УДК 681.5

© 2021 г. **Е.С. Дуванов,**

Ю.И. Кудинов, д-р техн. наук,

И.Ю. Кудинов, канд. техн. наук,

А.А. Пономарев

(Липецкий государственный технический университет),

Ф.Ф. Пащенко д-р техн. наук,

А.Ф. Пащенко, канд. техн. наук

(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДИФИЦИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ MRAC-MIT И СИСТЕМЫ MRAC-ЛЯПУНОВА*

Проводится сравнительный анализ качества адаптивных систем управления тепловым объектом с эталонными моделями, использующих модифицированное правило MIT и правило Ляпунова и реализованных в программных комплексах (ПК) MATLAB-Simulink. Предложенные алгоритмы управления успешно прошли лабораторные испытания и обеспечили требуемое качество переходного процесса в тепловом объекте.

Ключевые слова: адаптивное управление, качество управления, температурный контроль, идентификация, эталонная модель, переходный процесс, тепловой объект.

DOI: 10.22250/isu.2021.67.31-43

Введение

В последнее десятилетие заметно возрос спрос на высокое качество систем управления во многих отраслях промышленного производства, которые характеризуются довольно частыми изменениями параметров объектов и внешней среды [1]. В этих условиях становятся непригодными такие традиционные системы управления как линейные ПИД, линейно-квадратичный (LQR, Linear Quadratic Regulator) или нечеткий квадратичный (FQR, Fuzzy Quadratic Regulator) [2], и обычно используются адаптивные схемы управле-

* Работа подготовлена при поддержке РНФ, проект № 19-19-00601.

ния. Среди них довольно часто применяются две схемы адаптивного управления с эталонной моделью (MRAC, Model Reference Adaptive Control): одна оснащена правилом MIT, разработанным в Массачусетском технологическом институте (схема MRAC-MIT), а другая – правилом Ляпунова (схема MRAC-Ляпунова). Каждое из этих правил позволяет улучшить качество управления.

В настоящей работе предлагается построить адаптивные системы управления со схемами MRAC-MIT и MRAC-Ляпунова, а также сравнить качество их переходных процессов в среде MATLAB-Simulink, используя передаточную функцию (ПФ) объекта управления.

1. Адаптивное управление в системе MRAC

Типичная адаптивная система управления может иметь два контура. Один контур управления содержит объект управления, регулятор и эталонную модель, а второй – это контур настройки параметров контроллера. При сравнении производительности этих контуров часто контур настройки контроллера работает медленнее, чем обычный контур обратной связи с контроллером и объектом управления.

В силу изменения динамических характеристик объекта, условий окружающей среды и характера возмущений возникает необходимость уточнения параметров регулятора. Для решения этой проблемы предлагается адаптивное управление с эталонной моделью (MRAC, Model Reference Adaptive Control), в котором технические и эксплуатационные характеристики объекта управления задаются эталонной моделью. Она показывает, как выходной сигнал объекта должен реагировать на заданный входной сигнал. Схема адаптивной системы управления MRAC приведена на рис. 1.

Рис. 1. Схема адаптивной системы управления MRAC.

Система имеет внутренний контур управления, состоящий из объекта управления и регулятора, и внешний контур, изменяющий параметры регулятора и состоящий из остальных элементов схемы. В ходе адаптивного управ-

ления с эталонной моделью определяются параметры регулятора, обеспечивающие минимальную ошибку, т.е. разность между выходами объекта управления $y(t)$ и эталонной модели $y_m(t)$

$$e(t) = y(t) - y_m(t). \quad (1)$$

Параметры регулятора можно найти двумя способами: с помощью градиентного метода или соотношений из теории устойчивости Ляпунова.

В ряде систем MRAC использовался градиентный метод настройки, называемый правилом MIT

$$\frac{de(t)}{dt} = -\gamma e \frac{\partial e}{\partial \theta}, \quad (2)$$

где e – ошибка модели; θ – параметр контроллера; $\frac{\partial e}{\partial \theta}$ – производная чувствительности к погрешности относительно параметра θ . Параметр γ в формуле (2) определяет скорость адаптации и называется адаптационным коэффициентом усиления.

