СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ. ОСНОВАНИЯ И ФУНДАМЕНТЫ. ТЕХНОЛОГИЯ И ОРГАНИЗАЦИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ. ИНЖЕНЕРНЫЕ ИЗЫСКАНИЯ И ОБСЛЕДОВАНИЕ ЗДАНИЙ

УДК 624.154

DOI: 10.22227/2305-5502.2020.1.2

Расчет надежности свай-стоек с учетом сил трения-сцепления на поверхности сваи

В.С. Уткин

Вологодский государственный университет (ВоГУ); г. Вологда, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Работа свай-стоек в грунте основания фундамента и метод их расчета на надежность как меры эксплуатационной безопасности отдельного несущего элемента в свайном основании требуют уточнения и дальнейшего развития. Недостатком существующего расчета на надежность сваи-стойки по несущей способности грунта основания является неучет в ее работе грунта основания выше скального или малосжимаемого слоя грунта во всех случаях в соответствии с СП 24.13330.2011. Учет несущей способности этого слоя грунта в работе сваи-стойки на восприятие нагрузки (с учетом веса сваи) может повысить ее надежность по критерию несущей способности грунта основания в комплексе с работой грунта под нижним концом сваи.

Материалы и методы. Рассмотрены сваи-стойки из любых применяемых материалов, методы расчетов их надежности построены на основе теории возможностей в связи с ограниченностью по объему статистической информации о контролируемых параметрах в расчетной модели предельного состояния по несущей способности грунта основания.

Результаты. Представлена расчетная формула для определения надежности значения безотказной работы сваи-стойки в грунте основания по несущей способности грунта. Расчет надежности сваи по несущей способности сваи (по прочности материала) приведен в ссылках на литературу. Указано на определение надежности сваи-стойки по обоим критериям работоспособности как последовательной механической системы в понятиях теории надежности.

Выводы. Разработан метод расчета надежности свай-стоек по несущей способности грунта основания под нижним концом сваи и по ее длине для количественной оценки безопасности ее эксплуатации на стадии проектирования объекта со свайным основанием, созданы предпосылки для дальнейших исследований работы свай-стоек и разработки норм проектирования различных свай по материалу, работе, способам погружения в грунт и т.д.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: свая-стойка, эксплуатация, безопасность эксплуатации, работа сваи в грунте, расчет надежности

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Уткин В.С. Расчет надежности свай-стоек с учетом сил трения-сцепления на поверхности сваи // Строительство: наука и образование. 2020. Т. 10. Вып. 1. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2020.1.2

Reliability analysis of an end-bearing pile with account for friction forces on the pile surface

Vladimir S. Utkin

Vologda State University (VSU); Vologda, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. The behavior of end-bearing piles in the foundation soil and the methodology for their reliability analysis, treated as operational safety measures applicable to a separate bearing element of a pile foundation, need clarification and further development. The weakness of the established reliability analysis methodology, focused on the bearing capacity of the foundation soil, is its failure to take account of each case of the soil behavior above rock or low compressibility soils pursuant to Construction rules and regulations 24.13330.2011. Taking account of the bearing capacity of this soil layer in respect of the load accommodation by an end-bearing pile (taking account of the pile weight) may improve its reliability by the criterion of the bearing capacity in combination with the soil behavior below the bottom tip of a pile.

Nizhne-Suyanskiy Waterworks Facility had the mission to solve water household, energy and socio-economic problems.

Materials and methods. The author analyzed piles made of any applicable materials; their reliability analysis methods are based on the possibility theory due to the limited amount of statistical information on controllable parameters to be entered into the limit state design model to verify the bearing capacity of the foundation soil.

Results. The author presents the design formula to identify the parameters ensuring reliable failure-free behavior of an end-bearing pile in the foundation soil and in respect of the soil bearing capacity. The pile reliability analysis performed in respect of its bearing capacity (and focused on the strength of the pile material) is provided in the references section. The author uses two performance criteria to analyze the reliability of an end-bearing pile, given that an end-bearing pile is analyzed as a consistent mechanical system in terms of the reliability theory.

Conclusions. The author has developed a methodology used to analyze the reliability of end-bearing piles. It is focused on the bearing capacity of the foundation soil below the bottom tip of a pile and along its length with a view to the quantitative assessment of its safe performance at the stage of design of a facility that has a piled footing; the groundwork has been laid for further research into the behavior of end-bearing piles and for the development of design regulations applicable to various types of piles that may differ in material, behavior, sinking techniques, etc.

KEYWORDS: end-bearing pile, performance, performance safety, pile behavior, reliability analysis

FOR CITATION: Utkin V.S. Reliability analysis of an end-bearing pile with account for friction forces on the pile surface. *Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie* [Construction: Science and Education]. 2020; 10(1):2. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2020.1.2 (rus.).

ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с требованиями межгосударственного стандарта ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований», вступившего в силу с 01.07.2015 г., необходимы расчеты надежности как меры эксплуатационной безопасности несущих элементов и зданий и сооружений в целом как механических систем. Развитие и внедрение методов расчета надежности в строительной практике началось в начале прошлого века. Так, в 1926 г. М. Майер опубликовал статью [1], в которой использовались методы теории вероятностей при оценке значений параметров, вводимых в расчеты конструкций. Большая роль во внедрении статистических методов расчета конструкций принадлежит Н.С. Стрелецкому [2]. А.Р. Ржаницин в труде [3] писал, что теория надежности строительных конструкций выделилась в самостоятельную дисциплину. Огромная работа в развитии этой теории проведена В.В. Болотиним [4], Г. Шпете [5], В.Д. Райзером [6] и другими учеными. Однако до решения проблемы внедрения методов расчета надежности в практику проектирования и оценки безопасности проектируемых и существующих конструкций еще далеко. Профессор В.А. Клевцов в своей статье [7] писал, что в настоящее время «надежность лишь декларируется, но количественного выражения не обретает». Необходимо разработать методики для расчетов надежности различных несущих элементов. Данная тема стала целью исследования.

В стандарте ГОСТ 27751-2014, строительных нормах и правилах РФ отмечается, что вероятностно-статистические методы рекомендуется применять для оценки риска разрушения и надежности строительных конструкций, но при наличии достаточных данных об изменчивости параметров в математических моделях предельных состояний. На практике исследований параметров несущих элементов конструкций информация о случайных

величинах в математических моделях предельных состояний, как правило, ограничена, и применение вероятностно-статистических методов расчета надежности стандартом не рекомендуется. В связи с этим расчет надежности свай-стоек по критерию несущей способности грунта основания в работе [8] был выполнен на основе математического аппарата теории возможностей. Приведенный в указанном труде метод расчета надежности свай-стоек основан на представлении работы висячей сваи в грунте основания применительно к существующим нормам СП 24.13330.2011 «Свайные основания».

В исследованиях [9–16], опубликованных в последнее время, приведены иные представления и описание работы свай в грунтах оснований, которые еще не вошли в существующие нормативные документы. Для такого описания работы свай требуется разработать новые методы расчета надежности и их включение в нормативную литературу, чему и будет способствовать данная статья. Предварительно на рис. 1 показана расчетная схема работы

Рис. 1. Расчетные схемы работы висячей сваи и свай-стойки в грунте основания по СП 24.13330.2011

висячей сваи и сваи-стойки в грунте основания по СП 24.13330.2011.

Из расчетной схемы на рис. 1 видно, что силы трения-сцепления на боковой поверхности висячей сваи увеличиваются от верхнего конца сваи к нижнему. Такая работа сваи наблюдается при движении («срыве») сваи в грунте и обоснована ростом сил давления $q(x)$ на боковую поверхность сваи к ее нижнему концу. В условиях отсутствия «срыва» сваи-стойки, опирающейся в скальный грунт по рис. 1, силы трения на поверхности сваи не возникает и по СП 24.13330.2011 не предусмотрены в расчетах свай-стоек.

Учет работы грунта основания в сваях-стойках при расчете надежности по критерию несущей способности грунта основания и снижение отрицательных сил трения $f_{отр}(x)$ представляют практический интерес, так как выявляется резерв несущей способности грунта основания, более достоверно определяется надежность работы сваи по этому критерию работоспособности и возможен экономический эффект при устройстве свайного основания.

Известно [17], что надежность сваи, свайного основания и фундамента прежде всего обеспечивают надежность сооружения в целом. Поэтому проектирование надежных конструкций по их безопасности эксплуатации начинается с обеспечения надежности работы свай основания фундамента, что свидетельствует об актуальности и своевременности обсуждения проблемы расчета надежности свай-стоек по первой группе предельных состояний.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для разработки метода расчета надежности сваи-стойки с учетом работы грунта, расположенного выше скального или малосжимаемого, предварительно рассмотрим работу сваи-стойки в грунте

основания. В отличие от существующего представления работы сваи-стойки, на практике могут реализовываться [8–13] различные варианты работы сваи-стойки в грунте основания после ее забивки (погружения в грунт) до скального или малосжимаемого грунта, представленных на рис. 2 после их нагружения различной по значению силой F .

