УДК 681.51

© 2021 г. С.А. Смирнова

(Амурский государственный университет, Благовещенск)

КОМБИНИРОВАННАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДУ ЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ С НЕИЗВЕСТНЫМ ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ПОРЯДКОМ

Рассматривается система комбинированного управления по выходу линейным структурно и параметрически неопределенным объектом, синтезированная в рамках применения критерия гиперустойчивости и условий L -диссипативности, а также за счет использования в схеме с неявным эталоном двух фильтр-корректоров. Функционирование объекта исследуется при наличии внешней ограниченной помехи, когда измерению доступны только его скалярные вход и выход, а не их производные.

Ключевые слова: объект с неизвестным относительным порядком, структурно-параметрическая неопределенность, ограниченная внешняя помеха, задающий и выходной фильтр-корректоры, неявный эталон, комбинированное управление, критерий гиперустойчивости, L -диссипативность.

DOI: 10.22250/isu.2021.67.114-125

Введение

Проектирование систем автоматического управления различными техническими объектами, функционирование которых протекает в условиях постоянного действия внешних помех и измерениях только входных и выходных сигналов, часто связано с дополнительными затруднениями, – например, наличием у объектов управления структурно-параметрической априорной неопределенности. При этом структурная неопределенность, охарактеризованная как неточное априорное знание относительного порядка математической модели объекта, как правило, создает в проблемах управления более существенные трудности, чем параметрическая.

Для решения задач управления априорно неопределенными объектами существуют разнообразные методы и подходы, в частности [1 – 11], осно-

ванные на применении прямого метода Ляпунова, аппарата нейронных сетей и/или нечеткой логики, синергетического подхода, критерия гиперустойчивости и др.

Можно отметить, что для структурно и параметрически неопределенных объектов с постоянным относительным порядком и переключениями были разработаны системы адаптивного управления [12, 13]. Возможность применения робастного подхода к построению систем управления априорно неопределенными объектами с изменяющимися параметрами и переключениями рассмотрена в работе [14], а также в статьях [15, 16], где подобные задачи решены за счет синтеза комбинированных систем управления с использованием результатов работ [17, 19].

В данной статье с помощью критерия гиперустойчивости и условий L -диссипативности, следуя методике синтеза, предложенной в работе [20], разрабатывается система комбинированного управления априорно неопределенным линейным объектом с неизвестным относительным порядком в схеме с неявным эталоном и двумя эквивалентными фильтр-корректорами – задающим и выходным. Функциональная схема такой системы управления представлена на рис. 1.

Рис. 1. Функциональная схема системы комбинированного управления, где $ОУ$ – объект управления; $КР$ – комбинированный регулятор; $ЗФК$ и $ВФК$ – задающий и выходной фильтр-корректоры.

Здесь уместно подчеркнуть, что система управления должна работать следующим образом: если от $ЗФК$ на вход основного контура системы поступит сигнал $\tilde{r}(t)$, то на его выходе (совпадающем с выходом $ВФК$) будет формироваться сигнал $\tilde{y}(t) \cong \tilde{r}(t)$, причем на выходе $ОУ$ это будет происходить за счет такого сигнала $y(t)$, что должно иметь место эффективное отслеживание задающего сигнала $r(t)$, т.е. $y(t) \cong r(t)$.

Математические модели объекта управления

Пусть математическое описание $ОУ$ в пространстве состояний представлено следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(u(t) + f(t)), \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0), \\ y(t) &= \mathbf{C}^T \mathbf{x}(t) = x_1(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]^T$ – вектор состояния; $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$ –

матрица состояния размера $n \times n$; $\mathbf{B} = [0 \ \dots \ 0 \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_m]^T$ – вектор управления размера $1 \times n$; $\mathbf{C} = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ – вектор выхода размера $1 \times n$; $\mathbf{x}_0$ – вектор ненулевых начальных значений; $u(t)$ и $y(t)$ – управление и выход объекта; $f(t)$ – внешняя помеха. При этом передаточная функция $W_{OY}(s)$ по управляющему воздействию имеет вид

$$\begin{aligned} W_{OY}(s) &= \frac{y(s)}{u(s)} = \mathbf{C}^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} = \\ &= \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} = \frac{b_m(s)}{a_n(s)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где s – комплексная переменная; $\mathbf{E}$ – единичный матрица размера $n \times n$; $a_n(s)$ – полином с произвольным расположением корней в комплексной плоскости, порядок $\deg a_n(s) = n$; $b_m(s)$ – гурвицев полином, порядок $\deg b_m(s) = m$; $\rho = \deg W_{OY}(s) = n - m$ – относительный порядок функции $W_{OY}(s)$ или относительная степень ОУ.