В данной работе мы будем использовать методы, опирающиеся на градиентный метод, – это модифицированное правило MIT, которое основано на обычном правиле MIT, и правила Ляпунова из теории устойчивости.

2. Описание объекта управления

В качестве объекта управления был сконструирован учебный стенд «тепловой объект», предназначенный для изучения тепловых процессов, а также различных систем автоматического управления.

Перейдем к описанию элементов автоматизации учебного стенда «тепловой объект». Основой этого объекта, соединяющего элементы автоматизации учебного стенда, является регулятор итальянской фирмы Arduino-Arduino Leonardo, версии 3b, созданный на базе 8-битного микроконтроллера ATmega32u4 (рис. 2).

Рис. 2. Схема учебного стенда «тепловой объект».

Кроме того, некоторые элементы расположены на макетной плате. Приведем краткие характеристики основных элементов учебного стенда «тепловой объект», изображенных на рис. 2:

нагревательный элемент – биполярный транзистор TIP31C, имеющий *npn*-структуру и способный рассеивать 1Вт тепловой мощности;

датчик температуры – низковольтный, прецизионный элемент TMP36, генерирующий выходное напряжение, пропорциональное температуре в диапазоне температур от -40°C до $+125^{\circ}\text{C}$

$$T, ^{\circ}\text{C} = 0.1mV - 50, \quad (3)$$

где mV – выходное напряжение, измеряемое в милливольтках;

разъем питания USB типа А для подвода постоянного напряжения к температурному нагревателю;

порт соединения Micro-USB для управления всеми исполнительными механизмами лабораторного стенда и питания контроллера Arduino Leonardo.

На объекте управления выполняются функции измерения и управления температурой нагревательного элемента.

Теперь перейдем к определению передаточной функции (ПФ) объекта управления для ее последующего использования в качестве эталонной модели. При нулевой входной электрической мощности инфракрасной лампы измеряем температуру теплового объекта, равную $T_1 = 23^{\circ}\text{C}$.

Установим величину ступенчатого воздействия, равного максимальной мощности нагревательного элемента, т.е. 100%, и измерим полученное при этом скачке максимальное значение температуры, $T_n = 55^{\circ}\text{C}$, она должна достичь установившегося значения. Полученные данные приведены в табл. 1.

В последнем столбце таблицы – нормированные значения температуры, рассчитанные по формуле

$$\bar{T}_i = \frac{T_i - T_1}{T_n - T_1}, \quad (4)$$

где T_1 – начальная температура измерения; T_i – температура на i -м шаге измерения; $T_n = 55^{\circ}\text{C}$ температура на последнем шаге измерения ($n = 70$); $\bar{T}_i$ – расчетное нормированное значение температуры на i -м шаге измерения.

В результате расчета коэффициентов передаточной функции для эталонной модели методом площади Симою и с использованием программной реализации этого метода [4] было получено следующее выражение:

$$W(s) = \frac{32.08}{151.37s^2 + 17.58s + 1}. \quad (5)$$

Таблица 1

№	Мощность, %	Время, сек.	$T, ^\circ\text{C}$	$\bar{T}_i$
1	100	0	23.00	0.000
2	100	30	25.75	0.086
3	100	60	28.69	0.177
4	100	90	31.62	0.268
5	100	120	34.55	0.360
6	100	150	36.99	0.436
7	100	180	38.46	0.482
8	100	210	41.39	0.573
9	100	240	43.35	0.634
10	100	270	44.82	0.680
...				
61	100	730	53.12	0.923
62	100	760	53.63	0.939
63	100	790	54.13	0.984
64	100	820	54.12	0.984
65	100	850	54.12	0.984
66	100	880	54.59	0.985
67	100	910	54.59	0.985
68	100	940	55.08	1
69	100	970	55.08	1
70	100	1000	55.08	1

На рис. 3 показано графическое сравнение экспериментально полученной (пунктирная линия) и расчетной (сплошная линия) переходных функций объекта. Средняя относительная погрешность аппроксимации составляет менее 9.01%.

Рис. 3. Графики переходных функций объекта управления.