Вариант по рис. 2, *a* соответствует малой нагрузке F_1 , большой длине сваи или при глубоком залегании скального грунта. Вариант по схеме 2, *b* нагружен силой $F > F_1$, но меньше предельной нагрузки N_d по схеме (рис. 2, *c*) при полном использовании несущей способности грунта основания. Расчет надежности сваи производится по математической модели предельного состояния вида $\tilde{F} \leq \tilde{N}_d$ в общем случае с учетом изменчивости F и N_d . Из условия равновесия сил по схеме 1, *b* имеем

$$F = \sigma_{гр}A + u \int_0^h f(x)dx - u \int_h^H f_{отр}(x)dx. \quad (1)$$

Отрицательные силы трения-сцепления возникают вследствие деформаций материала сваи от силы $\sigma_{гр}A$. При защите сваи в нижнем конце от воздействия силы $f_{отр}(x)$, например, при изоляции нижней части сваи от грунта основания на участке длиной $(H-h)$, формула (1) представится в виде:

$$F = \sigma_{гр}A + u \int_0^h f(x)dx. \quad (2)$$

В дальнейшем будем рассматривать расчет надежности сваи по варианту (2) ее работы.

Выражение предельной нагрузки N_d на сваю-стойку можно представить при $\sigma_{гр} = R_{гр}$ по аналогии с формулой (1) в виде:

$$N_d = R_{гр}A + u \int_0^{h_1} f(x)dx - u \int_{h_1}^H f_{отр}(x)dx, \quad (3')$$

Рис. 2. Варианты работы сваи-стойки в грунте основания: F — расчетная нагрузка; N_d — предельная нагрузка по несущей способности грунта основания; $f_{отр}(x)$ — отрицательные силы трения-сцепления; $R_{гр}$ — расчетное сопротивление скального грунта

Рис. 3. Линейное представление изменения $\varepsilon(x)$ по длине сваи при нагрузке F

где $h_1 > h$, так как $N_d > F$ или по аналогии с формулой (2) в виде:

$$N_d = R_{гр} A + u \int_0^{h_1} f(x) dx. \quad (3'')$$

В выражении (2) имеем $\sigma_{гр}$ — напряжение в скальном или малосжимаемом грунте основания под нижним концом сваи, которое можно определить по результатам испытаний грунта или по испытаниям пробной сваи; u — периметр поперечного сечения сваи; A — площадь поперечного сечения сваи; h — высота слоя грунта, на длине которого действуют силы трения-сцепления $f(x)$ на поверхности сваи при напряжении $\sigma_{гр}$; h_1 — при напряжении $\sigma_{гр} = R_{гр}$. Силу трения-сцепления $f(x)$ с учетом непрерывности функций $\varepsilon(x)$ и $q(x)$ в дальнейшем будем представлять, согласно трудам [8, 13], формулой:

$$f(x) = \varepsilon(x) q(x) \phi, \quad (4)$$

где $q(x)$ — боковое давление грунта на поверхность сваи. По работе [18] $q(x) = \gamma \xi_0 x$, где γ — объемный

вес грунта, $\xi_0 = \frac{\mu_0}{1 - \mu_0}$. Например, для глин и су-

глинков $\mu_0 = 0,10 \dots 0,15$; ϕ — безразмерный коэффициент.

Деформацию материала сваи $\varepsilon(x)$ при сжатии можно измерить с использованием тензометрирования. Безразмерный коэффициент ϕ определяется по результатам испытаний пробной сваи нагрузкой F при сжатии по схеме рис. 2, б. Для этого пробная свая с тензорезисторами погружается в грунт до скального (малосжимаемого) грунта, снимаются показания в виде омических сопротивлений тензорезисторов [12] для вычисления значений

$\varepsilon_i = \frac{|R_0 - R_i|}{\mu R_0}$, и по ним строят эпюру $\varepsilon(x)$ вдоль

сваи. Функцию $\varepsilon(x)$ аппроксимируют графиком изменения $\varepsilon(x)$ по длине сваи.

Такие испытания были проведены в Китае [10]. С целью уменьшения трудоемкости этих работ предлагается [8, 13] описывать $\varepsilon(x)$ линейной функцией вида $\varepsilon(x) = \varepsilon_{\max} \frac{h-x}{h}$, как показано на рис. 3,

при известном значении $\varepsilon_{\max} = \frac{F}{AE_c}$, где E_c — модуль упругости материала сваи.

Значение h (см. рис. 3) можно найти по результатам измерения $\varepsilon(x)$ при испытаниях пробной сваи в заданном (известном) сечении x_1 из условия

$\varepsilon(x_1) = \varepsilon_{\max} \frac{h-x_1}{h}$. Отсюда имеем:

$$h = \frac{\varepsilon_{\max} x_1}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon(x_1)}. \quad (5)$$

Безразмерный коэффициент ϕ определяется по результатам испытаний пробной сваи. Он зависит от вида сваи, способа ее погружения в грунт, от вида грунта основания. Из условия равновесия сил в пробной свае в грунте основания под нагрузкой F при известном h , по расчетной схеме (рис. 3) и по расчетной формуле (1) или (2) с учетом (4) можно найти значение ϕ для конкретной сваи, как будет показано ниже на примере, по средним значениям h , E_c , γ , $\sigma_{гр}$. Значение E_c зависит от материала сваи. Для бетонов различного класса E_c можно найти в СП 63.13330.2012. Для краткости описания нахождения зависимости ϕ от других параметров рассмотрим формулу (2) с учетом (4), где известны значения F , $\sigma_{гр}$, A , γ , h , E_c , x_1 . В результате получим

$$F = \sigma_{гр} A + u \int_0^h \left(\varepsilon_{\max} \frac{h-x}{h} \right) (\gamma \xi_0 x) \phi dx. \text{ После инте-}$$

$$\text{грирования получим } F = \frac{6 \sigma_{гр} A + u \varepsilon_{\max} \gamma \xi_0 \phi h^2}{6}.$$

Отсюда при средних значениях параметров в формуле F найдем значение ϕ .

$$\phi = \frac{6(F - \varepsilon_{гр} A)}{u \varepsilon_{\max} \gamma \xi_0 h^2}. \quad (6)$$

Значение $\sigma_{гр}$ зависит от F , A , $\varepsilon_{\max} = \frac{F}{AE_c}$ и γ .

Значение γ находится по результатам испытаний грунта основания [18].

Рассмотрим порядок значения ϕ . Пусть известны значения: $F = 1 \cdot 10^6$ Н; $\gamma = 20 \cdot 10^3$ Н/м³; $A = 0,09$ м²; $u = 1,2$ м; $\xi_0 = 0,1$; $h = 6$ м; крупный песок $\sigma_{гр} = 5 \cdot 10^6$ Па;

$$E_c = 30 \cdot 10^9 \text{ Па}; \quad \varepsilon_{\max} = \frac{1 \cdot 10^6}{0,09 \cdot 30 \cdot 10^9} = 0,37 \cdot 10^{-3}.$$

$$\text{Тогда: } \phi = \frac{6(1 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^6 \cdot 0,09)}{1,2 \cdot 0,37 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 6^2} = 1 \cdot 10^5.$$

При $\varepsilon_{\max} > \varepsilon_{\text{пр}}$, где $\varepsilon_{\text{пр}}$ — предельное значение деформации материала сваи. Например, для металлических свай $\varepsilon_{\text{пр}} = 0,002$, для бетонных свай $\varepsilon_{\text{пр}} = 0,0015$.

В результате можно отметить ограниченность исследований по разработке методов расчета надежности работы свай-стоек по несущей способности грунта основания при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах, влияющих на значение надежности свай как количественной меры их эксплуатационной безопасности.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В последнее время предложены новые расчетные схемы работы свайных свай и свай-стоек в грунте оснований, в которых учитывается новый механизм работы свай в грунте в состоянии покоя, а не «срыва» [9–16]. В труде [21] на основе проведенных экспериментальных исследований выявлен механизм трения на поверхности сваи, находящейся в грунте под нагрузкой. В свете обсуждаемой в статье проблемы представляют интерес работы [8, 22, 23], в которых рассматриваются возможный и вероятностный методы оценки одиночных свай и групп свай. В работах [8, 24] впервые использован математический аппарат теории возможностей [20] при малой по объему статистической информации о контролируемых параметрах.