Предполагается, что функционирование ОУ происходит при следующих допущениях:

1) n и m – значения порядков соответственно известное и неизвестное, причем значения m лежат в диапазоне $m_0 \leq m \leq n-1$, где $m_0 \geq 0$ – известно. Относительный порядок ρ может принимать априорно неизвестные значения в известном диапазоне $1 \leq \rho \leq n - m_0$;

2) значения элементов матриц A и B определены с точностью до диапазонов:

$$\underline{a}_i \leq a_i \leq \bar{a}_i, \quad \underline{b}_j \leq b_j \leq \bar{b}_j, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 0, \dots, m, \quad (3)$$

где $\underline{a}_i, \bar{a}_i, \underline{b}_j, \bar{b}_j$ – известные числа;

3) неизвестная функция $f(t)$, удовлетворяющая неравенству:

$$|f(t)| \leq f_* = \text{const}, \quad \text{где } f_* \text{ – известное число}; \quad (4)$$

4) непосредственному измерению доступны только выход $y(t) = x_1(t)$ и вход $u(t)$, а не их производные.

Поскольку верхний предел ρ известен и $\max \rho = n - m_0 - 1$, математическое описание ВФК, подобно [19], определим передаточной функцией:

$$W_{B\Phi K}(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{y(s)} = \frac{\theta(s)}{\theta_*(s)} = \frac{(Ts+1)^{n-m_0-1}}{(T_*s+1)^{n-m_0-1}}, \quad (5)$$

где T_* и T – постоянные времени, причем T_* , согласно [17 – 19], – достаточно малая по величине; $\theta_*(s)$, $\theta(s)$ – гурвицевы полиномы.

Поэтому (поступая аналогично [13, 15, 16]), если ввести в рассмотрение следующие математические модели:

видоизмененного объекта управления (BOY)

$$W_{BOY}(s) = \frac{b_m(s) \cdot (Ts+1)^{n-m_0-1}}{a_n(s) \cdot (T_*s+1)^{m-m_0}}; \quad (6)$$

блока структурного возмущения (BCB)

$$W_{BCB}(s) = \frac{1}{(T_*s+1)^{n-m-1}}, \quad (7)$$

то последовательное соединение OY с $B\Phi K$ можно будет описать эквивалентно как соединение BOY с BCB в силу справедливости соотношений:

$$\begin{aligned} \tilde{y}(s) &= W_{OY}(s)W_{B\Phi K}(s)u(s) = \left(\frac{b_m(s)}{a_n(s)} \right) \cdot \left(\frac{(Ts+1)^{n-m_0-1}}{(T_*s+1)^{n-m_0-1}} \right) u(s) = \\ &= \left(\frac{b_m(s) \cdot (Ts+1)^{n-m_0-1}}{a_n(s) \cdot (T_*s+1)^{m-m_0}} \right) \cdot \left(\frac{1}{(T_*s+1)^{n-m-1}} \right) u(s) = W_{BOY}(s)W_{BCB}(s)u(s). \end{aligned} \quad (8)$$

Следовательно, становится вполне очевидным, что относительная степень BOY – величина постоянная $\rho = 1$ и не зависит от значений порядка m , но при этом относительная степень BCB будет переменной величиной.

Поскольку при различных значениях порядка полинома $\deg b_m(s)$, согласно (6), (7), модели BOY и BCB будут описываться уравнениями

1) при $m = m_0$,

$$y(s) = \frac{b_{m_0}(s) \cdot (Ts+1)^{n-m_0-1}}{a_n(s)} u(s), \quad \tilde{y}(s) = \frac{1}{(T_*s+1)^{n-m_0-1}} y(s); \quad (9)$$

2) при $m_0 < m < n-1$,

$$y(s) = \frac{b_m(s) \cdot (Ts+1)^{n-m_0-1}}{a_n(s) \cdot (T_*s+1)^{m-m_0}} u(s), \quad \tilde{y}(s) = \frac{1}{(T_*s+1)^{n-m-1}} y(s); \quad (10)$$

3) при $m = n-1$,

$$y(s) = \frac{b_{n-1}(s) \cdot (Ts+1)^{n-m_0-1}}{a_n(s) \cdot (T_*s+1)^{n-m_0-1}} u(s), \quad \tilde{y}(s) = y(s), \quad (11)$$

а значение постоянной времени T_* будет выбрано (аналогично [17 – 19]) достаточно малой величиной, уравнения (9) и (10) можно всегда упростить, т.е.

