УДК 681.5

А.А. Кузьменко, канд. техн. наук

(Институт компьютерных технологий и информационной безопасности
Южного федерального университета, Таганрог)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ С ФОРСИРОВАННЫМ СКОЛЬЗЯЩИМ РЕЖИМОМ ДЛЯ СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ*

В работе показано применение методики синтеза управления с форсированным скользящим режимом к построению робастных законов управления синхронизацией хаотических систем. Предложенная методика позволит по-новому подойти к синтезу робастных законов управления хаотическими системами с учетом идей направленной самоорганизации и робастного управления.

Ключевые слова: робастное управление, синергетическая теория управления, хаотическая система, аттрактор Спротта, аттрактор Арнеодо, скользящее управление, форсированный скользящий режим.

DOI: 10.22250/isu.2021.67.101-113

Введение

Исследование хаотических систем – это область современной нелинейной науки, которая чрезвычайно актуальна и находится в зоне пристального внимания теоретиков и практиков. Обзор литературы показывает, что эти системы находят широкое практическое применение в области проектирования технических систем (генераторы колебаний, лазеры, криптосистемы, системы защищенной передачи данных, нейронные сети и робототехнические системы), в биологии, химии, экологии, медицине, экономике и др. [1 – 12].

В качестве наиболее часто исследуемых и используемых выступают хаотические системы Лоренца, Чуа, Чена, Ресслера и др. Периодически

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №19-08-00366.

предлагаются и новые типы хаотических систем. В данной работе будут рассмотрены хаотические системы Спротта (Sprott's jerk system) [5] и Арнеодо (Arneodo system) [12].

Характерной инженерной задачей управления хаотическими системами является задача синхронизации: необходимо обеспечить синхронное поведение двух взаимосвязанных хаотических систем с одинаковыми или разными хаотическими аттракторами [1 – 10, 12] при различных начальных условиях. На основе поведения ведущей системы (master system) следует так управлять поведением ведомой системы (slave system), чтобы обеспечить их синхронизацию.

Для решения задачи синхронизации хаотических систем традиционно применяются методы: активного управления [3], адаптивного управления [5, 7, 12], синтеза законов скользящего управления (sliding mode control – SMC) [8, 10, 11], бэкстеппинг (backstepping) [5, 6, 12] и др. При этом проектировщиков интересует решение не только задачи синхронизации, но и задачи обеспечения робастности замкнутой системы к возмущениям.

Основная цель данной работы – продемонстрировать новый подход к обеспечению робастности системы при синхронизации двух хаотических систем. Таким подходом является синерго-кибернетический подход, который предложен проф. А.А. Колесниковым [13, 14] и более известен как синергетическая теория управления (СТУ), имеющая широкое практическое применение [15 – 17]. Он обеспечивает устойчивость движения объекта к целевым аттракторам (инвариантным многообразиям) за счет соответствующего синтеза нелинейных законов управления, выполнение целей управления (инвариантов), компенсацию возмущений.

Основными отличительными достоинствами синерго-кибернетического подхода являются направленная самоорганизация, использование нелинейных моделей объекта управления, аналитическая процедура синтеза скалярных и векторных законов управления, высокая размерность модели объекта управления. В рамках данного подхода будет показано применение метода синтеза управления с форсированным скользящим режимом (ФСР) [13].

В рамках синерго-кибернетического подхода в работе рассмотрено применение метода синтеза ФСР для обеспечения робастности в задаче синхронизации двух хаотических систем Спротта и двух хаотических систем Арнеодо. Можно утверждать, что этот подход объединяет идеи направленной самоорганизации и робастного управления (скользящего управления).

Эффективность предложенных в данной работе законов управления проиллюстрирована на примере сравнения с законами адаптивного управле-

ния с наблюдателем [5, 12]. Новизна полученных результатов заключается в компенсации параметрических возмущений без синтеза наблюдателей возмущений, в повышении быстродействия, в возможности исключить chattering эффект, в более простом анализе устойчивости замкнутой системы и анализе условия возникновения скользящего режима.