Для определения надежности сваи-стойки по расчетной модели $\tilde{F} \leq \tilde{N}_d$ необходимо выявить параметры случайных величин и статистическую информацию о них. В расчетах надежности сваи-стойки будем считать случайными величинами (нечеткими переменными в терминологии теории возможностей [20]) на стадии проектирования параметры $\tilde{\gamma}$ и $\tilde{h}$, а расчетную нагрузку F — заданной (детерминированной).

Выражение предельной несущей способности сваи по несущей способности грунта основания N_d находим по формуле (3") с учетом изменчивости параметров $\tilde{\gamma}$ и $\tilde{h}$ при нагрузке равной N_d , как показано на рис. 4. В расчете надежности сваи-стойки $f_{\text{отр}}(x)$ не учитываем благодаря изоляции сваи от грунта на длине $(H-h_1)$. Из рис. 4 видно, как найти

значение $h_1 = \frac{\varepsilon_{\max} x_1}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon(x_1)}$ при $\varepsilon_{\max} = N_d / AE_c$.

Значение N_d можно найти через испытания сваи по схеме (рис. 2, б) путем повышения нагрузки F до появления напряжения опр на нижнем конце сваи равного $R_{\text{гр}}$ (при известном значении $R_{\text{гр}}$) либо по формуле (5) при $\sigma_{\text{гр}} = R_{\text{гр}}$ и $\varepsilon_{\max} = N_d / AE_c$. По рис. 2 видно, что F и $\sigma_{\text{гр}}$ возрастают пропорционально до N_d и $R_{\text{гр}}$ и h до h_1 , как показано на рис. 4. По результатам измерений h_1 по схемам (рис. 3, 4) получим статистику для описания $\tilde{h}$ и h_1 в виде нечеткой переменной, как будет показано ниже. По результа-

Рис. 4. Линейное представление изменения $\varepsilon(x)$ по длине сваи и измерения $\varepsilon_1(x_1)$ при нагрузке $\tilde{N}_d$

там измерения γ_i получим статистику для описания нечеткой переменной $\tilde{\gamma}$.

В результате по выражению (3") после подстановки $f(x)$ по формуле (4) можно записать

$$\tilde{N}_d = R_{\text{гр}} A + u \int_0^{h_1} \frac{N_d}{AE_c} \left(1 - \frac{x}{\tilde{h}_1}\right) (\tilde{\gamma} \xi_0 x) \varphi dx.$$

После интегрирования с учетом изменчивости $\tilde{\gamma}$, $\tilde{h}_1$, $\tilde{N}_d$

$$\text{имеем } \tilde{N}_d = R_{\text{гр}} A + \frac{u \tilde{N}_d \tilde{\gamma} \xi_0 \varphi}{AE_c} \left(\frac{\tilde{h}_1^2}{2} - \frac{\tilde{h}_1^2}{3} \right).$$

$$\tilde{N}_d \left(1 - \frac{u \tilde{\gamma} \xi_0 \varphi \tilde{h}_1^2}{6 AE_c} \right) = R_{\text{гр}} A, \text{ где } R_{\text{гр}} \text{ — расчетное со-}$$

противление грунта под нижним концом сваи по СП 24.13330.2011 не более 20 000 кПа. В результате имеем:

$$\tilde{N}_d = R_{\text{гр}} A / (1 - c \tilde{\gamma} \tilde{h}_1^2), \quad (7)$$

где

$$c = \frac{u \xi_0 \varphi}{6 AE_c}. \quad (8)$$

По формуле (8) можно принять с детерминированной величиной при малой изменчивости E_c , A , u , φ . Значение $R_{\text{гр}}$ можно найти по табл. 7.2 СП 24.13330.2011 в зависимости от вида скального или малосжимаемого грунта и глубины его залегания или определить испытаниями.

Рассмотрим возможный порядок значения c при $A = 0,09 \text{ м}^2$; $u = 1,2 \text{ м}$; $\varphi = 1 \cdot 10^5$; $\xi_0 = 0,1$; $E_c = 30 \cdot 10^9 \text{ Па}$.

$$\text{По формуле (8) имеем } c = \frac{1,2 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 10^5}{6 \cdot 0,09 \cdot 30 \cdot 10^9} = 7,4 \cdot 10^{-7} \text{ м/Н}.$$

По средним значениям $\bar{\gamma} = 20 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^3$; $\bar{h} = 7 \text{ м}$ и значениям $R_{\text{гр}} = 7,3 \cdot 10^6 \text{ Па}$ (табл. 7.2 СП 24.13330.2011); $A = 0,09 \text{ м}^2$, $c = 7,4 \cdot 10^{-7} \text{ м/Н}$ и $N_d = 2,4 \cdot 10^6 \text{ Н}$, вычисленном при средних значениях параметров по выражению (7). При нагрузке на сваю $F = 1 \cdot 10^6 \text{ Н}$ по существующим методам расчета можно было бы сказать о достаточной несущей способности сваи по грунту основания, так как $N_d/F = 2,4 \cdot 10^6 / 1 \cdot 10^6 = 2,4$. Попробуем ее оценить количественно значением надежности по существующим понятиям.

Для расчета надежности сваи-стойки при расчетном значении F по расчетной модели $F \leq \tilde{N}_d$, где $\tilde{N}_d$ определяется по формуле (7) используем теорию возможностей [20], учитывая ограниченную по объему статистическую информацию о случайной величине $\tilde{N}_d$, которую будем называть нечеткой переменной и о $\tilde{\gamma}$ и $\tilde{h}$. Расчетная нагрузка F , постоянное значение которой легко реализовать неизменной при испытаниях сваи, должна удовлетворять условию:

$$F \leq R_{\text{гр}} A / (1 - c \tilde{\gamma} \tilde{h}^2), \quad (9)$$

где статистика значений h_i выявляется измерениями h_i при испытаниях пробных свай с нагрузкой, равной F . Значение расчетного сопротивления грунта $R_{\text{гр}}$ под нижним концом сваи-стойки, определяемого по табл. 7.2 СП 24.13330.2011 с учетом указаний СП по п. 7.2.1, примем детерминированной величиной. Значение c находим по формуле (8). Нечеткую переменную $\tilde{\gamma}$ для однородного грунта будем характеризовать по результатам испытаний грунта основания, $\tilde{\gamma}$ и $\tilde{h}$ будут нечеткими переменными, которые будут описываться методами теории возможностей [20]. Для их описания используем функцию распределения возможностей, например, для X по [8, 24] вида:

$$\pi_X(x) = \exp\left[-((x - a_x) / b_x)^2\right], \quad (10)$$

где

$$a_x = 0,5(X_{\max} + X_{\min});$$

$$b_x = 0,5(X_{\max} - X_{\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}, \quad \alpha \in [0, 1].$$

Значением α задаются в работе [25]. Обратная функция (10) будет $x = a_x \pm b_x \sqrt{-\ln \alpha_x}$ или $x = a_x + b_x \beta$, где $\alpha_x = \pi_X(x)$ и $\alpha_x = \pi_X(x)$.

Обозначим $\tilde{\gamma} = X$, $\tilde{h} = Y$. Из выражения (9) имеем $F c \tilde{\gamma} \tilde{h}^2 \geq F - R_{\text{гр}} A$ или с учетом обозначений $F c \tilde{\gamma} = X$, $\tilde{h} = Y$ и $F - R_{\text{гр}} A = d$ получим:

$$XY^2 \geq d. \quad (11)$$

Расчет надежности сваи по расчетной модели (11) с учетом ограниченной статистической информации о X и Y можно представить, согласно труду [26], на основе принципа обобщения Л. Заде. Для этого введем нечеткую переменную T , получаемую из формулы (11) в виде:

$$T = XY^2 \geq d, \quad (12)$$

X и Y будем описывать функцией вида (10) с одним и тем же значением α .

Обратные функции от функции T , по принципу Л. Заде, будут:

$$t = (a_x - b_x \sqrt{-\ln \alpha_x})(a_y - b_y \sqrt{-\ln \alpha_x})^2 \geq d, \quad (13')$$

$$t = (a_x + b_x \sqrt{-\ln \alpha_x})(a_y + b_y \sqrt{-\ln \alpha_x})^2 \geq d. \quad (13'')$$

В (13') перед b ставят знак минус, так как с ростом этих членов t убывает. Обозначим $\sqrt{-\ln \alpha_x} = \beta$ и (13') представим для получения наименьшей расчетной надежности в виде:

$$t = (a_x - \beta b_x)(a_y - \beta b_y)^2 = d. \quad (14)$$

Из формулы (14) находим $|\beta_{\min}|$ и, соответ-

ственно возможность отказа $Q = \alpha_x = e^{-\beta_{\min}^2}$, необходимость безотказной работы $N = 1 - Q$. Возможность безотказной работы при $a_x a_y^2 \geq d$ равна $R = 1$. Надежность сваи характеризуется интервалом значений $[N, R]$.