с высокой степенью точности заменить их описание следующими приближенными динамическими моделями:

$$\begin{aligned} \text{при } m = m_0, \quad y(s) &= \frac{b_{m_0}(s) \cdot (Ts + 1)^{n-m_0-1}}{a_n(s)} u(s), \quad \tilde{y}(s) \cong y(s); \\ \text{при } m_0 < m < n-1, \quad y(s) &= \frac{b_m(s) \cdot (Ts + 1)^{n-m_0-1}}{a_n(s) \cdot (T_*s + 1)^{m-m_0}} u(s), \quad \tilde{y}(s) \cong y(s). \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, опираясь на эквивалентное представление модели последовательного соединения $W_{OY}(s)W_{B\Phi K}(s)$ моделью $W_{BOY}(s)W_{BCB}(s)$, с последующим упрощением уравнений (9), (10) за счет соотношений (12), можно обоснованно утверждать, что уравнения динамики ОУ с ВФК вида (1), (5) допускают их замену уравнениями (11), (12), описывающими динамику БОУ. При этом, рассматривая модель БОУ в расширенном пространстве состояний, получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\mathbf{x}}(t)}{dt} &= \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}(u(t) + f(t)), \quad \tilde{\mathbf{x}}_0 = \tilde{\mathbf{x}}(0), \\ \tilde{y}(t) &= \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{x}}(t) = \tilde{x}_1(t), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}(t) = [\tilde{x}_1(t) \quad \tilde{x}_2(t) \quad \dots \quad \tilde{x}_l(t)]^T$ – вектор состояния; $\tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{a}_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{a}_l & 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$ –

матрица состояния размера $l \times l$; $\tilde{\mathbf{B}} = [\tilde{b}_0 \quad \tilde{b}_1 \quad \dots \quad \tilde{b}_{l-1}]^T$ – вектор управления размера $1 \times l$; $\tilde{\mathbf{x}}_0$ – вектор начальных значений; $\tilde{\mathbf{C}} = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$ – вектор выхода размера $1 \times l$; $\tilde{y}(t)$ – скалярный выход БОУ. При этом передаточная функция $W_{BOY}(s)$ по управляющему воздействию будет иметь вид

$$W_{BOY}(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{u(s)} = \tilde{\mathbf{C}}^T (s\mathbf{E} - \tilde{\mathbf{A}})^{-1} \tilde{\mathbf{B}} = \frac{\tilde{b}_0 s^{l-1} + \tilde{b}_1 s^{l-2} + \dots + \tilde{b}_{l-1}}{s^l + \tilde{a}_1 s^{l-1} + \dots + \tilde{a}_{l-1} s + \tilde{a}_l} = \frac{\tilde{b}_{l-1}(s)}{\tilde{a}_l(s)},$$

где l – константа, соответствующая порядку $\deg \tilde{a}_l(s)$ со значениями, принадлежащими известному интервалу $n \leq l \leq 2n - m_0 - 1$.

Постановка задачи

Будем полагать, следуя [15, 16], что желаемая динамика выхода ОУ задается сигналом $r(t)$, а характер изменения выхода БОУ и основного контура системы управления (см. рис. 1) формируется с помощью ЗФК, имеющего, подобно описанию ВФК (5), эквивалентную передаточную функцию

$$W_{3\Phi K}(s) = \frac{\tilde{r}(s)}{r(s)} = \frac{\theta(s)}{\theta_*(s)} = \frac{(Ts+1)^{n-m_0-1}}{(T_*s+1)^{n-m_0-1}}. \quad (14)$$

Известно, например, [16], что модель неявного эталона в операторной форме записи может иметь вид

$$\tilde{y}_m(p) = \frac{1}{\chi_*^{-1}p+1} \tilde{r}(p) = \frac{\chi_*}{p+\chi_*} \tilde{r}(p), \quad \chi_* = \text{const} > 0, \quad (15)$$