Постановка задачи управления

Модель хаотической системы Спротта [5]:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2; \\ \dot{x}_2(t) &= x_3; \\ \dot{x}_3(t) &= -ax_1 + x_2^2 - bx_3,\end{aligned}\tag{1}$$

где x_i – переменные состояния системы; a, b – постоянные параметры.

Модель хаотической системы Арнеодо [12]:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2; \\ \dot{x}_2(t) &= x_3; \\ \dot{x}_3(t) &= ax_1 - bx_2 - x_3 - x_1^2.\end{aligned}\tag{2}$$

На рис. 1 показан странный аттрактор системы Спротта (1) с номинальными параметрами $a = 1; b = 2,02$, на рис. 2 – странный аттрактор системы Арнеодо (2) с номинальными параметрами $a = 7,5; b = 3,8$.

Рис. 1. Аттрактор системы Спротта.

Рис. 2. Аттрактор системы Арнеодо.

В задаче управления синхронизацией хаотических систем математическая модель объекта управления с двумя системами Спротта включает модель ведущей системы в виде (1) и модель ведомой системы [5]:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1(t) &= y_2; \\ \dot{y}_2(t) &= y_3; \\ \dot{y}_3(t) &= -ay_1 + y_2^2 - by_3 + u_s,\end{aligned}\tag{3}$$

где y_i – переменные состояния ведомой системы; u_S – управление.

В задаче управления синхронизацией хаотических систем математическая модель объекта управления с двумя системами Арнеодо включает модель ведущей системы в виде (2) и модель ведомой системы [12]:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1(t) &= y_2; \\ \dot{y}_2(t) &= y_3; \\ \dot{y}_3(t) &= ay_1 - by_2 - y_3 - y_1^2 + u_A,\end{aligned}\tag{4}$$

где u_A – управление.

Вводя новые переменные $e_i(t) = y_i(t) - x_i(t)$, $i = \overline{1,3}$ – ошибки синхронизации, совместную динамику ведущей и ведомой систем (1), (3) представим системой [5]:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1(t) &= e_2; \\ \dot{e}_2(t) &= e_3; \\ \dot{e}_3(t) &= -ae_1 + y_2^2 - x_2^2 - be_3 + u_S.\end{aligned}\tag{5}$$

Аналогично совместная динамика ведущей и ведомой систем (2), (4) описывается уравнениями [12]:

$$\begin{aligned}\dot{e}_1(t) &= e_2; \\ \dot{e}_2(t) &= e_3; \\ \dot{e}_3(t) &= ae_1 - be_2 - e_3 - (y_1 + x_1)e_1 + u_A.\end{aligned}\tag{6}$$

Тогда для каждой из систем (5), (6) ставится идентичная задача построения соответствующего закона управления, обеспечивающего синхронизацию хаотических систем при различных начальных условиях, т.е. нулевые ошибки синхронизации $e_i(t) = 0$, $i = \overline{1,3}$, и робастность к параметрическим возмущениям, действующим на соответствующую ведущую систему. В ведомой системе параметры a, b не изменяются и равны номинальным значениям.

Методика синтеза управления с ФСР

Ускорить протекание процесса скольжения возможно путем организации нового скольжения вдоль поверхности еще более низкой размерности, т.е. путем организации ФСР [13]. Если после организации в системе первого скольжения удалось добиться требуемых динамических свойств, то нет необходимости вводить в систему следующее скольжение. Если же не удалось, то следует организовать второе скольжение и т.д., вплоть до $(n - 1)$

скольжения включительно, здесь n – размерность объекта управления. Таким образом, организуется серия последовательных переходов от одной поверхности скольжения к другой, что и отличает этот подход от методики синтеза законов разрывного управления на основе последовательной совокупности инвариантных многообразий [14 – 16].

Пусть исходные дифференциальные уравнения объекта управления имеют вид [13]:

$$\begin{aligned}\dot{x}_j(t) &= f_j(x_1, \dots, x_n) + a_{j+1}x_{j+1}, \quad j = \overline{1, n-1}; \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, \dots, x_n) + u,\end{aligned}\tag{7}$$

где $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ – вектор переменных состояния, $\dim \mathbf{x} = n \times 1$; $u = u(\mathbf{x})$ – скалярное управление; $f_i(x_1, \dots, x_n)$, $i = \overline{1, n}$ – непрерывные дифференцируемые функции.