Пример. Пусть известны (условно) значения исходных данных: $u = 1,2 \text{ м}$; $A = 0,09 \text{ м}^2$; $E_c = 30 \cdot 10^9 \text{ Па}$; $\xi_0 = 0,1$; $F = 1 \cdot 10^6 \text{ Н}$, а также известны значения $X = \gamma_1 = [19, 20, 21] \cdot 10^3 \text{ Н/м}^3$; $Y = h_1 = [6, 7, 8] \text{ м}$. Найдем $c = 7,4 \cdot 10^{-7} \text{ м/Н}$ при $\phi = 1 \cdot 10^{-5}$; $R_{\text{гр}} = 7,3 \cdot 10^6 \text{ Па}$ (крупный песок).

$a_x = 20 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^3$, $b_x = 0,47 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^3$, $a_y = 7 \text{ м}$, $b_y = 0,47 \text{ м}$ (при $\alpha = 0,1$)

$d = 1 \cdot 10^6 - 7,3 \cdot 10^6 \cdot 0,09 = 0,343 \cdot 10^6 \text{ Н}$, т.к. $a_x a_y^2 = 20 \cdot 10^3 \cdot 7^2 = 980 \cdot 10^3 \text{ Н} > d = 0,343 \cdot 10^6 \text{ Н}$, то возможность безотказной работы $R = 1$.

Из выражения (14) имеем $(20 - 0,67\beta) \cdot 10^3 \cdot (7 - 0,67\beta)^2 = 343 \cdot 10^3$. Отсюда $\beta = -3,8$. Возможность отказа $Q = e^{-3,8^2} = 0,9 \cdot 10^{-6}$, $N = 1 - Q$. Надежность сваи характеризуется интервалом значений $[N, R]$.

В настоящее время предельные значения надежности несущих элементов зданий и сооружений, в том числе фундаментов и оснований, находятся в стадии обсуждения и изучения. Так, в работе [27] вероятность отказа фундамента в целом рекомендуется принимать $Q = 1 \cdot 10^{-6} \dots 1 \cdot 10^{-5}$, что близко к результату примера.

Свая-стойка в понятиях теории надежности представляет условную последовательную механическую систему, элементами которой являются два критерия работоспособности: прочность сваи (несущая способность по материалу) и несущая способность сваи по грунту основания. Следовательно, ее надежность, как отдельного элемента, должна быть больше надежности фундамента, т.е. $Q < 10^{-6}$, что и отражено в примере. При расчете сваи-стойки с использованием теории возможностей и представления надежности в интервальной форме $[N, R]$ или в вероятностных показателях $[P, \bar{P}]$, где $P, \bar{P}$ — нижняя и верхняя вероятность безотказной

работы, которые находятся по формулам

$$\underline{P} = \max \left\{ 0, \sum_{i=1}^n \underline{P}_i - (n-1) \right\}, \quad \bar{P} = \min \bar{P}_i, \text{ которую иногда}$$

называют формулой «ограниченной разности».

Свайный фундамент в понятиях классической (вероятностной) теории надежности также представляет последовательную механическую систему (фундамент — свайное основание), в которой вероятность безотказной работы P равна произведению вероятностей $P_1 P_2$ всех элементов, а вероятность отказа $Q = 1 - PP_i$. В данной статье эта проблема не рассматривается. Не рассмотрен метод расчета надежности свай-стойки без изоляции нижней части сваи от грунта основания. Например, в буронабивных сваях-стойках такая изоляция затруднительна. Это свидетельствует о дальнейшей перспективе работы на другие виды расчетов надежности свай-стоек с использованием формул (1) и (3).

Подводя итог обсуждения проблем, следует отметить, что свая-стойка в понятиях надежности рассматривается как условная механическая система с последовательным соединением условных независимых элементов.

Одним условным элементом является критерий прочности материала сваи с известным значением возможности безотказной работы с показателями надежности в виде нижней и верхней вероятностей $\underline{P}_1$ и $\bar{P}_1$, и критерий несущей способности сваи по грунту основания $\underline{P}_2$ и $\bar{P}_2$. Свая-стойка представляет собой последовательную систему в понятиях теории надежности, так как отказ одного элемента приводит к отказу всей системы (сваи).

Надежность такой системы определяется условием

$$\underline{P} = \max \left(0, \sum_{i=1}^n \underline{P}_i - (n-1) \right), \text{ и } \bar{P} = \min (\bar{P}_i).$$

Применительно к свае-стойке число критериев работоспособности n равно двум (по существующим нормам СП 24.13330.2011 свая-стойка на осадку не проверяется).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые рассмотрен метод расчета надежности свай-стоек по ее несущей способности по грунту основания с учетом работы грунта основания на боковой поверхности сваи и полного использования несущей способности грунта под нижним концом сваи.

Приведен пример расчета сваи-стойки с использованием математической теории возможностей при ограниченной статистической информации о контролируемых параметрах в математической модели предельного состояния с использованием теории нечетных множеств и принципа обобщения Л. Заде.

Рассмотренный метод расчета надежности сваи-стойки применяется для прогнозирования надежности работы сваи-стойки на стадии проектирования с проведением испытаний пробных свай.

Представленный метод расчета надежности сваи-стойки может найти применение на стадиях проектирования и эксплуатации зданий и сооружений, а также при разработке нормативной литературы по расчетам свайных оснований в свете межгосударственного стандарта ГОСТ 27751-2014, вступившего в силу в 2015 г. Работа будет полезной в учебном процессе студентов строительных вузов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mayer M. Die Sicherheit der Baiwerkr und ikr Berechnung nach Cranzkraf statt nach Zalassigen Spannungen // Springer Verlag. 1926. Pp. 111–126.
2. Стрелецкий Н.С. Метод расчета конструкций зданий и сооружений по предельным состояниям, применяемый в СССР, и основные направления его применения к строительным конструкциям. М. : Стройиздат, 1961. 34 с.
3. Ржаницин А.Р. Теория надежности строительных конструкций на надежность. М. : Стройиздат, 1978. 239 с.
4. Bolotin V.V. Statistical methods in structural mechanics. San Francisco: Holden-Day Inc., 1969. 240 p.
5. Шнелле Г. Надежность несущих строительных конструкций. М. : Стройиздат, 1994. 288 с.
6. Райзер В.Д. Теория надежности в строительном проектировании. М. : Изд. АСВ, 1998. 304 с.
7. Клевцов В.А. Вопрос проектирования конструкции с использованием теории надежности // Бетон и железобетон. 2009. № 2. С. 9–13.
8. Уткин В.С. Расчет надежности железобетонных свай-стоек в основаниях фундаментов // Строительство: наука и образование. 2018. Т. 8. Вып. 3 (29). С. 24–34. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.3.2
9. Jayasinghe L.B., Zhou H.Y., Goh A.T.C., Zhao Z.Y., Gui Y.L. Pile response subjected to rock blasting induced ground vibration near soil-rock interface // Computers and Geotechnics. 2017. Vol. 82. Pp. 1–15. DOI: 10.1016/j.compgeo.2016.09.015
10. Lui J.L., Qui M.B., Qui R.D. A layerwise summation method for settlement calculation of pile group based on the homogenized Mindlin stress // China Civil Engineering Journal. 2014. 118–127.
11. Fattahi H. Applying Rock Engineering Systems to Evaluate Shaft Resistance of a Pile Embedded in Rock // Geotechnical and Geological Engineering. 2018. Vol. 36. Issue 5. Pp. 3269–3279. DOI: 10.1007/s10706-018-0536-5
12. Kumar S., Priya H. Comparative study and analysis of the lateral and vertical loads of pile

foundation // International Journal of Engineering Trends and Technology. 2017. Vol. 45. Issue 4. Pp. 153–157. DOI: 10.14445/22315381/ijett-v45p233

13. Уткин В.С. Работа свисающих свай в грунте основания и их расчет по осадке // Вестник МГСУ. Строительство и архитектура. 2018. Т. 13. Вып. 9. С. 1125–1132. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.9.1125-1132

14. Haberfield C.M., Lochaden A.L. Analysis and design of axially loaded piles in rock // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. 2018. Pp. 13–18. DOI: 10.1016/j.jrmge.2018.10.001

15. Serrano A., Olalla C., Galindo R.A. Shaft resistance of a pile in rock based on the modified Hoek-Brown criterion // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2015. Vol. 76. Pp. 138–145. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2015.03.007