3. Построение схемы MRAC с модифицированным правилом MIT

Адаптивное управление, разработанное Массачусетским технологическим институтом с использованием эталонной модели и правила MIT, дает удовлетворительные результаты управления объектом, но очень чувствительно к изменениям амплитуды опорного входного сигнала. Если опорный входной сигнал высок, система может стать нестабильной. Поэтому для разрешения этой проблемы мы используем нормализованный алгоритм с правилом MIT для разработки закона управления, структура которого показана на рис. 4 и позже названного модифицированным правилом MIT для адаптивного управления с эталонной моделью [5].

Рис. 4. MRAC с модифицированным правилом MIT.

Нормализованный алгоритм модифицирует закон адаптации (механизм уточнения параметров), представленный формулой (2) следующим образом:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{-\gamma e \varphi}{\alpha + \varphi' \varphi}, \quad (6)$$

где $\varphi = \frac{\partial e}{\partial \theta}$; $\alpha > 0$ вводится для устранения трудности «нулевого деления», когда φ слишком мал.

Основываясь на обычном правиле MIT, которое лежит в основе всей структуры систем MRAC, представленной формулой (1), находим ошибку между фактическим выходом и выходом эталонной модели из уравнения

$$E(s) = KG(s)U(s) - K_0(s)U_c(s), \quad (7)$$

где $KG(s)$ – передаточная функция управляющей установки с неизвестным параметром; K, K_0 – параметры эталонной модели; $U_c(s)$ – значение входного сигнала.

Определение закона о контроле:

$$u(t) = \theta \cdot u_c, \quad (8)$$

где из уравнений (7) и (8) находим функцию потерь объекта:

$$\frac{\partial E(s)}{\partial \theta} = KG(s)U_c(s) = \frac{K}{K_0} Y_m(s). \quad (9)$$

Далее получим следствие из формулы (9), которое необходимо для механизма корректировки параметров:

$$\varphi = \frac{\partial e}{\partial \theta} = \frac{K}{K_0} y_m. \quad (10)$$

Уравнение (10) применимо также при наличии нескольких контролируемых параметров. С учетом вышеизложенных модификаций с использованием нормированного алгоритма схема автоматического управления системой MRAC с модифицированным правилом MIT представлена на учебном стенде «тепловой объект» (рис. 5).

Рис. 5. Схема MRAC с модифицированным правилом MIT.

Важно отметить, что значения коэффициента адаптации γ должны быть одинаковыми для двух адаптационных механизмов. Также в том случае, когда применяется нормальное правило MIT, лучше сразу прибегнуть к модифицированному правилу MIT с нормализованным алгоритмом, так как практика свидетельствует, что оно всегда показывает наилучший результат и хорошую устойчивость объекта управления.

4. Построение схемы MRAC с правилом Ляпунова

В дополнение к модифицированному правилу MIT, описанному выше, теория устойчивости Ляпунова может быть использована для описания алгоритмов регулирования параметров в эталонной модели адаптивной системы управления соответственно уравнением

$$\frac{dy_m}{dt} = -a_m y + b_m r \quad (11)$$

и структурой (рис. 6).

Рис. 6. Структура MRAC с правилом Ляпунова.

Даже если коэффициент усиления адаптации не имеет малых значений, система MRAC достигает обязательной цели сходимости к нулю сигналов ошибок

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_m(t)) = 0. \quad (12)$$

Но основное внимание будет уделено тому, как реализуется механизм адаптации, поскольку это специфично для данного случая. Далее предполагается, что это дифференциальное уравнение характерно для замкнутой системы

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), f(0)) = 0.$$

Ошибка устанавливается следующим образом:

$$e(t) = y(t) - y_m(t). \quad (13)$$

Теперь изменение ошибки относительно времени можно записать в виде

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{dy(t)}{dt} - \frac{dy_m(t)}{dt} = -ay(t) + bu_c(t) + a_m y_m(t) - b_m r(t).$$

В качестве следующего шага, при $u_c(t) = \theta_1 r(t) - \theta_2 y(t)$, это уравнение переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{de(t)}{dt} &= -ay(t) + b(\theta_1 r(t) - \theta_2 y(t)) + a_m y_m(t) - b_m r(t) = \\ &= -ay(t) + b\theta_1 r(t) - b\theta_2 y(t) + a_m y_m(t) - b_m r(t). \end{aligned} \quad (14)$$