что допускает, при $\chi_* \gg 1$ или $\chi_*^{-1} \cong 0$, как показано в [21], следующее представление

$$\begin{aligned} \tilde{y}_m(p) &= \frac{\chi_* \tilde{b}_{l-1}(p)}{(p+\chi_*) \tilde{b}_{l-1}(p)} \tilde{r}(p) = \frac{\tilde{\chi}_* \tilde{b}_{l-1}(p)}{\tilde{a}_l(p) + \chi_* \tilde{b}_{l-1}(p)} \tilde{r}(p) = \\ &= \frac{\tilde{\chi}_* \tilde{b}_{l-1}(p)}{\tilde{a}_{l*}(p)} \tilde{r}(p), \end{aligned} \quad (16)$$

где $\tilde{\chi}_* = \chi_* \tilde{b}_0^{-1}$; $\tilde{a}_{l*}(p) = p^l + (\tilde{a}_1 + \chi_* \tilde{b}_0) p^{l-1} + \dots + (\tilde{a}_{l-1} + \chi_* \tilde{b}_{l-2}) p + (\tilde{a}_l + \chi_* \tilde{b}_{l-1})$; $\tilde{b}_{l-1}(p) = \tilde{b}_0 p^{l-1} + \tilde{b}_1 p^{l-2} + \dots + \tilde{b}_{l-1}$ – гурвицев полином; $p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

Таким образом, для описания неявного эталона (16), с учетом расширенного пространства состояний уравнений БОУ (13), можно воспользоваться моделью вида

$$\frac{d\tilde{\mathbf{x}}_m(t)}{dt} = \tilde{\mathbf{A}}_m \tilde{\mathbf{x}}_m(t) + \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\chi}_* \tilde{r}(t), \quad (17)$$

$$\tilde{y}_m(t) = \tilde{\mathbf{C}}^T \tilde{\mathbf{x}}_m(t) = \tilde{x}_{1m}(t),$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_m(t) = [\tilde{x}_{1m}(t) \ \tilde{x}_{2m}(t) \ \dots \ \tilde{x}_{lm}(t)]^T$ – вектор состояния эталона; $\tilde{y}_m(t)$ – выход эталона; $\tilde{\mathbf{A}}_m = \tilde{\mathbf{A}} + \chi_* \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{C}}^T$ – матрица состояния эталона.

Отметим, подобно [15, 16, 20], что существование соотношения (15) при $\chi_* \gg 1$, $\chi_*^{-1} \cong 0$ с течением времени приводит к выполнению условия

$$\tilde{y}_m(t) \cong \tilde{r}(t). \quad (18)$$

Вспомогательная задача.

Для ОУ (13), функционирующего в условиях структурно-параметрической неопределенности, необходимо синтезировать *явный вид* закона управления $u(t) = u(\tilde{y}(t), \tilde{r}(t))$ таким образом, чтобы при любых начальных условиях, ограниченной помехе и измерении только регулируемого выхода ОУ была бы достижима при $t \rightarrow \infty$ *вспомогательная цель управления*

$$|\tilde{y}_m(t) - \tilde{y}(t)| \equiv |\tilde{r}(t) - \tilde{y}(t)| \leq \tilde{\delta}_0 = \text{const}, \quad (19)$$

где $\tilde{\delta}_0$ – ограниченная величина.

Основная задача.

Можно утверждать, в силу справедливости соотношений (17) – (19) и существования эквивалентных математических моделей (5) и (14), что при $t \rightarrow \infty$ будет выполнена и *основная цель управления*:

$$|r(t) - y(t)| \leq \delta_0 = \text{const}, \quad (20)$$

где δ_0 – максимально допустимая ошибка.

Синтез алгоритмов комбинированной системы управления

Разработку алгоритмов системы управления осуществим в рамках применения критерия гиперустойчивости [1, 12, 13].