16. Dai G., Salgado R., Gong W., Zhu M. The effect of sidewall roughness on the shaft resistance of rock-socketed piles // Acta Geotechnica. 2017. Vol. 12. Issue 2. Pp. 429–440. DOI: 10.1007/s11440-016-0470-8

17. Oduah F., M. Hesham El Naggat, Norlander G. Unified system reliability approach for single and group pile foundations — Theory and resistance factor calibration // Computers and Geotechnics. 2019. Vol. 108. Pp. 173–182. DOI: 10.1016/j.compgeo.2018.12.003

18. Terzaghi K., Peck R.B., Mesri G. Soil mechanics in engineering practice. John Wiley & Sons, 1996. 592 p.

19. Jayasinghe L.B., Zhao Z.Y., Goh A.T., Zhou H.Y. A field study on pile response to blast-induced ground

motion // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2018. Pp. 568–575. DOI: 10.1016/j.soildyn.2018.08.008

20. Dubois D., Prade H. Possibility theory. New York : Plenum Press, 1988. 411 p.

21. Alshenawy A., Hamid W., Alnuaim A. Skin friction behavior of pile fully embedded in limestone // Arabian Journal of Geosciences. 2018. Vol. 11. Issue 2. P. 37. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12517-018-3386-9>

22. Leung Y.F., Lo M.K. Probabilistic assessment of pile group response considering superstructure stiffness and three-dimensional soil spatial variability // Computers and Geotechnics. 2018. Vol. 103. Pp. 193–200. DOI: 10.1016/j.compgeo.2018.07.010

23. Huang J., Kelly R., Li D., Zhou C., Sloan S. Updating reliability of single piles and pile groups by load tests // Computers and Geotechnics. 2016. Vol. 73. Pp. 221–230. DOI: 10.1016/j.compgeo.2015.12.003

24. Уткин В.С. Расчет надежности свисающих железобетонных свай в грунте основания // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. № 1. С. 31–36.

25. Уткин В.С., Соловьев С.А., Каберова А.А. Значение уровня среза (риска) при расчете надежности несущих элементов возможностным методом // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 6 (263). С. 63–67.

26. Zaden L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility // Fuzzy sets and systems. 1978. Vol. 1. Pp. 3–28.

27. Козачек В.Г., Нечаев Н.В., Хотенко С.Н. и др. Обследование и испытание зданий и сооружений : учеб. для вузов / под ред. В.И. Римшина. 3-е изд., стер. М. : Высшая школа, 2007. 655 с.

Поступила в редакцию 13 марта 2019 г.

Принята в доработанном виде 22 марта 2019 г.

Одобрена для публикации 26 февраля 2020 г.

О Б АВТОРЕ: **Владимир Сергеевич Уткин** — доктор технических наук, профессор кафедры промышленного и гражданского строительства; **Вологодский государственный университет (ВоГУ)**; 160000, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15; РИНЦ ID: 7337-9412, Scopus: 16460902000; utkinvogtu@mail.ru.

INTRODUCTION

Pursuant to the requirements set by the intergovernmental standard GOST 27751-2014 “Reliability of building structures and footings”, that entered into effect as of July 01, 2015, reliability analyses of bearing elements, buildings and structures, considered as mechanical systems, must be considered performance safety actions. Development and implementation of reliability analysis methods was initiated in the construction practice in the early 20th century. Indeed, in 1926, M. Mayer published an article [1], in which probability theory methods were applied to assess values of parameters used to analyze structures. N.S. Streletsky [2]

did a lot to introduce statistical methods into structural analysis. A.R. Rzhantsyn wrote in his work [3] that the theory of reliability of building structures had developed into an independent discipline. Enormous contributions into this theory were made by V.V. Bolotin [4], G. Shpete [5], V.D. Raizer [6] and other researchers. However, introduction of reliability analysis methods into practical design and safety assessment of both operated and designed structures will not be implemented soon. Professor V.A. Klevtsov wrote in his article [7] that presently “reliability is merely declared but not quantified.” There is a need to develop reliability analysis methodologies for various bearing elements, and this is the subject of the present research undertaking.

GOST 27751-2014, RF Construction rules and regulations state that methods of statistics and probability are recommended for use to assess both the risk of destruction and the reliability of building structures, only if there is enough data on variability of parameters in mathematical models of limit states. As a rule, there is little information on random values in mathematical models of limit states, as far as practical studies of bearing structural elements and their parameters are concerned; therefore, application of probability-related and statistical methods of reliability research are not recommended by the GOST standard. In this connection, a reliability analysis of the behavior of end-bearing piles by the criterion of the soil bearing capacity [8] was performed using mathematical tools of the possibility theory. The reliability analysis methodology applicable to end-bearing piles, provided in that work, is based on the analysis of the friction pile behavior in the foundation soil pursuant to effective Construction rules and regulations 24.13330.2011 “Pile footings”.

Recently published works [9–16] offer alternative visions and a description of the pile behaviour in foundation soils which have not been included into effective regulatory documents. This description of the pile behavior needs new reliability analysis methods to be developed and incorporated into regulatory documents, and the mission of this article is to facilitate this process. Fig. 1 shows a conceptual design scheme describing the behavior of a friction pile and an end-bearing pile in the foundation soil pursuant to Construction rules and regulations 24.13330.2011.

According to the design scheme in Fig. 1, the friction force on the side surface of the friction pile grows from the top tip to the bottom one. Such behavior is typical for a pile that moves in the soil (“pile failure”); its motion is caused by pressure forces on the side surface of a pile that grow in the direction of its bottom tip. If the end-bearing pile, that rests on the rock as in Fig. 1, does not “fail”, friction forces do not arise on the

pile surface, that’s why they are included into the end-bearing pile analysis according to Construction rules and regulations 24.13330.2011.

The analysis of the reliability of end-bearing piles by the criterion of the foundation soil bearing capacity, that takes account of the behavior of the foundation soil, as well as reduction of negative friction forces $f_{\text{neg}}(x)$ are of practical interest, as they help to identify the surplus bearing capacity of foundation soils, to get a more trustworthy idea of the pile behavior using these criteria, and to find out if the construction of a pile footing is economical.

It is understood [17] that the reliability of a pile, its footing and foundation are the most important elements of structural reliability. Therefore, for the sake of safe performance, the process of designing reliable structures is initiated by ensuring the reliable behavior of foundation piles, which confirms the relevance and timeliness of this end-bearing pile reliability analysis based on the first group of limit states.

MATERIALS AND METHODS

Let’s analyze the behavior of an end-bearing pile in the foundation soil to develop a methodology for its analysis with account for the behavior of soil above the rock or low compressibility soil. Unlike the widely spread idea of an end-bearing pile behavior, different pile behavior patterns, shown in Fig. 2, are possible [8–13] following its sinking into the soil and reaching the rock or other low compressibility soil. Fig. 2 shows piles exposed to force F that has several values.

The pattern illustrated by Fig. 2, *a* corresponds to small load value F_1 , a longer pile or deep rock. The pattern illustrated by Fig. 2, *b* corresponds to load $F > F_1$, which is smaller than limit load N_d according to (Fig. 2, *c*) in case of full utilization of the foundation soil bearing capacity. The pile reliability analysis is performed pursuant to the mathematical model of the limit state $\bar{F} \leq \bar{N}_d$ in the general case with account for variability values F и N_d . Given the balance of forces in Fig. 1, *b* we obtain the following equation

$$F = \sigma_{\text{soil}} A + u \int_0^h f(x) dx - u \int_h^H f_{\text{neg}}(x) dx. \quad (1)$$

Negative friction forces are caused by deformations of the pile material caused by force $\sigma_{\text{soil}} A$. If the bottom tip of a pile is safe from force $f_{\text{neg}}(x)$, for example, if part $(H-h)$ of the bottom tip of a pile is insulated from the foundation soil, formula (1) will be as follows:

$$F = \sigma_{\text{soil}} A + u \int_0^h f(x) dx. \quad (2)$$

Further, we will consider the pile reliability analysis pursuant to pattern (2) of the pile behaviour.