Кроме того, добавляя в уравнение (14) слагаемое $\pm a_m y(t)$, получаем

$$\begin{aligned}\frac{de(t)}{dt} &= -ay(t) + b(\theta_1 r(t) - \theta_2 y(t)) + a_m y_m(t) - b_m r(t) \pm a_m y(t) = \\ &= -a_m e(t) - (b\theta_2 + a - a_m)y(t) + (b\theta_1 - b_m)r(t).\end{aligned}$$

Для приведения параметров θ_1 и θ_2 к искомым значениям необходимо построить механизм корректировки параметров, для чего воспользуемся функцией Ляпунова $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – функцией n -переменных, принимающей вещественные значения и удовлетворяющей свойствам:

функция должна быть однозначной;

функция нулей $V(0, 0, \dots, 0) = 0$ должна быть равна нулю;

функция должна быть непрерывной вместе со своими частными производными.

В нашем случае функция Ляпунова принимает вид

$$V(e, \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{2} \left(e^2 + \frac{1}{b\gamma} (b\theta_2 + a - a_m)^2 + \frac{1}{b\gamma} (b\theta_1 - b_m)^2 \right). \quad (15)$$

Эта функция является положительной полуопределенной и нулевой, когда ошибка равна нулю.

Для устойчивости системы (14), согласно теореме Ляпунова, производная $\frac{dV}{dt}$ должна быть отрицательной.

Если вычислить производную от функции $V(e, \theta_1, \theta_2)$ (15), то, получая

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= e \frac{de(t)}{dt} + \frac{1}{\gamma} (b\theta_2 + a - a_m) \frac{d\theta_2(t)}{dt} + \frac{1}{\gamma} (b\theta_1 - b_m) \frac{d\theta_1(t)}{dt} = \\ &= -a_m e^2(t) - (b\theta_2 + a - a_m)e(t)y(t) + (b\theta_1 - b_m)e(t)r(t) + \\ &+ \frac{1}{\gamma} (b\theta_2 + a - a_m) \frac{d\theta_2(t)}{dt} + \frac{1}{\gamma} (b\theta_1 - b_m) \frac{d\theta_1(t)}{dt} = \\ &= -a_m e^2(t) + \frac{1}{\gamma} (b\theta_2 + a - a_m) \left\{ \frac{d\theta_2(t)}{dt} - \gamma e(t)y(t) \right\} + \\ &+ \frac{1}{\gamma} (b\theta_1 - b_m) \left\{ \frac{d\theta_1(t)}{dt} - \gamma e(t)r(t) \right\}\end{aligned}$$

и обнуляя выражения в фигурных скобках, выполняем требование $\frac{dV}{dt} < 0$,

при $e(t) \neq 0$ и определяем правила настройки $\frac{d\theta_1}{dt}$ и $\frac{d\theta_2}{dt}$ в виде

$$\frac{d\theta_1(t)}{dt} - \gamma e(t)r(t), \quad \frac{d\theta_2(t)}{dt} - \gamma e(t)y(t), \quad \frac{dV}{dt} = -a_m e^2(t). \quad (16)$$

Таким образом, значение производной $\frac{dV}{dt}$ является отрицательным

полуопределенным [6]. Это показывает, что $V(t)$ и e , θ_1 , θ_2 должны быть ограничены.

Правило настройки, полученное из теории Ляпунова, является простым, так как не требует фильтрации сигналов; схема автоматического управления объектом (5) показана на рис. 7, где правило (16) аналогично закону настройки, полученному с помощью модифицированного правила МПТ.

Рис. 7. Схема MRAC с правилом Ляпунова.

5. Экспериментальные исследования схемы MRAC с модифицированным правилом МПТ

Проведем первый эксперимент, со схемой MRAC и модифицированным правилом МПТ. На рис. 8 показан переходный процесс MRAC с модифицированным правилом МПТ и коэффициентом адаптации $\gamma = 0.1$.

Рис. 8. Переходный процесс MRAC с модифицированным правилом МПТ и коэффициентом адаптации $\gamma = 0.1$.

Проведем второй эксперимент, в котором увеличим значение коэффициента адаптации с 0.1 до 15.

Переходный процесс MRAC с модифицированным правилом МПТ и коэффициентом адаптации $\gamma = 15$ показан на рис. 9.