Задавая отклонение $\mathbf{e}(t) = \tilde{\mathbf{x}}_m(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t)$ между переменными состояниями неявного эталона (15) и *БОУ* (13), запишем модель *БОУ* в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{e}(t)}{dt} &= \tilde{\mathbf{A}}_m \tilde{\mathbf{x}}_m(t) + \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\chi}_* \tilde{r}(t) - (\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}(u(t) + f(t))) = \\ &= \tilde{\mathbf{A}}_m \tilde{\mathbf{x}}_m(t) + \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\chi}_* \tilde{r}(t) - (\tilde{\mathbf{A}}_m - \chi_* \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{C}}^T) \tilde{\mathbf{x}}(t) - \tilde{\mathbf{B}}(u(t) + f(t)) = \\ &= \tilde{\mathbf{A}}_m \mathbf{e}(t) + \tilde{\mathbf{B}}(\tilde{\chi}_* \tilde{r}(t) + \chi_* \tilde{y}(t) - u(t) - f(t)) = \tilde{\mathbf{A}}_m \mathbf{e}(t) + \tilde{\mathbf{B}} \mu(t), \quad (21) \\ \mathbf{e}_0 &= \mathbf{e}(0) = \tilde{\mathbf{x}}_0, \\ \nu(t) &= \tilde{\mathbf{C}}^T \mathbf{e}(t) = \tilde{y}_m(t) - \tilde{y}(t) = \tilde{r}(t) - \tilde{y}(t), \\ \mu(t) &= \tilde{\chi}_* \tilde{r}(t) + \chi_* \tilde{y}(t) - u(t) - f(t), \end{aligned}$$

где $\nu(t)$ и $\mu(t)$ – видоизмененные выход и управление.

Известно [1], что если синтез алгоритмов управления осуществляется по критерию гиперустойчивости, то для этого требуется:

1) обеспечить положительность линейной части системы (21),

$$\text{Re}(\tilde{\mathbf{C}}^T (j\mathbf{E}\omega - \tilde{\mathbf{A}}_m)^{-1} \tilde{\mathbf{B}}) > 0, \quad \forall \omega \geq 0; \quad (22)$$

2) выполнить интегральное неравенство В.М. Попова (*ИНП*):

$$h(0, t) = -\int_0^t \nu(v) \mu(v) dv > -h_0^2 = \text{const}, \quad t > 0. \quad (23)$$

Поскольку передаточная функция линейной части системы – это инерционное звено 1-го порядка (см. уравнение (16)), то выполнение требования (22) очевидно и для решения поставленной задачи достаточно лишь определить условия, обеспечивающие существование *ИНП* (23).

С этой целью, учитывая вид сигналов $\nu(t)$, $\mu(t)$ в уравнениях (21) и рассматривая искомый закон управления $u(t)$ в виде суммы

$$u(t) = u(\tilde{y}(t), \tilde{r}(t)) = \sum_{j=1}^3 u_j(t), \quad (24)$$

можно правую часть *ИНП* (23) переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} h(0, t) &= \sum_{j=1}^3 h_j(0, t) = \int_0^t \nu(v) (-\tilde{\chi}_* \tilde{r}(v) + u_1(v)) dv + \\ &+ \int_0^t \nu(v) (-\chi_* \tilde{y}(v) + u_2(v)) dv + \int_0^t \nu(v) (f(v) + u_3(v)) dv. \end{aligned} \quad (25)$$

Тогда, аналогично [16], путем синтеза явного вида каждого сигнала $u_j(t)$ для интегралов $h_j(0, t)$ можно получить следующие оценки:

1) определяя $u_1(t)$ уравнением

$$u_1(t) = \left(h_{11} \int_0^t \tilde{r}(\nu) \nu(\nu) d\nu + h_{12} \tilde{r}(t) \nu(t) \right) \tilde{r}(t), \quad h_{11}, h_{12} = \text{const} > 0, \quad (26)$$

при любых $t > 0$ для интеграла $h_1(0, t)$ имеем оценку

$$\begin{aligned} h_1(0, t) &= \int_0^t \nu(\nu) (-\tilde{\chi}_* \tilde{r}(\nu) + u_1(\nu)) d\nu = -\tilde{\chi}_* \int_0^t \nu(\nu) \tilde{r}(\nu) d\nu + \\ &+ h_{11} \int_0^t \nu(\nu) \tilde{r}(\nu) \int_0^\nu \tilde{r}(\theta) \nu(\theta) d\theta d\nu + h_{12} \int_0^t (\nu(\nu) \tilde{r}(\nu))^2 d\nu \geq \\ &+ \frac{h_{11}}{2} \left(\int_0^t \nu(\nu) \tilde{r}(\nu) d\nu \right)^2 - \tilde{\chi}_* \int_0^t \nu(\nu) \tilde{r}(\nu) d\nu \pm \frac{\tilde{\chi}_*^2}{2h_{11}} \geq -\frac{\tilde{\chi}_*^2}{2h_{11}}; \end{aligned} \quad (27)$$