If $\sigma_{\text{soil}} = R_{\text{soil}}$, limit load N_d on the end-bearing pile will be similar to (1):

Fig. 1. Design schemes describing the behavior of a friction pile and an end-bearing pile in the foundation soil pursuant to Construction rules and regulations 24.13330.2011

Fig. 2. Patterns of the end-bearing pile behavior in the foundation soil: F — design load; N_d — limit load in terms of the bearing capacity of the foundation soil; $f_{\text{neg}}(x)$ — friction forces; R_{soil} — design rock resistance

$$N_d = R_{\text{rp}} A + u \int_0^{h_1} f(x) dx - u \int_{h_1}^H f_{\text{отр}}(x) dx, \quad (3')$$

where $h_1 > h$, because $N_d > F$ or similar to formula (2):

$$N_d = R_{\text{rp}} A + u \int_0^{h_1} f(x) dx. \quad (3'')$$

Formula (2) has σ_{soil} , or strain in the rock or low-compression foundation soil below the pile bottom tip. Its value is identifiable in the course of soil or preliminary pile testing; u stands for the perimeter of the pile cross section; A is the pile cross section area; h is the depth of the soil layer exposed to friction forces $f(x)$ on the surface of a pile which is also exposed to strain σ_{soil} ; h_1 is the soil layer depth in case of $\sigma_{\text{soil}} = R_{\text{soil}}$. Given the continuity of $\varepsilon(x)$ and $q(x)$, friction force $f(x)$ [8, 13] can be represented as follows:

$$f(x) = \varepsilon(x) q(x) \varphi, \quad (4)$$

where $q(x)$ is the side soil pressure on the pile surface. According to [18], $q(x) = \gamma \xi_0 x$, where γ is the bulk density of soil, $\xi_0 = f \frac{\mu_0}{1 - \mu_0}$. For example, for clays and clayey soils, $\mu_0 = 0.10 \dots 0.15$; φ is a dimensionless ratio.

Pile material deformation $\varepsilon(x)$, caused by compression, can be measured using strain-gauge testing. Dimensionless ratio φ is determined by testing the preliminary pile, applying load F and adding compression according to the pattern provided in 2, b. Towards this end, the preliminary pile, that has strain meters, is sunk into the soil until it reaches the rock (or low-compression) layer, and resistance values provided by strain meters [12] are used to calculate the value of $\varepsilon_i = \frac{|R_0 - R_i|}{\mu R_0}$;

resistance values are also used to draw epure $\varepsilon(x)$ along the pile. Function $\varepsilon(x)$ is approximated by graph $\varepsilon(x)$ along the pile. These tests were conducted in China [10]. To simplify the work, the authors of [8, 13] suggest describing $\varepsilon(x)$ by linear function $\varepsilon(x) = \varepsilon_{\text{max}} \frac{h-x}{h}$,

according to Fig. 3, if $\varepsilon_{\text{max}} = \frac{F}{AE_c}$, where E_c is the modulus of elasticity of the pile material.

The value of h (see Fig. 3) can be identified by measuring $\varepsilon(x)$ in the course of testing a preliminary pile at pre-set section x_1 if $\varepsilon(x_1) = \varepsilon_{\text{max}} \frac{h-x_1}{h}$. Hence:

Fig. 3. A linear representation of changes in $\varepsilon(x)$ along the pile exposed to load F

$$h = \frac{\varepsilon_{\max} x_1}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon(x_1)}. \quad (5)$$

The value of dimensionless ratio φ is identified by preliminary pile testing. This ratio depends on the type of pile, its sinking method, and the type of the foundation soil. Given the balance of forces in the preliminary pile sunk into the foundation soil and exposed to load F and if the value of h is available, the design scheme (Fig. 3) and design equation (1) or (2) can be applied with regard for (4) to identify the value of φ for a specific pile, and this process is exemplified below with the help of average values of h , E_c , γ , σ_{soil} . The value of E_c depends on the pile material. One can refer to Construction rules and regulations 63.13330.2012 to identify the value of E_c for different grades of concrete. Let's analyze equation (2) with regard for (4), where values of F , σ_{soil} , A , γ , h , E_c , x_1 are available to shorten the description of the process of identification of the relation between φ and other parameters. As a result, we obtain

$$F = \sigma_{\text{rp}} A + u \int_0^h \left(\varepsilon_{\max} \frac{h-x}{h} \right) (\gamma \xi_0 x) \varphi dx. \text{ Having completed the integration procedure, we get}$$

$$F = \frac{6\sigma_{\text{soil}} A + u\varepsilon_{\max} \gamma \xi_0 \varphi h^2}{6}.$$

Hence, we use the formula of F to find the value of φ , if values of parameters are average.

$$\varphi = \frac{6(F - \sigma_{\text{soil}} A)}{u\varepsilon_{\max} \gamma \xi_0 h^2}. \quad (6)$$

The value of σ_{soil} depends on F , A , $\varepsilon_{\max} = \frac{F}{AE_c}$

and γ . The value of γ is found by the foundation soil testing [18].

Let's analyze the value of φ . Let the following values be available: $F = 1 \cdot 10^6$ N; $\gamma = 20 \cdot 10^3$ N/m³; $A = 0.09$ m²; $u = 1.2$ m; $\xi_0 = 0.1$; $h = 6$ m; coarse sand $\sigma_{\text{soil}} = 5 \cdot 10^6$ Pa;

$E_c = 30 \cdot 10^9$ Pa; $\varepsilon_{\max} = \frac{1 \cdot 10^6}{0.09 \cdot 30 \cdot 10^9} = 0.37 \cdot 10^{-3}$. Then

$$\varphi = \frac{6(1 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^6 \cdot 0.09)}{1.2 \cdot 0.37 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 0.1 \cdot 6^2} = 1 \cdot 10^5.$$

$\varepsilon_{\max} > \varepsilon_{\text{lim}}$, where ε_{lim} is the limit deformation of the pile material. For example, metal piles have $\varepsilon_{\text{lim}} = 0.002$; concrete piles have $\varepsilon_{\text{lim}} = 0.0015$.

It can be noted that the research coverage of reliability analysis methods applicable to end-bearing piles in respect of the bearing capacity of foundation soils is limited, and the same about the amount of statistical information on controllable parameters that may impact the pile reliability and be applied as a quantitative measure boosting its performance safety.

RESULTS

Recently, new design schemes have been proposed to analyze the behaviour of friction and end-bearing piles in the foundation soil; these new solutions take account of the pile behavior in foundations soils when piles are at rest rather than in the course of failure [9–16, 21] describes the pile surface friction mechanism for a loaded pile in the soil; the mechanism was identified during an experiment. Works [8, 22, 23], where possibilistic and probabilistic methods of assessment of standalone piles and groups of piles are described, arouse interest in the context of the problem discussed in this article. The authors of works [8, 24] pioneered the application of mathematical tools borrowed from the possibility theory [20] due to the small amount of statistical information on controllable parameters.

One must identify the parameters of and statistical information on random variables to assess the reliability of an end-bearing pile using design model $\tilde{F} \leq \tilde{N}_d$. We will consider parameters $\tilde{\gamma}$ and $\tilde{h}$ as random variables (or fuzzy variables, if the possibility theory terms are used [20]) and design load F as the pre-set one in our analysis of the reliability of an end-bearing pile at the design stage.

We use formula (3") with regard for the variability of parameters $\tilde{\gamma}$ and $\tilde{h}_1$ to express the limit bearing capacity of a pile in terms of the bearing capacity of the foundation soil N_d if the load is equal to N_d , as shown in Fig. 4. We do not take account of $f_{\text{neg}}(x)$ in our analysis of the end-bearing pile reliability due to its being isolated from soil in the $(H-h_1)$ area. Fig. 4 demonstrates the procedure for finding the value of $h_1 = \frac{\varepsilon_{\max} x_1}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon(x_1)}$, if $\varepsilon_{\max} = N_d / AE_c$. The value of N_d

may be found (1) by testing the pile according to the testing pattern (Fig. 2, b), in other words, by rising load

Fig. 4. A linear representation of changes in $\varepsilon(x)$ along the pile and values of $\varepsilon_1(x_1)$ if the pile is exposed to load $\tilde{N}_d$

F until strain σ_{lim} equal to R_{soil} (while the value of R_{soil} is available) occurs at the bottom tip of a pile, (2) or by using formula (5), if $\sigma_{soil} = R_{soil}$ and $\epsilon_{max} = N_d / AE_c$. Fig. 2 shows that F and σ_{soil} demonstrate proportionate growth until they reach the values of N_d и R_{soil} , and h reaches h_1 , as shown in Fig. 4. Having analyzed the measurements of h_i taken pursuant to pre-set schemes (Fig. 3, 4), we obtain the statistics required to describe $\tilde{h}$ and h_1 as a fuzzy variable that will be described below. Having analyzed the measurements of γ_i , we obtain the statistical data needed to describe fuzzy variable $\tilde{\gamma}$.