Для системы (7) ставится задача синтеза скользящего управления: требуется определить такое управление $u = u(\mathbf{x})$ в функции переменных состояния объекта (7), которое обеспечивает перевод изображающей точки (ИТ) объекта из произвольного исходного состояния (в некоторой допустимой области) в заданное состояние, определяемое желаемым инвариантом, – целью управления.

На каждом этапе синтеза ФСР будем рассматривать многообразие вида

$$\psi_1 = \sum_{j=1}^{n-1} \beta_j |x_j| + |s_1| = 0.\tag{8}$$

В структуру (8) входит поверхность скольжения

$$s_1 = \sum_{j=1}^{n-1} \alpha_{kj} x_j + x_n + u_2(x_1, \dots, x_{n-1}),\tag{9}$$

где α_{kj}, β_j – параметры; $u_2(x_1, \dots, x_{n-1})$ – неизвестная на данном этапе непрерывная функция, играющая роль «внутреннего» управления для декомпозированной системы следующего этапа [13].

Под действием управления $u = u(\mathbf{x})$ в силу (9) поведение системы (7) будет описываться системой меньшей размерности – декомпозированной системой:

$$\begin{aligned}\dot{x}_j(t) &= f_j(x_1, \dots, x_j) + a_{j+1}x_{j+1}, \quad j = \overline{1, n-2}; \\ \dot{x}_{n-1}(t) &= f_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}) - a_n \sum_{j=1}^{n-1} \alpha_{kj} x_j - a_n u_2(x_1, \dots, x_{n-1}).\end{aligned}\tag{10}$$

На каждом этапе синтеза рассматривается основное функциональное уравнение СТУ [13 – 17]:

$$T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0, \quad (11)$$

где $\dot{\psi}_1(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \psi_1}{\partial x_i} \dot{x}_i(t)$.

Подставим в (11) выражение многообразия (8) и его производную в силу исходных уравнений объекта (7). Из полученного уравнения выразим искомое управление:

$$u = - \sum_{j=1}^{n-1} \left(\alpha_{kj} + \frac{\partial u_2}{\partial x_j} \right) \left(f_j(x_1, \dots, x_n) + a_{j+1} x_{j+1} \right) - f_n(x_1, \dots, x_n) - \left(\sum_{j=1}^{n-1} \beta_j \left(f_j(x_1, \dots, x_n) + a_{j+1} x_{j+1} \right) \text{sign } x_j + \frac{1}{T_1} \psi_1 \right) \text{sign } s_1. \quad (12)$$

Управление (12) переводит ИТ системы (7) из произвольного начального состояния на многообразие $\psi_1 = 0$ (5) [13 – 17]. В связи с тем, что движение относительно $\psi_1 = 0$ асимптотически устойчиво при $T_1 > 0$, ИТ неизбежно попадает на подмногообразие (9), т.е. на поверхность скольжения $s_1 = 0$.

На втором этапе синтеза закона управления с ФСР осуществляется синтез закона управления, обеспечивающего ФСР уже вдоль выбранной поверхности скольжения первого этапа (9). Также на этом этапе мы определяем выражение «внутреннего» управления $u_2(x_1, \dots, x_{n-1})$. Если еще раз повторить процедуру синтеза первого этапа, то в исходной системе возникает скольжение второго порядка, или ФСР. Иначе говоря, на поверхности скольжения первого порядка организуется новое скольжение, понижающее размерность исходной системы еще на единицу.

Таким образом, на втором этапе синтеза для декомпозированной системы (10) аналогично вводится многообразие вида (8). Таким же образом на основе функциональных уравнений вида (11) находим промежуточное управление $u_2(x_1, \dots, x_{n-1})$. Указанную процедуру второго этапа при необходимости можно повторять $(n-1)$ раз, пока порядок исходной системы не станет равным единице, – например, вида

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1) - a_2 u_{m+1}(x_1) \quad (13)$$

или пока не обеспечим желаемый целевой инвариант (или целевые инварианты при векторном синтезе).