Рис. 9. Переходный процесс MRAC с модифицированным правилом MIT и коэффициентом адаптации $\gamma = 15$.

В табл. 2 представлены качественные показатели переходных процессов MRAC с модифицированным правилом MIT (время переходного процесса, время нарастания и температура превышения) адаптивного управления тепловым объектом с эталонной моделью и различными значениями коэффициента адаптации.

Таблица 2

№	Коэффициент адаптации γ	Время нарастания, сек.	Время переходного процесса, сек.	Перерегулирование, $^\circ\text{C}$
1	0.1	250	670	2.5
2	15	365	500	0.56

6. Анализ экспериментальных данных адаптивного управления с эталонной моделью и правилом Ляпунова

Проведем первый эксперимент, который включает в себя систему управления с эталонной моделью и правилом Ляпунова.

На рис. 10 показан график переходного процесса системы автоматического регулирования с правилом Ляпунова и коэффициентом адаптации $\gamma = 0.1$.

Рис. 10. Переходный процесс MRAC с правилом Ляпунова и коэффициентом адаптации $\gamma = 0.1$.

Проведем второй эксперимент, в котором увеличим значение коэффициента адаптации с 0,1 до 15.

На рис. 11 показан переходный процесс системы автоматического регулирования с модифицированным правилом МПТ и коэффициентом адаптации $\gamma = 15$.

Рис. 11. Переходный процесс MRAC с правилом Ляпунова и коэффициентом адаптации $\gamma = 15$.

В табл. 3 представлены показатели качества переходных процессов MRAC – Ляпунова для теплового объекта с различными значениями коэффициента адаптации (переходное время, время нарастания и температура превышения).

Таблица 3

№	Коэффициент адаптации γ	Время нарастания, сек.	Время переходного процесса, сек.	Перерегулирование, %
1	0.1	220	710	3
2	15	290	550	0.64

Вывод

По результатам переходных процессов видно, что тенденция к улучшению качественных показателей систем MRAC сохраняется за счет увеличения значения адаптивного коэффициента в адаптивном регуляторе механизма регулирования в данной системе управления.

Из графиков видно, что правило Ляпунова в системе MRAC дает большие флуктуации объекта управления по сравнению с модифицированным правилом МПТ. Поэтому модифицированное правило МПТ более точно определяет значение, параметра настройки. Этот метод предпочтительнее правила Ляпунова при адаптивном управлении с эталонной моделью.

Однако не стоит забывать, что большой коэффициент адаптивного обучения может привести к неустойчивости системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kudinov Y.I., Pashchenko F.F., Kelina A.Y., Vasutin D.I., Duvanov E.S., Pashchenko A.F.* Analysis of Control System Models with Conventional LQR and Fuzzy LQR Controller // 13th International Symposium “Intelligent Systems” (INTELS’18). – 2019. – P.737-742.
2. *Pashchenko F.F., Kudinov Y.I., Pashchenko A.F., Duvanov E.S.* Fuzzy quadratic control of thermal object // 2019 1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). – 2019. – P. 288-293.
3. *Astrom K. J., Wittenmark B.* Adaptive Control. – Dover publications, inc, 10 edition. – 2008.
4. *Simoyu M.P.* Determination of the coefficients of the transfer function of linearized links of control systems // Journal of Automation and Telemechanics. – 1957. – Vol. 18, No. 6. – P. 514-527.
5. *Priyank J., Nigam M.J.* Design of a Model Reference Adaptive Controller Using Modified MIT Rule for a Second Order System // Advance in Electronic and Electric Engineering. – 2013. – Vol 3, No 4. – P. 477-484.
6. *Nguyen N.T.* Model-Reference Adaptive Control. A Primer. Springer. – 2018. – P. 453.

Дуванов Евгений Сергеевич – evgenyduvanov@yandex.ru;

Пономарев Александр Александрович – uperfrankie.ru@gmail.com;

Кудинов Юрий Иванович – kudinov.yi@mail.ru;

Кудинов Иван Юрьевич – atom_lipetsk@list.ru;

Пащенко Федор Федорович – pif-70@yandex.ru;

Пащенко Александр Федорович – paschenko_alex@mail.ru.