2) формируя сигнал $u_2(t)$ с помощью модели

$$u_2(t) = \left(h_{21} \int_0^t \tilde{y}(\nu) \nu(\nu) d\nu + h_{22} \tilde{y}(t) \nu(t) \right) \tilde{y}(t), \quad h_{21}, h_{22} = \text{const} > 0 \quad (28)$$

для всех $t > 0$ оцениваем интеграл $h_2(0, t)$ неравенством

$$\begin{aligned} h_2(0, t) &= \int_0^t \nu(\nu) (-\chi_* \tilde{y}(\nu) + u_2(\nu)) d\nu = -\chi_* \int_0^t \nu(\nu) \tilde{y}(\nu) d\nu + \\ &+ h_{21} \int_0^t \nu(\nu) \tilde{y}(\nu) \int_0^\nu \tilde{y}(\theta) \nu(\theta) d\theta d\nu + h_{22} \int_0^t (\nu(\nu) \tilde{y}(\nu))^2 d\nu \geq \\ &+ \frac{h_{21}}{2} \left(\int_0^t \nu(\nu) \tilde{y}(\nu) d\nu \right)^2 - \chi_* \int_0^t \nu(\nu) \tilde{y}(\nu) d\nu \pm \frac{\chi_*^2}{2h_{21}} \geq -\frac{\chi_*^2}{2h_{21}}; \end{aligned} \quad (29)$$

3) синтезируя вид $u_3(t)$ следующим образом:

$$u_3(t) = h_{31} \int_0^t \nu(\nu) d\nu + h_{32} \nu(t), \quad h_{31}, h_{32} = \text{const} > 0, \quad (30)$$

при любых $t > 0$ приходим к следующей оценке интеграла $h_3(0, t)$:

$$\begin{aligned} h_3(0, t) &= \int_0^t \nu(\nu) (f(\nu) + u_3(\nu)) d\nu = \int_0^t \nu(\nu) f(\nu) d\nu + \\ &+ h_{31} \int_0^t \nu(\nu) \int_0^\nu \nu(\theta) d\theta d\nu + h_{32} \int_0^t \nu^2(\nu) d\nu \pm f_* \left| \int_0^t \nu(\nu) d\nu \right| \geq \\ &\geq \frac{h_{31}}{2} \left(\int_0^t \nu(\nu) f(\nu) d\nu \right)^2 - f_* \left| \int_0^t \nu(\nu) d\nu \right| \pm \frac{f_*^2}{2h_{31}} \geq -\frac{f_*^2}{2h_{31}}. \end{aligned} \quad (31)$$

Итак, в результате объединения оценок (27), (29), (31) для интегралов (25) подтверждается выполнение ИНП (23), где $h_0^2 = \frac{\tilde{\chi}_*^2}{2h_{11}} + \frac{\chi_*^2}{2h_{21}} + \frac{f_*^2}{2h_{31}}$, что и требовалось показать.

Следовательно, на основе уравнений (26), (28), (30) явный вид комбинированного закона управления (24) получит вид:

$$\begin{aligned} u(t) &= \left(h_{11} \int_0^t \tilde{r}(\nu) \nu(\nu) d\nu + h_{12} \tilde{r}(t) \nu(t) \right) \tilde{r}(t) + h_{31} \int_0^t \nu(\nu) d\nu + h_{32} \nu(t) + \\ &+ \left(h_{21} \int_0^t \tilde{y}(\nu) \nu(\nu) d\nu + h_{22} \tilde{y}(t) \nu(t) \right) \tilde{y}(t), \quad \nu(t) = \tilde{r}(t) - \tilde{y}(t). \end{aligned} \quad (32)$$