Выражение $u_{m+1}(x_1)$ для финишной декомпозированной системы (13) выбирается или находится методами СТУ или каким-либо другими методами современной теории управления. Затем полученное выражение $u_{m+1}(x_1)$

подставляется в предыдущее управление $u_m(x_1, x_2)$, которое, в свою очередь, подставляется в $u_{m-1}(x_1, x_2, x_3)$ и т.д., вплоть до управления $u_2(x_1, \dots, x_{n-1})$, непосредственно входящего в закон управления (12).

Отметим, что для того, чтобы исключить дифференцирование функции $\text{sign}(\bullet)$, входящей во «внутренние» управления, рекомендуется заменить ее одной из эквивалентных непрерывных функций: $\text{th}(A\bullet)$ или $(2/\pi)\arctg(A\bullet)$, здесь A – большой коэффициент; $(\bullet)$ – аргумент функции $\text{sign}(\bullet)$.

Условие асимптотической устойчивости замкнутой системы в СТУ [13 – 17] складывается из условий устойчивости функциональных уравнений вида (11), т.е. $T_i > 0$, и условий устойчивости финишной декомпозированной системы, размерность которой существенно ниже размерности исходной системы (7), – например, (13).

На каждом этапе синтеза необходимо проверить условие возникновения скользящего режима [18]:

$$s_1 \cdot \dot{s}_1(t) < 0. \quad (14)$$

Причем при анализе условия (14) для упрощения процедуры анализа производную поверхности скольжения целесообразно выражать из соответствующего уравнения вида (11).

Примеры синтеза робастных законов управления

На первом этапе синтеза управления u_S для системы (5) задаем инвариантное многообразие вида (8):

$$\psi_1 = \beta_1 |e_1| + \beta_2 |e_2| + |s_1| = 0, \quad (15)$$

где $s_1 = \alpha_{11}e_1 + \alpha_{12}e_2 + e_3 + u_{2S}(e_1, e_2)$.

Подставляя (15) в функциональное уравнение (11), получаем в силу уравнений объекта (5) закон управления:

$$u_S = ae_1 - \left(\alpha_{11} + \frac{\partial u_{2S}}{\partial e_1} \right) e_2 - \left(\alpha_{12} - b + \frac{\partial u_{2S}}{\partial e_2} \right) e_3 - y_2^2 + x_2^2 - (\beta_1 e_2 \text{sign } e_1 + \beta_2 e_3 \text{sign } e_2 + \psi_1 / T_1) \text{sign } s_1. \quad (16)$$

Под действием управления (16) ИТ системы (5) попадает в окрестность многообразия (15), движение вдоль которого в силу $s_1 = 0$ описывается декомпозированной системой:

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= e_2; \\ \dot{e}_2(t) &= -\alpha_{11}e_1 - \alpha_{12}e_2 - u_{2S}(e_1, e_2). \end{aligned} \quad (17)$$

Для нахождения промежуточного управления $u_{2S}(e_1, e_2)$ для системы (17) на втором этапе синтеза аналогично зададим многообразие вида (8):

$$\psi_2 = \beta_3 |e_1| + |s_2| = 0, \quad (18)$$

где $s_2 = \alpha_{21}e_1 + e_2$.

Подставляя это выражение в функциональное уравнение (11), получаем в силу уравнений объекта (17) закон «внутреннего» управления:

$$u_{2S}(e_1, e_2) = -\alpha_{11}e_1 - (\alpha_{12} - \alpha_{21})e_2 + \left(\beta_3 e_2 \operatorname{sign} e_1 + \frac{1}{T_2} \psi_2 \right) \operatorname{sign} s_2. \quad (19)$$

Таким образом, подставляя (19) в (16), получим итоговое выражение для управления. Тогда движение ИТ системы (17) под действием управления (19) будет описываться уравнением:

$$\dot{e}_1(t) = -\alpha_{21}e_1,$$

которое устойчиво при $\alpha_{21} > 0$, а выбором значения этого параметра можно обеспечить желаемую динамику переходного процесса. К этим условиям добавим условия устойчивости уравнений (11): $T_i > 0$, $i = 1, 2$. Таким образом, условия устойчивости замкнутой системы (5), (16): $\alpha_{21} > 0$, $T_i > 0$, $i = 1, 2$.