As a result, having substituted $f(x)$ pursuant to formula (4), we use expression (3") to obtain

$$\tilde{N}_d = R_{soil} A + u \int_0^{h_1} \frac{N_d}{AE_c} \left(1 - \frac{x}{\tilde{h}_1} \right) (\tilde{\gamma} \xi_0 x) \varphi dx. \text{ Follow-}$$

ing the integration with regard for the variability of $\tilde{\gamma}$,

$$\tilde{h}_1, \tilde{N}_d \text{ we have } \tilde{N}_d = R_{soil} A + \frac{u \tilde{N}_d \tilde{\gamma} \xi_0 \varphi}{AE_c} \left(\frac{\tilde{h}_1^2}{2} - \frac{\tilde{h}_1^2}{3} \right).$$

$$\text{Hence, } \tilde{N}_d \left(1 - \frac{u \tilde{\gamma} \xi_0 \varphi \tilde{h}_1^2}{6 AE_c} \right) = R_{soil} A, \text{ where } R_{soil} \text{ is the}$$

design resistance of soil below the bottom tip of a pile pursuant to Construction rules and regulations 24.13330.2011, but not exceeding 20,000 kPa. As a result, we have

$$\tilde{N}_d = R_{soil} A / (1 - c \tilde{\gamma} \tilde{h}_1^2), \quad (7)$$

where

$$c = \frac{u \xi_0 \varphi}{6 AE_c}. \quad (8)$$

According to formula (8), we can consider c a deterministic variable, because the variability of E_c , A , u , φ is small. The value of R_{soil} is available in Table 7.2 of Construction rules and regulations 24.13330.2011, and it depends on the type of rock or low compressibility soils or their depth; alternatively, this value can be identified by testing.

Let's consider the potential range of c values, if $A = 0.09 \text{ m}^2$; $u = 1.2 \text{ m}$; $\varphi = 1 \cdot 10^5$; $\xi_0 = 0.1$; $E_c = 30 \cdot 10^9 \text{ Pa}$.

If we apply formula (8), we obtain $c = \frac{1,2 \cdot 0,1 \cdot 1 \cdot 10^5}{6 \cdot 0,09 \cdot 30 \cdot 10^9} = 7,4 \cdot 10^{-7} \text{ m/N}$.

If we take the average values of $\bar{\gamma} = 20 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$; $\bar{h} = 7 \text{ m}$ and the value of $R_{soil} = 7.3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ (Table 7.2 of Construction rules and regulations 24.13330.2011); $A = 0.09 \text{ m}^2$, $c = 7,4 \cdot 10^{-7} \text{ m/N}$ и $N_d = 2.4 \cdot 10^6 \text{ N}$, which is calculated using average values of parameters in expression (7). If the load on a pile is equal to $F = 1 \cdot 10^6 \text{ N}$ and if we used traditional analysis methods, we would report a sufficient bearing capacity of a pile in terms of the foundation soil, as $N_d / F = 2.4 \cdot 10^6 / 1 \cdot 10^6 = 2.4$. Let's make its quantitative assessment in the context of the reliability obtained with the help of traditional notions.

To analyze the reliability of an end-bearing pile, if F is the design value, $F \leq \tilde{N}_d$ expression is applied, and formula (7) is used to find N_d , we employ the possibility theory [20], given the limited nature of statistical information on random variable $\tilde{N}_d$, which we consider a fuzzy variable, and the same about $\tilde{\gamma}$ and $\tilde{h}$. Design load F , the value of which can be considered permanent while testing the pile, must meet the following condition:

$$F \leq R_{soil} A / (1 - c \tilde{\gamma} \tilde{h}_1^2), \quad (9)$$

where the statistics of h_i values is identified by measuring h_i in the process of testing preliminary piles, if the load value is equal to F . The value of design soil resistance R_{soil} below the bottom tip of a pile, specified in Table 7.2 of Construction rules and regulations 24.13330.2011, with regard for the instructions provided in Construction rules and regulations paragraph 7.2.1, is considered a deterministic variable (8). Foundation soil testing will help to characterize fuzzy variable $\tilde{\gamma}$ for homogeneous soils; $\tilde{\gamma}$ and $\tilde{h}_1$ will be fuzzy variables, described using possibility theory methods [20]. We employ the possibility distribution function to describe them; for example, we refer to [8, 24] to describe X as follows:

$$\pi_X(x) = \exp \left[-((x - a_x) / b_x)^2 \right], \quad (10)$$

where

$$a_x = 0,5(X_{max} + X_{min});$$

$$b_x = 0,5(X_{max} - X_{min}) / \sqrt{-\ln \alpha}, \alpha \in [0,1].$$

The values of α are specified in [25]. Inverse function (10) will be as follows: $x = a_x \pm b_x \sqrt{-\ln \alpha_x}$ or $x = a_x + b_x \beta$, where $\alpha_x = \pi_X(x)$ and $\alpha_x = \pi_X(x)$.

Let's denote $\tilde{\gamma}$ by X , $\tilde{h}_1$ by Y . By using expression (9) we obtain $F c \tilde{\gamma} \tilde{h}_1^2 \geq F - R_{soil} A$ or, given that $F c \tilde{\gamma} = X$, $\tilde{h}_1 = Y$ and $F - R_{soil} A = d$ we obtain:

$$XY^2 \geq d. \quad (11)$$

The data available in [26] can be employed to analyze the pile reliability using design model (11), given that the amount of statistical information on X and Y is limited. Here we employ the generalization principle developed by L. Zade. For this purpose, we introduce fuzzy variable T obtained with the help of formula (11):

$$T = XY^2 \geq d, \quad (12)$$

X and Y will be described by function (10) having the same value of α .

According to the principle introduced by L. Zade, functions, which are inverse in relation to T , will be as follows:

$$t = (a_x - b_x \sqrt{-\ln \alpha_x}) (a_y - b_y \sqrt{-\ln \alpha_x})^2 \geq d, \quad (13')$$

$$t = (a_x + b_x \sqrt{-\ln \alpha_x}) (a_y + b_y \sqrt{-\ln \alpha_x})^2 \geq d. \quad (13'')$$

In (13') b has a minus, because t goes down while these values go up. Let's indicate $\sqrt{-\ln \alpha_x} = \beta$ and use

(13') to obtain the smallest value of the design reliability in the following way:

$$t = (a_x - \beta b_x)(a_y - \beta b_y)^2 = d. \quad (14)$$

We apply formula (14) to obtain $|\beta_{\min}|$ and to

identify potential failure $Q = \alpha_x = e^{-\beta_{\min}^2}$, while the target failure-free performance is described as follows: $N = 1 - Q$. Failure-free performance $R = 1$, if $a_x a_y^2 \geq d$. The pile reliability falls within the range of $[N, R]$ values.

Example. Let's take the following (conventional) values: $u = 1.2$ m; $A = 0.092$; $E_c = 30 \cdot 10^9$ Pa; $\xi_0 = 0.1$; $F = 1 \cdot 10^6$ N, and have the following values available, as well: $X = \gamma_1 = [19-21] \cdot 10^3$ N/m³; $Y = h_1 = [6-8]$ m. Let's find $c = 7.4 \cdot 10^{-7}$ m/N, if $\varphi = 1 \cdot 10^5$; $R_{\text{soil}} = 7.3 \cdot 10^6$ Pa (coarse sand). $a_x = 20 \cdot 10^3$ N/m³, $b_x = 0.47 \cdot 10^3$ N/m³, $a_y = 7$ m, $b_y = 0.47$ m (if $\alpha = 0.1$) $d = 1 \cdot 10^6 - 7.3 \cdot 10^6 \cdot 0.09 = 0.343 \cdot 10^6$ N, as $a_x a_y^2 = 20 \cdot 10^3 \cdot 7^2 = 980 \cdot 10^3$ N $> d = 0.343 \cdot 10^6$ N, then potential failure-free performance $R = 1$.

By using expression (14) we obtain $(20 - 0.67\beta) \cdot 10^3 \cdot (7 - 0.67\beta)^2 = 343 \cdot 10^3$. Hence, $\beta = -3.8$. Possible failure $Q = e^{-3.8^2} = 0.9 \cdot 10^{-6}$, $N = 1 - Q$. Pile reliability values fall within the range of $[N, R]$.

Presently, limit values characterizing the reliability of bearing elements of buildings and structures, including foundations and footings, are being discussed and researched. Indeed, the author of [27] recommends to use $Q = 1 \cdot 10^{-6} \dots 1 \cdot 10^{-5}$ to identify the probability of the foundation failure, which is close to the result obtained in our example.