При этом, как отмечается в работах [5, 16], использование в основном контуре систем управления наблюдателей с сильной обратной связью или быстродействующих *ВФК* связано с возможным появлением в переходных процессах пиков, нарушающих устойчивость функционирования систем управления. Действительно, так как *ВФК* – это форсирующее звено, на его выходе, учитывая малую величину постоянной времени T^* и наличие ненулевых начальных условий, как правило, возникают значительные пиковые выбросы. Поэтому для ослабления их влияния на динамику системы – ограничим сигнал $\tilde{y}(t)$ на выходе *ВФК*, подобно [16], нелинейностью типа «насыщение» – $\text{sat}(\tilde{y}(t))$, т.е. заменяя закон управления (32) на следующий:

$$\begin{aligned} u(t) = & \left(h_{11} \int_0^t \tilde{r}(\nu) \tilde{v}(\nu) d\nu + h_{12} \tilde{r}(t) \tilde{v}(t) \right) \tilde{r}(t) + \\ & + \left(h_{21} \int_0^t \tilde{y}_{\text{sat}}(t) \tilde{v}(\nu) d\nu + h_{22} \tilde{y}_{\text{sat}}(t) \tilde{v}(t) \right) \tilde{y}_{\text{sat}}(t) + \\ & + h_{31} \int_0^t \tilde{v}(\nu) d\nu + h_{32} \tilde{v}(t), \\ \tilde{y}_{\text{sat}}(t) = & \text{sat}(\tilde{y}(t)), \\ \tilde{v}(t) = & \tilde{r}(t) - \tilde{y}_{\text{sat}}(t). \end{aligned} \quad (33)$$

Имитационное моделирование в среде MatLab-Simulink синтезированной системы комбинированного управления

Оценку качества функционирования комбинированной системы управления (1), (5), (14), (33) в условиях структурно-параметрической неопределенности рассмотрим на примере компьютерного моделирования неустойчивого трехмерного линейного объекта с неизвестным относительным порядком $2 \geq \rho \geq 0$, предполагая, что вектор $\mathbf{x}_0^T = [0.5 \quad 0.5 \quad 0.5]$, а вид матрицы $\mathbf{A}$, вектора $\mathbf{B}$ и функции $f(t)$, соответствует одному из выражений:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.7 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.5 \end{pmatrix}, \quad (34)$$

$$f(t) = \sin(0.5t) \cdot \sin(0.7t):$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad (35)$$

$$f(t) = \cos(0.7t) \cdot \sin^2(0.5t).$$

При этом задающее воздействие $r(t)$, передаточные функции фильтров-корректоров (5), (14) и синтезированный комбинированный регулятор (33) остаются неизменными и описываются уравнениями:

$$\begin{aligned}
r(t) &= 0.25 \sin(0.2t) - 0.65 \sin(0.5t) - 0.4 \sin(0.25t), \\
W_{3\Phi K}(s) &= \frac{0.001s^2 + 0.2s + 1}{0.000025s^2 + 0.01s + 1}, \\
W_{B\Phi K}(s) &= \frac{0.001s^2 + 0.2s + 1}{0.000025s^2 + 0.01s + 1}, \\
u(t) &= \left(6000 \int_0^t \tilde{r}(\nu) \tilde{\nu}(\nu) d\nu + 30 \tilde{r}(t) \tilde{\nu}(t)\right) \tilde{r}(t) + \\
&\quad + \left(4000 \int_0^t \tilde{y}_{sat}(t) \tilde{\nu}(\nu) d\nu + 20 \tilde{y}_{sat}(t) \tilde{\nu}(t)\right) \tilde{y}_{sat}(t) + \\
&\quad + 1500 \int_0^t \tilde{\nu}(\nu) d\nu + 20 \tilde{\nu}(t), \\
\tilde{y}_{sat}(t) &= sat(\tilde{y}(t)) = \begin{cases} -10 & \text{при } \tilde{y}(t) \leq -10, \\ \tilde{y}(t) & \text{при } |\tilde{y}(t)| < 10, \\ 10 & \text{при } \tilde{y}(t) \geq 10, \end{cases} \\
\tilde{\nu}(t) &= \tilde{r}(t) - \tilde{y}_{sat}(t).
\end{aligned} \tag{36}$$

На рис. 2 и 3 (соответственно для систем управления (1), (34), (36) и (1), (35), (36)), представлены графики: задающего воздействия $r(t)$ и регулируемого выхода $y(t)$; ошибки рассогласования $e(t) = r(t) - y(t)$; управляющего воздействия $u(t)$ и внешней помехи $f(t)$.