Проверим условие возникновения скользящего режима (14) для каждого этапа синтеза. На втором этапе синтеза в (18) входит вторая поверхность переключения $s_2 = \alpha_{21}e_1 + e_2$, тогда ее производная, выраженная из функционального уравнения (11) при многообразии (18), имеет вид

$$\dot{s}_2(t) = -(\beta_3 e_2 \operatorname{sign} e_1 + \psi_2 / T_2) \operatorname{sign} s_2.$$

Отсюда видно, что условие (14) для второй поверхности скольжения выполняется при $\alpha_{21} > 0$, $\beta_3 > 0$, $T_2 > 0$.

Аналогично, с учетом (15), получим выражение поверхности скольжения первого этапа синтеза:

$$\begin{aligned} s_1 &= \alpha_{11}e_1 + \alpha_{12}e_2 + e_3 + u_{2S}(e_1, e_2) = \\ &= e_3 + (\beta_3 e_2 \operatorname{sign} e_1 + \psi_2 / T_2) \operatorname{sign} s_2 + \alpha_{21}e_2, \end{aligned}$$

а из (11) с учетом (15) выразим ее производную

$$\dot{s}_1(t) = -(\beta_1 e_2 \operatorname{sign} e_1 + \beta_2 e_3 \operatorname{sign} e_2 + \psi_1 / T_1) \operatorname{sign} s_1.$$

Отсюда видно, что условие возникновения скользящего режима (14) для первой поверхности скольжения обеспечивается непосредственно выбором параметров $\beta_1 > 0$, $\beta_2 > 0$, $T_1 > 0$. Анализ выполнения условия возникновения скользящего режима (14) в предложенных методиках весьма прост.

Аналогично, повторяя процедуру для синтеза управления u_A для системы (6), получим

$$u_A = -(a - e_1)e_1 - \left(\alpha_{11} - b + \frac{\partial u_{2A}}{\partial e_1} \right) e_2 - \left(\alpha_{12} - 1 + \frac{\partial u_{2A}}{\partial e_2} \right) e_3 - (\beta_1 e_2 \operatorname{sign} e_1 + \beta_2 e_3 \operatorname{sign} e_2 + \psi_1 / T_1) \operatorname{sign} s_1, \quad (20)$$

где $u_{2A}(e_1, e_2) = u_{2S}(e_1, e_2)$.

Условия устойчивости замкнутой системы (6), (20) и условия возникновения скользящего режима (14) будут идентичны полученным выше.

Моделирование

Для иллюстрации эффективности предложенного закона управления (16) сравним его с законом управления, реализующим адаптивный бэкстеппинг [5]:

$$u_S = (\hat{a}(t) - 3)e_1 - 5e_2 + (\hat{b}(t) - 3)e_3 - y_2^2 + x_2^2, \quad (21)$$

где $\hat{a}(t), \hat{b}(t)$ – динамические оценки параметров системы Спротта, формируемые наблюдателем:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}}(t) &= -(2e_1 + 2e_2 + e_3)e_1; \\ \dot{\hat{b}}(t) &= -(2e_1 + 2e_2 + e_3)e_2. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь и далее при моделировании полагаем, что параметры a, b в соответствующем законе управления и в соответствующей ведомой системе неизменны и равны номинальным a_0, b_0 , а параметры ведущей системы (1) изменяются следующим образом:

$$a = \begin{cases} a_0, & t \leq 10; \\ a_0 + 0,2 \sin(0,02t), & t > 10; \end{cases} \quad b = \begin{cases} b_0, & t \leq 10; \\ b_0 + 0,2 \sin(0,02t), & t > 10. \end{cases} \quad (23)$$

Моделирование замкнутой системы производилось в Matlab R2008b с начальными условиями: $x_1(0) = 0,7$; $x_2(0) = 1$; $x_3(0) = 0,9$; $y_i(0) = 0$, $i = \overline{1,3}$; $\hat{a}(0) = 1$; $\hat{b}(0) = 2,02$.