An end-bearing pile, if considered in terms of the reliability theory, represents a conventional consistent mechanical system that has two performance criteria: pile strength (or the bearing capacity of its material) and the bearing capacity of the foundation soil. Hence, its reliability taken as an isolated element, must exceed the one of the foundation, or $Q < 10^{-6}$, and it is demonstrated by our example. When analyzing an end-bearing pile using the possibility theory and presenting reliability in the form of the $[N, R]$ range or as probabilistic variables $[P, \bar{P}]$, $P, \bar{P}$ stand for the top and bottom probabilities of failure-free performance, which can be

obtained using formula $P = \max \left\{ 0, \sum_{i=1}^n P_i - (n-1) \right\}$,

$\bar{P} = \min \bar{P}_i$, or the formula of "bounded difference".

A piled foundation in terms of the classical (probabilistic) reliability theory also represents a consistent mechanical system (foundation — piled footing), in which the probability of failure-free behavior P is equal to the product of $P_1 P_2$ probabilities for all elements, while the probability of failure $Q = 1 - \Pi P_i$. This article does not deal with this problem. Neither does it analyze

end-bearing pile reliability, if the bottom pile tip is not isolated from the soil foundation. For example, such insulation is hardly feasible for bored piles. Therefore, there is a wide range of research to be performed using formulas (1) and (3) and other methods of reliability analysis in respect of end-bearing piles.

To sum up the discussion, it's worth mentioning that in terms of reliability an end-bearing pile is a conventional mechanical system that has consecutively connected independent elements. One conventional element represents pile material strength, given that the value of the possibility of failure-free performance is available and the same about the reliability values represented as top and bottom probabilities $\underline{P}_1$ and $\bar{P}_1$, let alone the criterion of the bearing capacity of a pile in terms of the foundation soil $\underline{P}_2$ and $\bar{P}_2$. An end-bearing pile represents a consistent system in terms of the reliability theory, as the failure of one element causes the failure of the whole system (the pile). The reliability of this sys-

tem is determined by $\underline{P} = \max \left(0, \sum_{i=1}^n \underline{P}_i - (n-1) \right)$, and

$$\bar{P} = \min(\bar{P}_i).$$

As for an end-bearing pile, the number of performance criteria n is equal to two (according to effective Construction rules and regulations 24.13330.2011, end-bearing piles are not exposed to any settlement-related verifications).

CONCLUSIONS

The author offers a ground-breaking reliability analysis method for end-bearing piles. The method is focused on the bearing capacity of the foundation soil; it takes account of the foundation soil behavior along the side surface of a pile, as well as full employment of the soil bearing capacity below the bottom tip of a pile.

The author uses the mathematical possibility theory to perform a sample analysis of an end-bearing pile due to the limited amount of statistical information on controllable parameters in the mathematical model of the limit state. He also employs the theory of odd multiplicities and the generalization principle developed by L. Zade.

This methodology is applied to project pile behavior reliability at the stage of design, and it will be accompanied by the testing of preliminary piles.

This methodology may be applicable at the stages of design and operation of buildings and structures, as well as in the process of developing regulatory documents dealing with the analysis of pile foundations with account of interstate standard GOST 27751-2014, which came into effect in 2015. The article will have practical value for educational processes at civil engineering universities.

REFERENCES

1. Mayer M. Die Sicherheit der Baiwerkr und ikr Berechnung nach Cranzkraft statt nach Zalassigen Spannungen. *Springer Verlag*. 1926; 111-126.
2. Streletskiy N.S. *The method of calculating the structures of buildings and structures according to limiting conditions, is applied in the USSR, and the main directions of its application to building structures*. Moscow, Sroyizdat Publ., 1961; 34. (rus.).
3. Rzhantsyn A.R. *Theory of the Reliability Calculation of Building Structures*. Moscow, Sroyizdat Publ., 1978; 239. (rus.).
4. Bolotin V.V. *Statistical methods in structural mechanics*. San Francisco, Holden-Day Inc, 1969; 240.
5. Shpete G. *Reliability of bearing structures*. Moscow, Sroyizdat Publ., 1994; 288. (rus.).
6. Rayzer V.D. *Reliability theory in structural design*. Moscow, ASV Publ., 1998; 304. (rus.).
7. Klevtsov V.A. The question of designing structures using the theory of reliability. *Concrete and reinforced concrete*. 2009; 2:9-13. (rus.).
8. Utkin V.S. Calculation of reliability of ferro-concrete rack-piles in the basis of foundations. *Construction: Science and Education*. 2018; 8(3)(29):24-34. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.3.2 (rus.).
9. Jayasinghe L.B., Zhou H.Y., Goh A.T.C., Zhao Z.Y., Gui Y.L. Pile response subjected to rock blasting induced ground vibration near soil-rock interface. *Computers and Geotechnics*. 2017; 82:1-15. DOI: 10.1016/j.compgeo.2016.09.015
10. Lui J.L., Qui M.B., Qui R.D. A layerwise summation method for settlement calculation of pile group based on the homogenized Mindlin stress. *China Civil Engineering Journal*. 2014; 118-127.
11. Fattahi H. Applying Rock Engineering Systems to Evaluate Shaft Resistance of a Pile Embedded in Rock. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2018; 36(5):3269-3279. DOI: 10.1007/s10706-018-0536-5
12. Kumar S., Priya H. Comparative study and analysis of the lateral and vertical loads of pile foundation. *International Journal of Engineering Trends and Technology*. 2017; 45(4):153-157. DOI: 10.14445/22315381/ijett-v45p233
13. Utkin V.S. Friction piles behavior in soil base and piles settlement calculation. *Vestnik MGSU [Proceedings of the Moscow State University of Civil Engineering]*. 2018; 13(9):1125-1132. DOI: 10.22227/1997-0935.2018.9.1125-1132 (rus.).
14. Haberfield C.M., Lochaden A.L. Analysis and design of axially loaded piles in rock. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. 2018; 13-18. DOI: 10.1016/j.jrmge.2018.10.001
15. Serrano A., Olalla C., Galindo R.A. Shaft resistance of a pile in rock based on the modified Hoek-Brown criterion. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2015; 76:138-145. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2015.03.007
16. Dai G., Salgado Ro., Gong W., Zhu M. The effect of sidewall roughness on the shaft resistance of rock-socketed piles. *Acta Geotechnica*. 2017; 12(2):429-440. DOI: 10.1007/s11440-016-0470-8
17. Oduah F., M. Hesham El Naggar, Norlander G. Unified system reliability approach for single and group pile foundations — Theory and resistance factor calibration. *Computers and Geotechnics*. 2019; 108:173-182. DOI: 10.1016/j.compgeo.2018.12.003
18. Terzaghi K., Peck R.B., Mesri G. *Soil mechanics in engineering practice*. John Wiley & Sons, 1996; 592.
19. Jayasinghe L.B., Zhao Z.Y., Goh A.T., Zhou H.Y. A field study on pile response to blast-induced ground motion. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2018; 568-575. DOI: 10.1016/j.soildyn.2018.08.008
20. Dubois D., Prade H. *Possibility theory*. New York, Plenum Press, 1988; 411.
21. Alshenawy A., Hamid W., Alnuaim A. Skin friction behavior of pile fully embedded in limestone. *Arabian Journal of Geosciences*. 2018; 11(2):37. DOI: https://doi.org/10.1007/s12517-018-3386-9
22. Leung Y.F., Lo M.K. Probabilistic assessment of pile group response considering superstructure stiffness and three-dimensional soil spatial variability. *Computers and Geotechnics*. 2018; 103:193-200. DOI: 10.1016/j.compgeo.2018.07.010
23. Huang J., Kelly R., Li D., Zhou C., Sloan S. Updating reliability of single piles and pile groups by load tests. *Computers and Geotechnics*. 2016; 73:221-230. DOI: 10.1016/j.compgeo.2015.12.003
24. Utkin V.S. Reliability analysis of reinforced concrete friction piles in soil base. *Structural mechanics and design of structures*. 2018; 1:31-36. (rus.).
25. Utkin V.S., Solov'yev S.A., Kaberova A.A. The value of the cutoff level (risk) in the calculation of the reliability of load-bearing elements by the possibility method. *Structural mechanics and analysis of constructions*. 2015; 6(263):63-67. (rus.).
26. Zaden L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and systems*. 1978; 1:3-28.
27. Kozachek V.G., Nechayev N.V., Notenko S.N. et al. *Inspection and testing of buildings and structures: proc. for universities* / ed. V.I. Rimshina. 3rd ed., Sr. Moscow, Higher School Publ., 2007; 655. (rus.).

Received March 13, 2019.

Adopted in a revised form on March 22, 2019.

Approved for publication February 26, 2020.

BIONOTES: Vladimir S. Utkin — Doctor of Technical Sciences, Professor of Department of Industrial and Civil Engineering; Vologda State University (VSU); 15 Lenin st., Vologda, 160000, Russian Federation; ID RISC: 7337-9412, Scopus: 16460902000; utkinvogtu@mail.ru.