical Journal. – 1948. – Vol. 27 (July, October). – P. 379-423, 623-656.
2. *Pradhan D.K.* Fault-Tolerant Computer System Design. – New York: Prentice Hall, 1996.
3. *Fujiwara E.* Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. – John Wiley & Sons, 2006.
4. *Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D.* New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. – Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008.
5. *Сагалович Ю.Л.* Введение в алгебраические коды. – Ин-т проблем передачи информации им. А.А. Харкевича Российской академии наук. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: ИППИ РАН, 2010.
6. *Дрозд А.В., Харченко В.С., Антощук С.Г., Дрозд Ю.В., Дрозд М.А., Сулима Ю.Ю.* Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / под ред. А.В. Дрозда и В.С. Харченко. – Харьков: Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского (ХАИ), 2012.
7. *Самофалов К.Г., Романкевич А.М., Валуйский В.Н., Каневский Ю.С., Пиневич М.М.* Прикладная теория цифровых автоматов. – Киев: Вища школа, 1987.
8. *Согомонян Е.С., Слабаков Е.В.* Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. – М.: Радио и связь, 1989.
9. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Коды с суммированием для систем технического диагностирования. – Т. 1: Классические коды Бергера и их модификации. – М.: Наука, 2020.
10. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В.* Коды с суммированием для систем технического диагностирования. – Т. 2: Взвешенные коды с суммированием. – М.: Наука, 2021.
11. *Гавзов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Методы обеспечения безопасности дискретных систем // Автоматика и телемеханика. – 1994. – №8. – С. 3-50.
12. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Христов Х.А., Гавзов Д.В.* Методы построения безопасных микроэлектронных систем железнодорожной автоматики / под ред. Вл.В. Сапожникова. – М.: Транспорт, 1995.

13. *Березюк Н.Т., Андрущенко А.Г., Моцицкий С.С., Глушков В.И., Бенеша М.М., Гаврилов В.А.* Кодирование информации (двоичные коды) / под ред. Н.Т. Березюка. – Харьков: Изд. объединение «Вища школа», 1978.
14. *Piestrak S.J.* Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. – Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995.
15. *Berger J.M.* A Note on Error Detecting Codes for Asymmetric Channels // Information and Control. – 1961. – Vol. 4, Issue 1. – P. 68-73. – DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
16. *Berger J.M.* A Note on Burst Detection Sum Codes // Information and Control. – 1961. – Vol. 4, Issue 2-3. – P. 297-299. – DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80024-7.
17. *Das D., Touba N.A.* Weight-Based Codes and Their Application to Concurrent Error Detection of Multilevel Circuits // Proceedings of the 17th IEEE VLSI Test Symposium, USA, CA, Dana Point. – 1999. – P. 370-376.
18. *Das D., Touba N.A., Seuring M., Gossel M.* Low Cost Concurrent Error Detection Based on Modulo Weight-Based Codes // Proceedings of IEEE 6th International On-Line Testing Workshop (IOLTW), Spain, Palma de Mallorca. – 2000. – P. 171-176. – DOI: 10.1109/OLT.2000.856633.
19. *Saposhnikov V., Saposhnikov V.I.* New Code for Fault Detection in Logic Circuits // Proceedings of 4th International Conference on Unconventional Electromechanical and Electrical Systems, St. Petersburg, Russia. – 1999. – P. 693-696.

Статья представлена к публикации членом редколлегии С.В. Шалобановым.

E-mail:

Ефанов Дмитрий Викторович – TrES-4b@yandex.ru.