На рис. 3 – 6 сплошной линией показаны результаты моделирования замкнутой системы (1), (3) при возмущениях (23) с синтезированным законом управления (16) и параметрами $T_1 = T_2 = 0,5$; $\beta_1 = \beta_2 = 2$, $\beta_3 = 4$, $\alpha_{11} = \alpha_{12} = 1, \alpha_{21} = 4$, $A = 20$, а пунктирной линией – с адаптивным законом (21), (22).

Для иллюстрации эффективности предложенного закона управления (20) синхронизацией систем Арнеодо выполним его сравнение с законом управления, реализующим адаптивный бэкстеппинг [12]:

$$u_A = -(\hat{a}(t) + 3 - y_1 - x_1)e_1 - (5 - \hat{b}(t))e_2 - 2e_3, \quad (24)$$

где $\hat{a}(t), \hat{b}(t)$ – динамические оценки параметров системы Арнеодо, формируемые наблюдателем:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}}(t) &= (2e_1 + 2e_2 + e_3)e_1 + k_1(a - \hat{a}); \\ \dot{\hat{b}}(t) &= -(2e_1 + 2e_2 + e_3)e_2 + k_2(b - \hat{b}). \end{aligned} \quad (25)$$

Рис. 3. Графики изменения $e_1(t)$.

Рис. 4. Графики изменения $e_2(t)$.

Рис. 5. Графики изменения $e_3(t)$.

Рис. 6. Графики изменения управлений (16), (21).

На рис. 7 – 10 сплошной линией показаны результаты моделирования замкнутой системы (2), (4) при возмущениях (23) с синтезированным законом управления (20) и параметрами $T_1 = T_2 = 0,5$; $\beta_1 = \beta_2 = 0,02$, $\beta_3 = 0,01$, $\alpha_{11} = 3,8$, $\alpha_{12} = 1$, $\alpha_{21} = 10$, $A = 20$, а пунктирной линией – с адаптивным законом (24), (25) при $k_1 = k_2 = 1$.

Рис. 7. Графики изменения $e_1(t)$.

Рис. 8. Графики изменения $e_2(t)$.

Рис. 9. Графики изменения $e_3(t)$.

Рис. 10. Графики изменения управлений (20), (24).

Моделирование замкнутой системы производилось с начальными условиями: $x_1(0) = 3$; $x_2(0) = 8$; $x_3(0) = -1$; $y_1(0) = 5$; $y_2(0) = -14$; $y_3(0) = 7$; $\hat{a}(0) = 2$; $\hat{b}(0) = 5$.

Из представленных результатов моделирования видно, что законы управления с ФСР (16), (20) в сравнении с законами (21), (24) обеспечивают большее быстродействие, а изменением параметров этих законов можно управлять динамикой компенсации возмущений, что не позволяют сделать законы (21), (24). При этом из рис. 7 – 9 видно, что закон (20), в отличие от закона (24), обеспечивает безошибочную синхронизацию и робастность к параметрическим возмущениям. Необходимо также отметить у законов с ФСР отсутствие chattering эффекта.

Заключение

В работе показано использование синерго-кибернетического подхода СТУ для синтеза законов робастного управления с ФСР для синхронизации хаотических систем Спротта, Арнеодо в условиях действия параметрических возмущений. Поставленная в статье цель достигнута, а эффективность предложенных законов управления наглядно продемонстрирована.

Обобщая полученные результаты, необходимо отметить следующие преимущества предложенного подхода:

- компенсация параметрических возмущений без синтеза наблюдателей возмущений;

- увеличение динамических характеристик процессов управления за счет организации серии последовательных переходов от одной поверхности скольжения к другой;

- возможность исключить chattering эффект без потери свойства робастности;

- более простой анализ устойчивости замкнутой системы;

- более простой анализ условия возникновения скользящего режима по

сравнению с обычным методом синтеза скользящего управления.