Как показывают результаты имитационного моделирования комбинированной системы управления (1), (36) в условиях структурно параметрической неопределенности (34), (35), система управления имеет достаточно высокую эффективность, в частности в установившемся режиме ошибка регулирования $e(t)$ не превышает 0.2%.

Рис. 1. Динамические процессы в комбинированной системе управления (1), (34), (36).

Рис. 2. Динамические процессы в комбинированной системе управления (1), (35), (36).

Заключение

В комбинированной системе с неявным эталоном и двумя эквивалентными фильтр-корректорами (1), (5), (14), (33), предназначенной для управления объектами с неизвестным относительным порядком, синтезирован регулятор минимальной структурной сложности (33), т.е. независимо от перемены порядков объекта (1) структура регулятора остается неизменной.

Полученные результаты могут использоваться при построении систем с переключениями для управления динамическими объектами, функционирующими в условиях структурно-параметрической неопределенности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин Е.Л., Цыкунов А.М. Синтез адаптивных систем управления на основе критерия гиперустойчивости. – Бишкек: Илим, 1992.
2. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. – СПб.: Наука, 2000.
3. Прангшвили И.В., Пащенко Ф.Ф., Бусыгин Б.П. Системные законы и закономерности в электродинамике, природе и обществе. – М.: Наука, 2001.
4. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. – Калуга: Изд-во науч. литературы Н.Ф. Бочкаревой, 2006.
5. Халил Х.К. Нелинейные системы / пер. с англ. – М.: Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» – Институт компьютерных исследований, 2009.
6. Цыкунов А.М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами по выходу. – М.: Наука, 2009.
7. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория

- системного синтеза. – Изд. 2-е. – М.: Либроком, 2012.
8. *Kudinov Y.I., Kelina A.Y., Pashchenko F.F., Pashchenko A.F., Durgaryan I.S., Le Van Dinh* On Neuro-Fuzzy Prediction in MATLAB // IEEE 10th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA). 2015, Auckland, New Zealand. – P. 1539-1542.
 9. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Робастное управление для одного класса многосвязных динамических объектов // Автоматика и телемеханика. – 2017. – № 6. – С. 106-121.
 10. *Еремин Е.Л., Шеленок Е.А.* Система нелинейного робастного управления для неаффинного нестационарного динамического объекта с запаздыванием // Автометрия. – 2017. – Т. 53, № 2. – С. 63-71.
 11. *Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А.* Нелинейно-периодические алгоритмы систем управления неаффинными динамическими объектами. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеанского гос. ун-та, 2020.
 12. *Еремин Е.Л.* Адаптивная система управления с неявным эталоном и блоком быстродействующей коррекции // Информатика и системы управления. – 2012. – №1(31). – С. 183-194.
 13. *Еремин Е.Л.* Адаптивное управление динамическим объектом на множестве состояний функционирования // Информатика и системы управления. – 2012. – № 4(34). – С. 107-118.
 14. *Цыкунов А.М.* Робастное управление линейными объектами с переключениями. // Проблемы управления. – 2017. – № 4. – С. 2-7.
 15. *Еремин Е.Л.* Комбинированная система с неявным эталоном для класса априорно неопределенных одноканальных объектов неаффинных по управлению на множестве состояний функционирования // Информатика и системы управления. – 2018. – № 3(57). – С. 93-103.
 16. *Еремин Е.Л., Никифорова Л.В., Шеленок Е.А.* Комбинированная нелинейная система управления с неявным эталоном для априорно неопределенного неаффинного двухканального объекта с запаздываниями по выходу // Информатика и системы управления. – 2020. – № 1(63). – С. 95-108.
 17. *Еремин Е.Л.* L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. I // Информатика и системы управления. – 2006. – № 2(12). – С. 94-101.
 18. *Еремин Е.Л.* L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурном возмущении. II // Информатика и системы управления. – 2007. – № 1(13). – С. 130-139.
 19. *Еремин Е.Л.* L-диссипативность гиперустойчивой системы управления при структурных возмущениях. IV // Информатика и системы управления. – 2013. – № 2(36). – С. 100-106.
 20. *Фрадков А.Л.* Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. – 1974. – №12. – С. 96-103.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.А. Ереминым.

E-mail:

Смирнова Софья Александровна – sofya-books-1999@mail.ru.