Представленный в статье подход позволит по-новому подойти к синтезу робастных законов управления хаотическими системами с учетом идей направленной самоорганизации и робастного управления.

В развитие данной работы будет продолжено сравнение полученных результатов с другими методами современной теории управления и применение данного подхода к другим хаотическим системам, в том числе неоднородным (с разными хаотическими системами в ведомой и ведущей системах).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Postnov D.E., Safonova M.A.* Synchronization of chaos // *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*. – 1992. – Vol. 2, No. 3. – P. 633-644.
2. *Kocarev L., Parlitz U.* General approach for chaotic synchronization with applications to communication // *Physical Review Letters*. – 1995. – Vol. 74, No. 25. – P. 5028-5031.
3. *Agiza H.N., Yassen M.T.* Synchronization of Rossler and Chen chaotic dynamical systems using active control // *Physics Letters. Section A*. – 2001. – Vol. 278, Iss. 4. – P. 191-197.
4. *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I.* Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic system // *Physical Review E*. – 1995. – Vol. 51, No. 2. – P. 980-994.
5. *Vaidyanathan S., Idowu B.A., Azar A.T.* Backstepping controller design for the global chaos synchronization of Sprott's jerk systems // *Studies in Computational Intelligence*. – 2015. – Vol. 581. – P. 39-58.
6. *Chen H.-K.* Global chaos synchronization of new chaotic systems via nonlinear control // *Chaos, Solitons and Fractals*. – 2005. – Vol. 23, Iss. 4. – P. 1245-1251.
7. *Feki M.* An adaptive chaos synchronization scheme applied to secure communication // *Chaos, Solitons and Fractals*. – 2003. – Vol. 18, Iss. 1. – P. 141-148.
8. *Yu X., Zhihong M.* Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*. – 2002. – Vol. 49, Iss. 2. – P. 261-264.
9. *Tan X., Zhang J., Yang Y.* Synchronizing chaotic systems using backstepping design // *Chaos, Solitons and Fractals*. – 2003. – Vol. 16, Iss. 1. – P. 37-45.
10. *Yau H.T.* Design of adaptive sliding mode controller for chaos synchronization with uncertainties // *Chaos, Solitons and Fractals*. – 2004. – Vol. 22, No. 2. – P. 341-347.
11. *Laghrouche S., Plestan F., Glumineau A.* Higher order sliding mode control based on integral sliding mode // *Automatica*. – 2007. – Vol. 43. – P. 531-537.
12. *Vaidyanathan S.* Global Chaos Synchronization of Arneodo Chaotic System via Backstepping Controller Design // *Proc. of 2nd International Conference on Computational Science, Engineering and Information, CCSEIT 2012; Coimbatore; India; 26-28 October 2012*. – P. 1-6.
13. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994.
14. *Колесников А.А., Кузьменко А.А.* Синтез законов разрывного управления на основе

- последовательной совокупности инвариантных многообразий метода АКАР // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2019. – Т. 20, № 8. – С. 451-460.
15. Кузьменко А.А., Попов А.Н., Радионов И.А. Нелинейное робастное управление возбуждением синхронного генератора: синергетическая система с переменной структурой // Информатика и системы управления. – 2014. – Т. 3, № 41. – С. 130-139.
 16. Кузьменко А.А. Интегральная адаптация и адаптивный бэкстеппинг в задаче робастного управления синхронизацией хаотических систем Спротта // Информатика и системы управления. – 2019. – Т. 3, № 61. – С. 101-111.
 17. Kuz'menko A.A., Synitsin A.S., Zyiryanova A.A. The use of integral adaptation principle to increase the reliability of synchronous generator nonlinear excitation system // 2014 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops ICUMT 2014; St. Petersburg, Russia, 06–08 October 2014. – P. 415-420.
 18. Utkin V., Guldner J., Shi J. Sliding Mode Control in Electromechanical Systems. – 2nd ed. – Boca Raton, London: CRC Press, Taylor and Francis, 2009.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Е.А. Ереминым.

E-mail:

Кузьменко Андрей Александрович – aakuzmenko@sfedu.ru.